Teoría de Circuitos - Práctico 4

Régimen sinusoidal

2024 - Semestre par

Las principales ideas a tener en cuenta en este práctico son:

- la impedancia de un elemento se define por la relación $V(j\omega_0) = Z(j\omega_0).I(j\omega_0)$, siendo V e I los fasores de tensión y corriente por el elemento (medidos igual que en la clásica Ley de Ohm) y ω_0 la frecuencia de trabajo;
- la potencia en un elemento de fasores de tensión y corriente V e I se expresa por $P = \frac{1}{2}.re(V.\bar{I})$ (ó $P = re(V.\bar{I})$ en valores eficaces);
- para un sistema lineal de transferencia en régimen $H(j\omega)$, la respuesta en régimen a una entrada sinusoidal pura $e(t) = A_e.\cos(\omega_0 t + \phi_e)$ es $r(t) = A_e.|H(j\omega_0)|.\cos(\omega_0 t + \phi_e + arg\,(H(j\omega_0)))$;
- siempre escribir las impedancias y transferencias como cocientes de polinomios en la variable $(j\omega)$.

Tener presente siempre chequear la consistencia dimensional de las expresiones que van encontrando!!!

Para tener una referencia, acompañamos cada ejercicio con un tiempo estimado para su resolución. Si algo lleva mucho más tiempo, avisen!!

Ejercicio 1. (30min)

En el presente ejercicio, ω designa una variable real, en tanto ω_0 designa un valor particular de la misma. $H(j\omega)$ es una función de variable real ω a valores complejos, en la que la variable siempre aparece multiplicada por j, por eso lo la denotamos así. Se sugiere recordar que para multiplicar números complejos es conveniente utilizar la expresión polar de los mismos.

a) Dados los siguientes números complejos, hallar módulo y fase y dibujarlos en el plano.

$$\frac{1}{1+j} \quad , \quad \left.\frac{\omega_0}{\omega_0 + j\omega}\right|_{\omega=\omega_0} \quad , \quad \frac{1}{1+\frac{j}{10}} \quad , \quad \frac{1}{1+j2} \quad , \quad e^{-j\pi/3}$$

b) En la igualdad $Re\left[z.e^{j\omega_0 t}\right] = A.cos\,(\omega_0 t + \varphi)$, con z complejo, probar que $\left\{ \begin{array}{lcl} A & = & |z| \\ \varphi & = & arg(z) \end{array} \right.$.

Aplicarlo a los siguientes casos:$Re\left[\frac{1}{1+j}.e^{j\omega_0 t}\right]$, $Re\left[\frac{\omega_0}{\omega_0+j\omega}.e^{j\omega_0 t}\right]$.

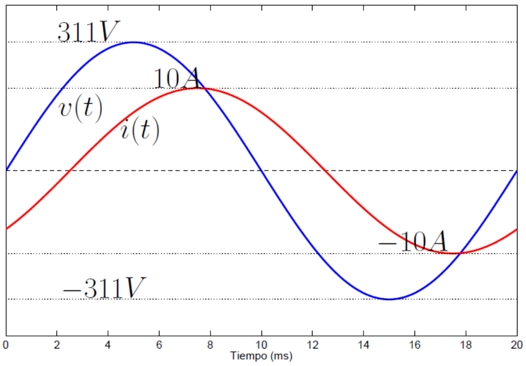
c) Dado $H(j\omega) = -12\frac{(j\omega+1)}{(j\omega+\frac{1}{2}).(j\omega-10)}$,

i) escribir $Re\left[H(j\omega_0).e^{j\omega_0 t}\right]$ como función sinusoidal, de la forma $A.cos(\omega_0 t + \varphi)$.

ii) hallar ω_C tal que $|H(j\omega_C)| = 1$. Hallar el correspondiente valor del argumento.

iii) hallar ω_G tal que $H(j\omega_G)$ sea real. **Sugerencia:** igualar $H(j\omega_G)$ a un número real α y luego, imponiendo restricciones sobre la parte real y la imaginaria, hallar α y ω_G.

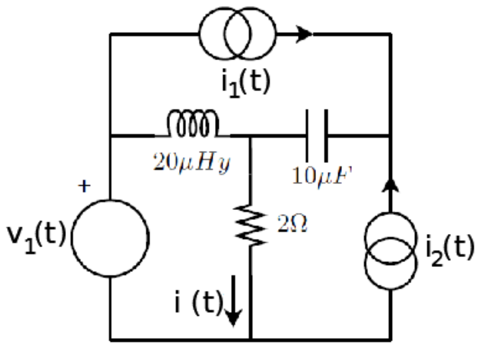
Ejercicio 2. (15min)



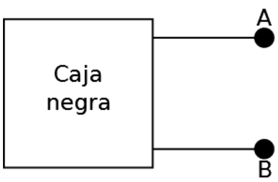
Con un osciloscopio se observan las siguientes formas de onda de corriente i(t) y tensión v(t) en bornes de un elemento lineal de impedancia Z. ¿El elemento es capacitivo, inductivo o resistivo? Dibujar los fasores de tensión y corriente y calcular el valor de la impedancia Z a la frecuencia de trabajo.

Ejercicio 3. (30min)

En el circuito en régimen sinusoidal de la figura, utilizando el principio de superposición, hallar la parte de la corriente $i(t)$ que corresponde a cada una de las fuentes $v_1(t) = 4.cos(10^5 t)$, $i_1(t) = 2.cos\left(10^5 t - \frac{\pi}{4}\right)$, $i_2(t) = 2.cos(10^5 t)$. (Observar que es posible aplicar superposición en fasores ya que las fuentes tienen todas la misma pulsación.)



Ejercicio 4. (20min)

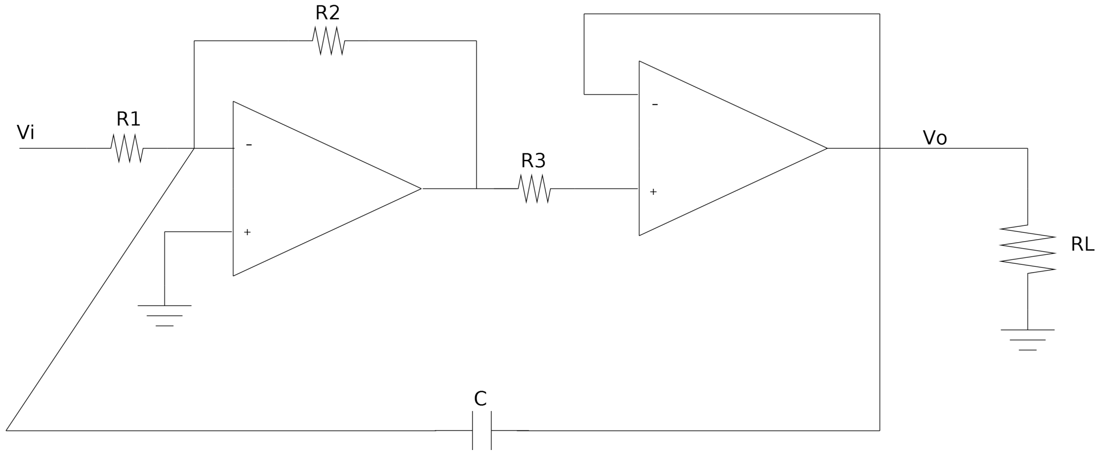


Hallar los equivalentes de Thévenin y Norton de la caja negra en régimen, sabiendo que

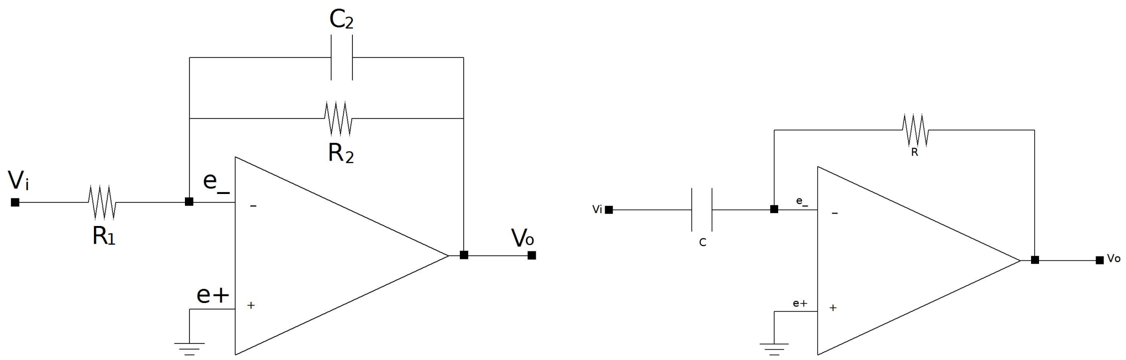
- si se le conecta una resistencia de $5k\Omega$, el fasor de la tensión en bornes, medida desde A a B es $\tilde{V}_1 = (5 - j15)V$;
- si se le conecta un condensador de impedancia $-j3k\Omega$, le consume a la caja negra una corriente de fasor asociado $\tilde{I}_2 = (4.5 - j6)mA$.

Ejercicio 5. (20min)

Hallar la transferencia en régimen sinusoidal $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$ para el circuito de la figura.



Ejercicio 6. (25min)

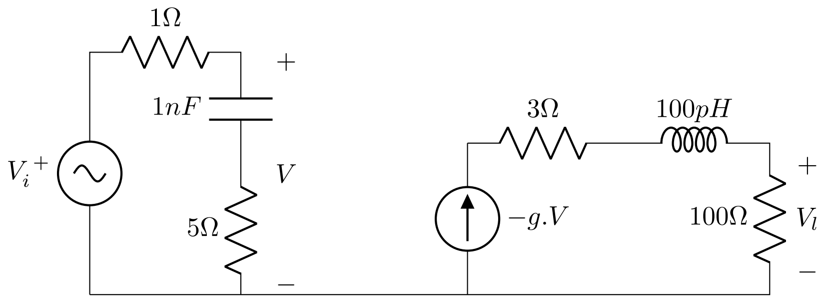


a) Hallar la transferencia en régimen sinusoidal para el circuito de la izquierda de la figura.

b) Mostrar que a altas frecuencias, el circuito es un *integrador*. Si $v_i(t)$ fuera una tensión proporcionada por un acelerómetro, la salida del operacional representaría una velocidad.

c) ¿Qué nombre le darías al circuito de la derecha?

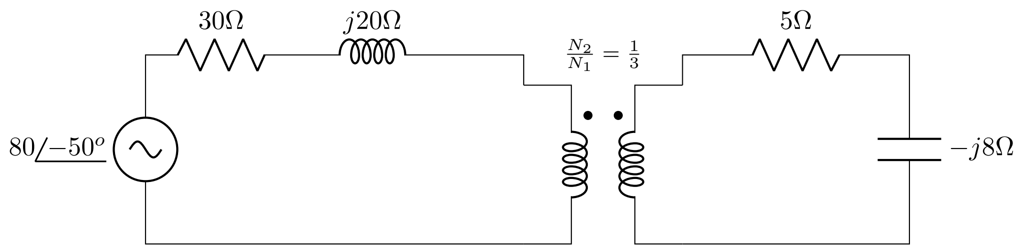
Ejercicio 7. (25min)



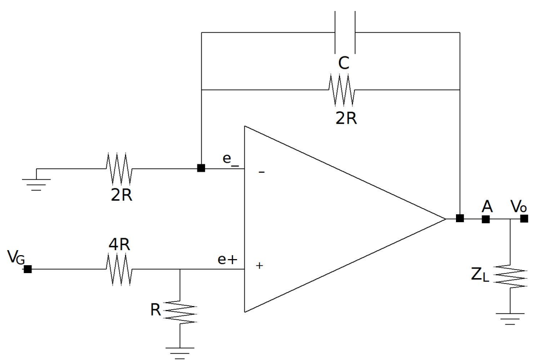
La figura representa el modelo de un amplificador transistorizado trabajando a altas frecuencias, con una fuente de tensión $v_i(t)$ (la señal) y una resistencia de carga $R = 100\Omega$. La constante g vale $100\Omega^{-1}$ (notar sus dimensiones!!). Hallar la transferencia $H(j\omega) = \frac{V_l(j\omega)}{V_i(j\omega)}$. Hallar la expresión temporal de la tensión entregada a la carga. Se sabe que $v_i(t) = 10\,cos(\omega\,t)$, $\omega = 10^8 rad/s$.

Ejercicio 8. (25min)

En el circuito en fasores de la figura, con el transformador ideal, hallar el fasor V_C en bornes del condensador. (Sugerencia: pasar la impedancia del secundario al primario, aplicar división de tensión y luego hallar lo pedido.)



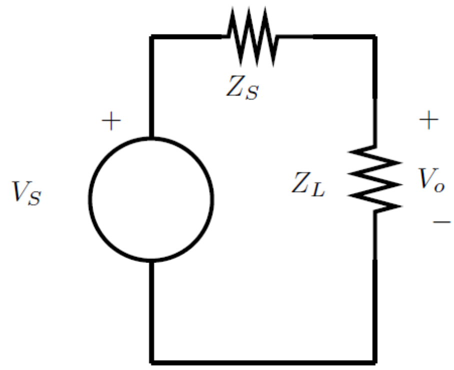
Ejercicio 9. (25min)



En el circuito de la figura, $R = 40k\Omega$ y $C = 250pF$.

- Hallar la transferencia en régimen sinusoidal $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_G(j\omega)}$, observando que no depende de la carga Z_L.
- Para $v_G(t) = 25V\cos(50.000t)$, y teniendo en cuenta la parte anterior, hallar el equivalente Thévenin desde la salida (sin considerar Z_L).

Ejercicio 10. (20min)



a) En el circuito de la figura, hallar $Z_L = R_L + jX_L$ en función de $Z_S = R_S + jX_S$ para que haya máxima disipación de potencia activa en Z_L, sabiendo que $R_L \geq 0$ y $X_L \in \mathbb{R}$.

b) ¿Cómo cambia el resultado si se agrega la restricción de que el factor de potencia de Z_L es constante y conocido? (Verificar que $|Z_{Lopt}| = |Z_S|$).

(Sugerencia: revisar las diapositivas.)

Ejercicio 11. (30min)

A la izquierda de la figura 11.1 se muestra un modelo simplificado de un motor de inducción monofásico (sistema electromecánico) operando en régimen sinusoidal. La potencia disipada en R representa la potencia mecánica entregada a la carga más pérdidas rotacionales de vacío (fricción en rodamientos, histéresis, etc.) (figura 11.1 - derecha). El campo inducido por la inductancia L es el que magnetiza el circuito magnético del motor, y se mantiene constante. Se pide:

a) Diagrama fasorial tensión-corriente. Incluir las tensiones y corrientes de todos los elementos del circuito.

b) Potencias activa, reactiva y aparente entregadas por la fuente.

c) Si se coloca un condensador C en bornes del motor, calcular analíticamente, ayudándose con el diagrama fasorial, el valor del condensador que anule la potencia reactiva consumida por el motor a la fuente.

Los datos del modelo son: $v(t) = 311 \sin(\omega t)$, $R = 33\Omega$, $L = 0.4Hy$ y $f = 50Hz$.

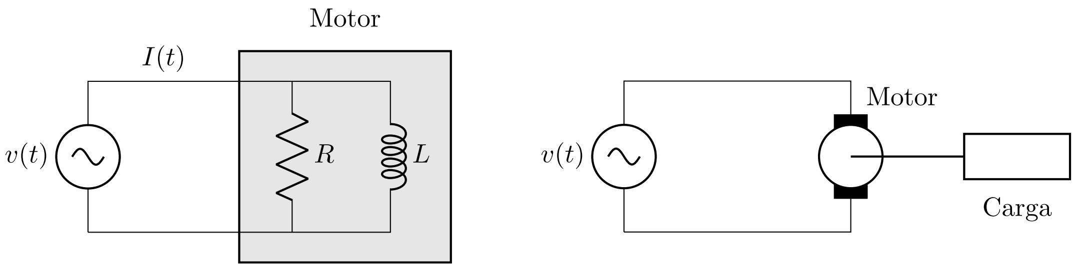
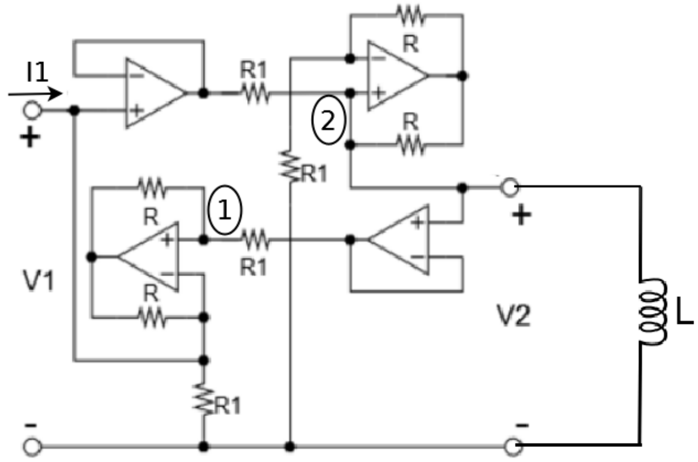


Figura 11.1: Modelo eléctrico del motor de inducción del Ejercicio 11

.

Ejercicio 12. Girador (40min)

a) El circuito de la figura se denomina *girador* y permite obtener una impedancia capacitiva pura a partir de una inductiva pura y viceversa. La impedancia vista desde los terminales de entrada V_1 es $Z_v = \frac{V_1}{I_1}$.



Mostrar que $Z_v(j\omega) = \frac{R_1^2}{Lj\omega}$. Se sugieren los siguientes pasos:

- Identificar dónde aparecen en el circuito las tensiones V_1 y V_2.
- Observar que en cada operacional, las resistencias de valor R están *virtualmente en paralelo.*
- Mirando el nodo 1, mostrar que $I_1 = \frac{V_2}{R_1}$.
- Mirando el nodo 2, mostrar que $V_2 = \frac{Lj\omega}{R_1}V_1$.

b) En el circuito de la siguiente figura, hallar la transferencia en régimen $H(j\omega) = \frac{V_C(j\omega)}{V_i(j\omega)}$ y escribirla como un cociente de polinomios en $(j\omega)$.