Teoría de Circuitos - Práctico 5

Diagramas de Bode

2024 - Semestre par

En el presente práctico se espera que se gane intuición respecto de los diagramas de Bode asintóticos, boquejándolos a mano. Sin embargo, se sugiere utilizar algún sitio web que permita graficar en línea los diagramas de Bode de una transferencia, para poder visualizar los diagramas reales y verificar las conclusiones a las que se lleguen.

Tener presente siempre chequear la consistencia dimensional de las expresiones que van encontrando!!!

Para tener una referencia, acompañamos cada ejercicio con un tiempo estimado para su resolución. Si algo lleva mucho más tiempo, avisen!!

Ejercicio 1. (30 min)

a) Exprese las siguientes cantidades en decibeles (dB) de tensión: 1, 2, $\sqrt{2}$, 10, 10^6.

b) Expresar en decibeles las mismas cantidades de la parte anterior, duplicadas.

c) Repetir la parte **a)** para calcular las mismas cantidades, a las que se les suma 10.

Ejercicio 2. (25 min)

a) Se dice que dos frecuencias distan un semitono cuando su cociente es $\sqrt[12]{2}$ o su inverso. Exprese un semitono en término de octavas y décadas.

b) Exprese en octavas y en décadas la banda de frecuencias fundamentales de los siguientes instrumentos:
piano convencional: $f_{min} = 27.5Hz$; $f_{max} = 4186Hz$;
guitarra: $f_{min} = 82.407Hz$; $f_{max} = 698.46Hz$;

Ejercicio 3. (60 min)

Graficar los diagramas asintóticos de Bode (fase y amplitud) de las siguientes transferencias, indicando los valores exactos en los puntos notables. TEner presente lo hecho en el Ejercicio 1 del PrÃ¡ctico 4 de fasores.

$$a)\ \frac{2(j\omega+1)}{(0.1j\omega+1)} \quad , \quad b)\ -\frac{2(0.1j\omega-1)}{(j\omega+1)} \quad , \quad c)\ -\frac{5(0.1j\omega+1)}{j\omega(1+j0.5\omega)\left[1+j0.6\frac{\omega}{50}-\frac{\omega^2}{50^2}\right]}$$

En todos los casos, se sugiere reflexionar sobre el impacto en el comportamiento del módulo y la fase del signo de las raíces y de su presencia en el numerador o denominador. Se sugiere además responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la diferencia en dB entre el valor del módulo asintótico y el real en las singularidades?
- ¿Existe una frecuencia de trabajo tal que la salida en régimen tenga igual módulo que la entrada?

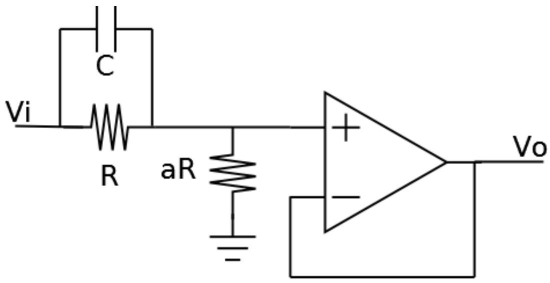
Ejercicio 4. (35 min)

Considere la siguiente transferencia en régimen sinusoidal: $H_C(j\omega) = \frac{j\omega+\omega_c}{j\omega+k\omega_c}$ con ω_C y k positivos, que se denomina *compensador de atraso-adelanto* (lead-lag compensator), por su capacidad de aportar fase a un sistema dado, siendo una componente sencilla y fundamental en los sistemas de control.

a) Hallar los diagramas de Bode asintóticos de $H(j\omega)$, discutiendo según k mayor o menor que 1.

b) Hallar $k > 1$ para que a la frecuencia $\sqrt{k}\omega_c$ el sistema aporte 37^o de adelanto.

c) ¿El circuito de la derecha implementa un retardador o un adelantador? (hallar k).



Ejercicio 5. (35 min)

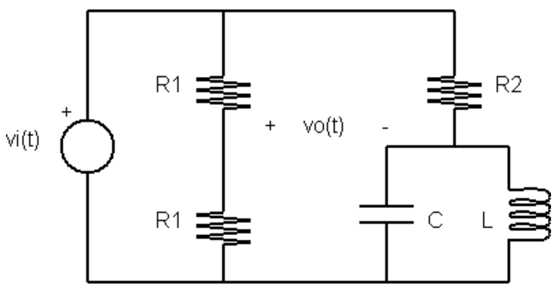
Se pretende relevar experimentalmente la transferencia de un circuito lineal. Para ello se excita el mismo con entradas sinusoidales de diferente frecuencia. Con un osciloscopio, se releva la amplitud de la entrada, la amplitud de la salida en régimen y la relación de fase entre ambas señales. Los valores obtenidos (con errores menores a $10mV$ y 1^o) se listan a continuación.

# ensayo	Frecuencia (Hz)	Amp. ent. (V)	Amp. sal. (V)	Desfasaje (^{o})
1	0.1	10	1.33	-2
2	1	10	1.23	-23
3	10	10	0.31	-77
4	100	10	0.03	-89

Hallar una transferencia real, racional, propia (o estrictamente propia), de primer orden, que permita ajustar los puntos relevados experimentalmente. **Sugerencia:** realizar un Diagrama de Bode genérico de una transferencia real racional propia de primer orden y ajustar los parámetros.

Ejercicio 6. (35 min)

Se considera el circuito de la figura:



a) Hallar la transferencia en régimen sinusoidal $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$, siendo $V_i(j\omega()$ y $V_o(j\omega)$ los fasores asociados a la entrada y la salida en régimen respectivamente.

b) Sabiendo que se cumplen las relaciones $\omega_0 = \frac{1}{R_2C} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, realizar los Diagramas de Bode asintóticos de $H(j\omega)$. Bosquejar los reales.

c) Hallar la frecuencia ω para la cual se cumple que si la entrada es $v_i(t) = cos(\omega t)$, la salida en régimen es $v_o(t) = -A.cos(\omega t)$ con $A > 0$. Calcular el valor de A.

Ejercicio 7. (45 min)

Se considera el circuito de la figura 7.1, que implementa un filtro activo, es decir, un filtro basado en operacionales, de segundo orden. Esta topología se denomina **Sallen-Key** (se recomienda buscar en Internet otras topologías).

a) Sabiendo cómo se comporta un condensador en alta y baja frecuencia, notar que para alta frecuencia, la salida es nula, en tanto que en baja frecuencia, la salida es proporcional a la entrada, con ganancia $K = 1 + \frac{R_4}{R_3}$.

b) Hallar la transferencia en régimen sinusoidal. Verificar que el circuito implementa un **filtro pasabajos** de segundo orden, de ganancia a determinar (expresarla en la forma estándar con ζ y ω_n).

c) Hallar valores posibles de R, C, K y a para implementar un filtro de segundo orden con $\zeta = \frac{1}{2}$ y $\omega_n = 2\pi.1kHz$.

d) Bosquejar los diagramas de Bode asintóticos.

e) Repita lo anterior para el circuito de la figura 7.2, observando que implementa un filtro pasa altos de segundo orden. Setear la frecuencia de corte en $100Hz$.

f) ¿Cómo implementaría un filtro pasabanda?

Lectura sugerida: en el reporte técnico http://www.ti.com/lit/an/sloa024b/sloa024b.pdf se encuentra una descripción minuciosa de la topología de Sallen-Key y la metodología de diseño de diversas clases de filtros activos.

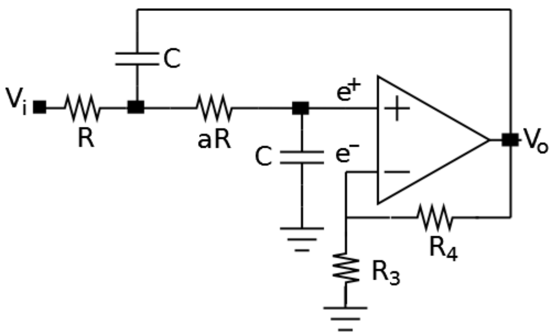


Figura 7.1: Circuito pasabajos del Ejercicio 7.

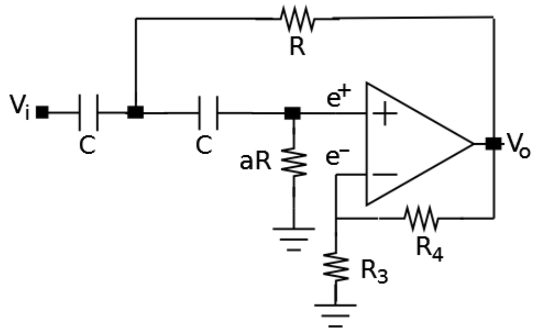


Figura 7.2: Circuito pasa altos del Ejercicio 7.

Ejercicio 8. (45 min)

La transferencia en régimen sinusoidal de un filtro pasabanda de segundo orden se puede escribir de manera genérica como

$$H(j\omega) = \frac{K\omega_0}{Q} . \frac{j\omega}{(j\omega)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)(j\omega) + \omega_0^2}$$

donde ω_0 es la frecuencia central del filtro y Q es el **factor de calidad**, que describe cuán bueno es el filtro. Si se tiene $Q > \frac{1}{2}$, el denominador presenta raíces complejas conjugadas: $\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$, de módulo ω_0. Cuando $Q \to +\infty$, las raíces tienden a ser imaginarias puras.

a) Mostrar que H puede escribirse como $Hj\omega) = \frac{K}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| & = & \frac{K}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \\ \\ arg\, H(j\omega) & = & -atan\left[Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right] \end{cases}$.

Se verifica que a las frecuencias $\omega_1 = \omega_0\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} + \frac{\omega_0}{2Q}$, $\omega_2 = \omega_0\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} - \frac{\omega_0}{2Q}$. el sistema presenta una atenuación de $\frac{K}{\sqrt{2}}$.

b) Usando herramientas digitales, graficar módulo y fase de H (en escala lineal), para los valores $Q = 0,7$, $Q = 3$ y $Q = 10$, ubicando las frecuencias ω_1 y ω_2.

c) Mostrar que los siguientes circuitos permiten implementar un filtro pasabanda. Bosquejar sus diagramas de Bode asintóticos. Ver si alguno permite implementar un factor de calidad $Q = \frac{3}{4}$.