



La fusión de imágenes que interesa en la interpretación de entornos urbanos es aquella en la que se une una imagen pancromática (PAN) y otra multiespectral (MS). La PAN aporta una gran resolución espacial pero sólo en color gris mientras que la MS aporta el color producido por varias bandas (normalmente las tres bandas fundamentales: rojo, verde y azul). El resultado es una imagen fusionada con la máxima resolución espacial y espectral. En este trabajo exponemos un ejemplo de los métodos tradicionales como es la fusión mediante la transformación IHS con indicación de sus problemas de distorsión del color, a continuación se ejecuta una fusión mediante técnicas de multi-resolución basada en wavelets que soluciona los problemas de distorsión. Finalmente se tiene en cuenta uno de los algoritmos recientes que además tiene en consideración la anisotropía de la imagen. Para ello hace un análisis multidireccional de las imágenes a fusionar. La calidad de la fusión debe ser analizada desde un punto de vista cuantitativo, para ello se han empleado aquellas medidas que, en las referencias actuales, han mostrado mayor utilidad. Un examen visual de la fusión también es necesario para establecer conclusiones sobre cada uno de los métodos. En nuestro estudio hemos empleado imágenes procedentes del satélite QuickBird por ser uno de los que proporciona mayor resolución espacial y por tanto una mejor identificación de los objetos del entorno urbano.



LA FUSIÓN DE IMÁGENES DE TELEDETECCIÓN: UNA AYUDA PARA LA INTERPRETACIÓN DE ENTORNOS URBANOS

Juan F. Reinoso Gordo, Carlos León Robles

Introducción

Las imágenes de teledetección (procedentes de satélites o aéreas) son usadas a diario por cartógrafos, planificadores del territorio y en general por todas aquellas disciplinas englobadas bajo la denominación de Ciencias de la Tierra. Especial interés para el Análisis Urbano tienen aquellas imágenes de la ciudad procedentes de satélites con alta resolución espacial como es el caso de las que se utilizan en nuestro estudio (satélite QuickBird). La imagen PAN tiene un tamaño de píxel sobre el terreno de 0,7 m, mientras que el tamaño de la MS es de 2,4 m. Por otra parte la resolución espectral de QuickBird es de 4 bandas pertenecientes a las longitudes de onda del infrarrojo, rojo, verde y azul. En este trabajo sólo se han empleado las bandas del espectro visible: rojo, verde y azul (RGB). Por su parte la PAN es una única imagen pero que registra el ancho de banda correspondiente al espectro visible. Existe una gran cantidad de trabajos que estudian la fusión de imágenes de satélite p.e.: Núñez, 1999;

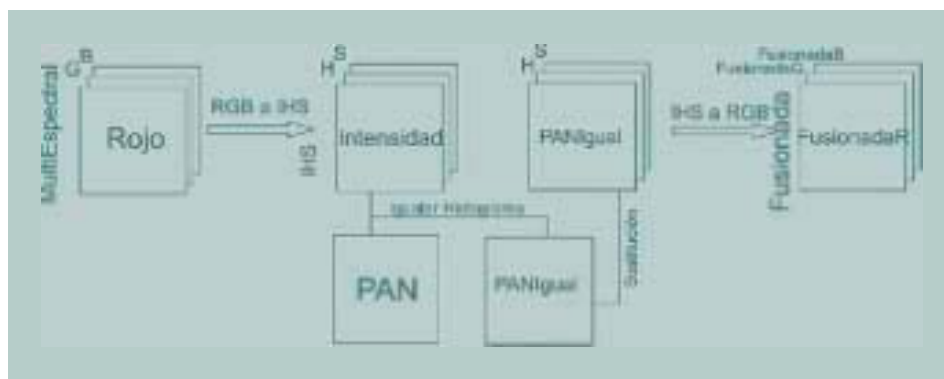
Zhang, 1999; Li et al. 2002; Zhang et al. 2005. Y en todos ellos se parte de la premisa de que debe existir un buen registro entre la PAN y la MS, entendiéndose por buen registro la diferencia posicional entre PAN y MS con valores inferiores al subpíxel.

Amolins et al. (2007) clasifican los métodos de fusión en clásicos, basados en wavelet e híbridos, a los que habría que añadir los multidireccionales que recogemos en este trabajo (Lillo, 2004) por su capacidad para detectar la anisotropía de la imagen. Los métodos clásicos son capaces de detectar muy bien la geometría de la imagen PAN e incorporarla a la MS pero tienen el inconveniente que durante el proceso de fusión introducen distorsiones del color. La distorsión del color implica la asignación de colores, a zonas de la imagen fusionada, que no existían en la MS original. Esta distorsión se acentúa cuando la longitud de onda de las bandas MS no está cubierta por la longitud de onda de la banda PAN, como es el caso de la ban-

Palabras clave: **Pancromática, multiespectral, fusión, IHS, multiresolución, wavelet, multidireccional, QuickBird.**



1: Esquema de fusión IHS.



da infrarroja en el caso del satélite QuickBird. Una solución a la distorsión del color se logró con el método multirresolución basado en wavelet (Núñez, 1999), el cual era capaz de extraer de la PAN los detalles de la geometría e incorporar sólo dichos detalles con lo que se conservaba en gran medida el color original de la MS. La técnica de descomposición wavelets en principio estaba basada en el algoritmo de Mallat (1989), pero producía problemas de anillo en torno a los objetos singulares de la escena como consecuencia del efecto Gibbs. Este efecto de anillo se debe a que el algoritmo de Mallat es ‘diezmado’: en cada etapa reduce el tamaño de la imagen a 1/4 de la imagen en la etapa anterior (Yocky, 1996). El efecto anillo se elimina mediante el uso de algoritmos ‘no diezmado’ como es el caso del algoritmo ‘à trous’ (Shensa, 1992), que significa con agujeros. Entre los métodos multidireccionales más recientes se encuentran algunas extensiones de las wavelets como son las técnicas curvelets (Cândes et al. 2000), contourlets (Cunha et al. 2006) y otra desarrollada por Lillo y Gonzalo (2004).

La evaluación de la calidad de la fusión ha sido un tema ampliamente estudiado desde los inicios hasta la actualidad. Se han desarrollado medidas que evalúan tanto la calidad espacial como espectral de la imagen fusionada (Zhou, 1998; Wald, 2000; Wang, 200, 2004). Estas medidas que cuantifican la calidad se ven complementadas, generalmente, por un examen visual que conduce a la emisión de un juicio sobre los resultados.

A continuación se presentan los métodos de fusión (IHS, wavelet y mul-

tidireccional), las medidas empleadas y una imagen QuickBird sobre la que se aplican los mismos junto con un análisis de resultados.

Fusión IHS

La fusión IHS se fundamenta en la posibilidad de definir una imagen en color mediante dos sistemas de coordenadas diferentes. El sistema más habitual es el que almacena en tres matrices diferentes cada una de las bandas de color componentes rojo, verde y azul (sistema RGB); el otro sistema que nos interesa también almacena la imagen en tres matrices que representan la intensidad, tono y saturación (sistema IHS). En el sistema IHS la intensidad almacena la estructura espacial de la imagen, mientras que tono y saturación almacenan la estructura espectral. Aunque la imagen PAN se muestra en una escala de grises, también es posible descomponerla en el sistema IHS y como su resolución espacial es mayor, su componente intensidad (I) conservará dicha resolución. La transformación consiste en sustituir la componente I de la MS por la componente I de la PAN y la nue-

va imagen fusionada se vuelve a expresar en el sistema RGB. Para minimizar las distorsiones del color, antes de realizar la sustitución la imagen PAN se modifica mediante la igualación de su histograma al histograma de la MS, y con dicha PAN modificada se hace la transformación IHS (Fig. 1). El paso del sistema RGB a IHS se expresa por las ecuaciones (1) y el paso de IHS a RGB se expresa por las ecuaciones (2).

$$\begin{pmatrix} I \\ v1 \\ v2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} H = \tan^{-1}\left(\frac{v1}{v2}\right) \\ S = \sqrt{v1^2 + v2^2} \end{matrix}$$

(1)

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ v1 \\ v2 \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} v1 = S \cos(H) \\ v2 = S \sin(H) \end{matrix}$$

(2)

Fusión Wavelet

La transformada wavelet puede descomponer una señal (en nuestro caso una imagen) en dos partes, una correspondiente a un aproximante (parte gruesa de la imagen) y otra correspondiente a los detalles (geometría de los objetos singulares). Matemáticamente se puede expresar la imagen $f(x)$ como en la ecuación 3:

$$f(x) = \sum_{j=0}^J c_{j,k} \Phi_{j,k}(x) + \sum_{j=1}^J \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \Psi_{j,k}(x) \quad (3)$$

Donde $c_{j,k}$ y $d_{j,k}$ son los coeficientes de aproximación y detalle de las funciones de escala ($\Phi_{j,k}(x)$) y wavelet ($\Psi_{j,k}(x)$) respectivamente. J indica el nivel de resolución hasta el que se ha llegado en la descomposición de la imagen. Las funciones de escala $\{\Phi_{j,k}(x)\}$ y wavelet $\{\Psi_{j,k}(x)\}$ forman bases ortonormales de subespacios V_j y W_j que a su vez son complementarios entre sí.

Las formas de la wavelet madre y la de la función de escala, expresadas ambas en forma diádica, son las de las ecuaciones (4)

$$\begin{aligned} \Psi_{j,k}(x) &= \sqrt{2} \Psi(2^j x - k); \quad j, k \in \mathbb{Z}; \\ \Phi_{j,k}(x) &= \sqrt{2} \Phi(2^j x - k); \end{aligned} \quad (4)$$

$\Phi_{j,k}(x)$ tiene el efecto de un filtro de paso bajo mientras que $\Psi_{j,k}(x)$ tiene el efecto de un filtro de paso alto.

El algoritmo de fusión wavelet sigue los siguientes pasos:

1. Para cada banda (R, G y B) de la original MS se obtiene una nueva PAN (PAN_R, PAN_G, PAN_B) mediante la igualación de su histograma con las referidas R, G y B.

2. Se descompone mediante la transformación wavelet cada banda de la MS original en detalles ($R_{Detalle}, G_{Detalle}, B_{Detalle}$) y aproximantes ($R_{Aprox.}, G_{Aprox.}, B_{Aprox.}$) para un nivel de resolución j , en nuestro caso $j=2$.

3. Se descompone mediante la transformación wavelet cada PAN_R, PAN_G, PAN_B en detalles ($PAN_{R-Detall.}, PAN_{G-Detall.}, PAN_{B-Detall.}$) y aproximantes ($PAN_{R-Aprox.}, PAN_{G-Aprox.}, PAN_{B-Aprox.}$) para el mismo nivel de resolución j que en el paso 2.

4. Por cada banda se crea una nueva banda fusionada formada por los detalles de la pancromática ($PAN_{R-Detall.}, PAN_{G-Detall.}, PAN_{B-Detall.}$) y los aproximantes de la MS ($R_{Aprox.}, G_{Aprox.}, B_{Aprox.}$). Lo cual da lugar a la fusionada color definitiva (ecuación 5).

$$RGB_{Fusionada} = [R_{Aprox.} + PAN_{Detalle}, G_{Aprox.} + PAN_{Detalle}, B_{Aprox.} + PAN_{Detalle}] \quad (5)$$

Véase el proceso gráfico en la Figura 2; para no aumentar excesivamente el tamaño de la misma se ha omitido la representación de ($PAN_{R-Detall.}, PAN_{G-Detall.}, PAN_{B-Detall.}$) y ($PAN_{R-Aprox.}, PAN_{G-Aprox.}, PAN_{B-Aprox.}$) y sólo se ha puesto a modo de ejemplo $PAN_{Aprox.}$ y $PAN_{Detalle}$ que se han extraído de la PAN original.

El algoritmo empleado utiliza la función de escala de las B-Spline cúbicas que se traduce en el filtro bidimensional de la ecuación 6. Dicho filtro se ha aplicado con arreglo al algoritmo no diezmado 'à trous' (Shensa, 1992).

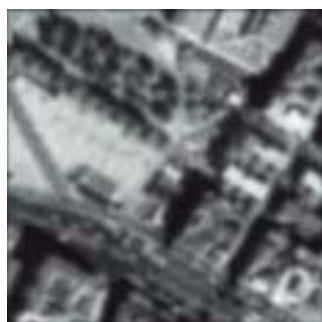
$$Filtro = \frac{1}{256} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$



MS color Original



PAN Original



PAN_{Aprox.} $j=2$



PAN_{Detall.} $j=2$



R Original



R_{Aprox.} $j=2$



R_{Detall.} $j=2$



R_{Aprox.} + PAN_{R-Detall.}



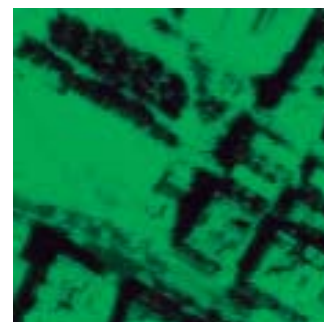
G Original



G_{Aprox.} $j=2$



G_{Detall.} $j=2$



G_{Aprox.} + PAN_{G-Detall.}



B Original



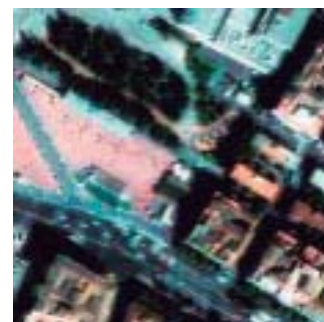
B_{Aprox.} $j=2$



B_{Detall.} $j=2$



B_{Aprox.} + PAN_{B-Detall.}



2. Secuencia de Fusión de imágenes mediante técnica wavelet

$$RGB_{Fusionada} = [R_{Aprox.} + PAN_{Detall.}, G_{Aprox.} + PAN_{Detall.}, B_{Aprox.} + PAN_{Detall.}]$$

Fusión Multiresolución Multidireccional

Con este algoritmo se pretende detectar con más precisión los detalles que no tengan orientaciones horizontales, verticales o diagonales, si no que ocupen otras direcciones de la imagen (Lillo y Gonzalo, 2007). En este sentido aventaja al algoritmo del apartado anterior, que sólo podía tener en cuenta las tres direcciones mencionadas. En el aspecto de la ejecución sólo se diferencia respecto del algoritmo wavelet anterior en la forma de obtener los detalles, existirán tantos niveles de resolución como direcciones se deseen analizar. Cada aproximante se consigue mediante el filtro elipsoidal $H(u,v)$ ecuaciones 7.

$$H(u,v) = H_1(u) \times H_2(v) - \alpha u H_1(u) \times v H_2(v)$$

$$\text{donde } \alpha = \frac{(a^2 - b^2) \sin(2\theta)}{(a^2 + b^2)}$$

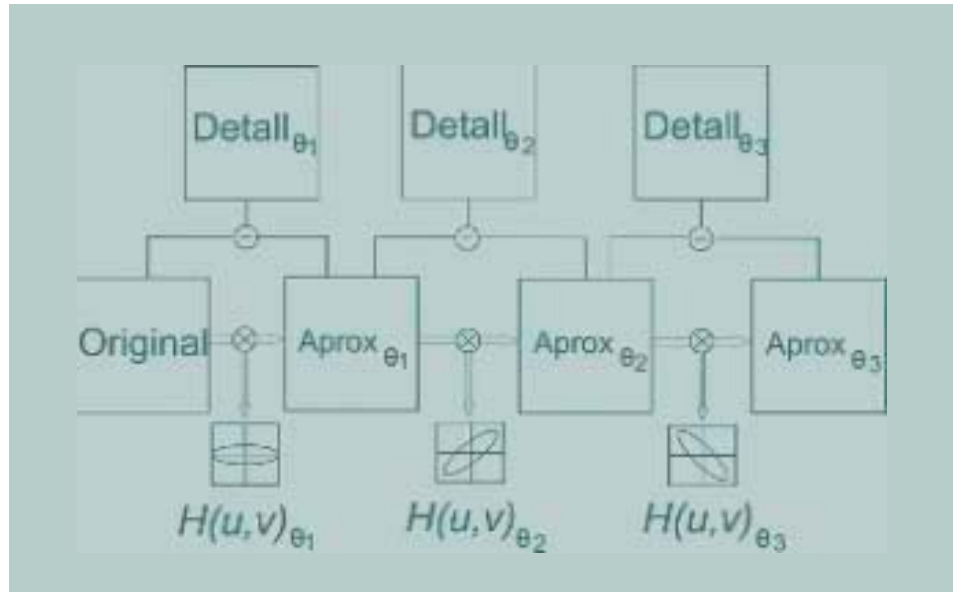
$$H_1(u) = \exp\left(-u^2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2}\right)\right)$$

$$H_2(v) = \exp\left(-v^2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2}\right)\right)$$

(7)

Donde θ es la dirección considerada, a es la escala y b es la elongación.

La Figura 3 presenta el esquema de obtención de aproximantes y detalles del algoritmo multidireccional. Una vez obtenidos detalles y aproximantes las fases son las mismas que en el algoritmo de la sección 3.



Medidas evaluadoras de la calidad

Las medidas evaluarán la calidad tanto espectral como espacial. Para ello se suele comparar la imagen fusionada, bien con la original en color, lo que da idea de lo bien que se ha conservado el aspecto espectral, bien con la pancromática que dará información sobre la cantidad de detalles geométricos que se han incorporado a la imagen fusionada. Teniendo en cuenta esos condicionantes se han seleccionado 7 medidas de forma que cumplan con los objetivos de la evaluación.

La notación empleada es la siguiente:

i : i ésima banda

O_j : j ésimo pixel en la i ésima banda original. También puede ser la PAN

F_j : j ésimo pixel en la i ésima banda fusionada

NP : número de pixeles

3. Esquema de fusión multidireccional.

\bar{F} : valor medio de los pixeles en la banda fusionada

\bar{O} : valor medio de los pixeles en la banda original

Las medidas son las siguientes:

- Índice de Calidad Universal (ICU) (Wang y Bovik, 2002):

$$ICU = \frac{4\sigma_{OF}}{(\sigma_o^2 + \sigma_f^2) \left[(\bar{O})^2 + (\bar{F})^2 \right]}$$

- Coeficiente de Correlación (CC):

$$CC(n_i) = \frac{\sum_{j=1}^{NP} (O_j - \bar{O})(F_j - \bar{F})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{NP} (O_j - \bar{O})^2 \sum_{j=1}^{NP} (F_j - \bar{F})^2}}$$

- Índice de Similitud Estructural: mide la información estructural en la imagen fusionada (ISE) (Wang et al., 2004):

$$ISE(O, F) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M SSIM(O_i, F_i);$$

$$SSIM(O, F) = \frac{(2\bar{O} \cdot \bar{F} + C_1)(2\sigma_{OF} + C_2)}{(\bar{O}^2 + \bar{F}^2 + C_1)(\sigma_O^2 + \sigma_F^2 + C_2)}$$

M= número de ventanas locales de la imagen

- Discrepancia (DC):

$$D_i = \frac{1}{NP} \sum |O_i - F_i|$$

- ERGAS (Wald, 2000):

$$ERGAS = 100 \frac{h}{l} \sqrt{\frac{1}{n} \sum \left(\frac{RMSE_i^2}{IMG_i^2} \right)}$$

donde IMG es PAN o F

h y l son las resoluciones espaciales de la PAN y MS respectivamente

- Zhou index (Zhou et al., 1998)

$$Zhou = \frac{\sum_{i=1}^M (F_i - \bar{F}_i)(PAN_i - \bar{PAN}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^M (F_i - \bar{F}_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^M (PAN_i - \bar{PAN}_i)^2}}$$

donde \bar{PAN} y \bar{F} son las imágenes PAN y la fusionada filtrada por el laplaciano respectivamente

- Mapa Angular Espectral (SAM) (Nencini et al. 2007):

$$SAM(O, F) = \arccos \left(\frac{(O, F)}{\|O\|_2 \cdot \|F\|_2} \right)$$

Para analizar y comparar los métodos de fusión se han construido tres tablas:

- Tabla 1 (Medidas espectrales): se calcula cada medida entre bandas homólogas (p.e. las bandas rojas) que pertenecen a la imagen fusionada y a la imagen MS. La medida se calcula para cada una de las tres bandas, lo que produce 3 medidas por cada imagen fusionada, con esas tres medidas se puede calcular la media que será el valor que se usará para comparar la bondad entre los métodos. Cuanto mayor sea el valor de la medida (excepto en el caso de la medida discrepancia) mejor se habrá transmitido el color desde la MS original hasta la imagen fusionada.
- Tabla 2 (Medidas espaciales): las medidas se calculan de manera similar a las de la tabla 1 pero en este caso cada banda de la imagen fu-

sionada se compara siempre con la PAN. El valor de la medida indica el grado con el que los objetos de la PAN (con mucho mayor nivel de detalle que en la MS) se han transferido a la imagen fusionada. Cuanto más alto es el valor de la medida mayor resolución espacial ha conseguido la fusionada.

- Tabla 3 (Medidas globales espaciales y espectrales): las medidas que aparecen en esta tabla no realizan un análisis banda a banda, sino que proporcionan un valor global de la calidad de la fusión. El aspecto espacial es medido por la medida ERGAS espacial, mientras que el aspecto espectral es medido por las medidas SAM y ERGAS espectral. En esta tabla a diferencia de las anteriores, cuanto más pequeño es el valor mejor es la fusión.

Medidas Espectrales				
		IHS	Wavelet	Multidir
Calidad Universal	Rojo	0,798	0,953	0,955
	Verde	0,811	0,952	0,954
	Azul	0,792	0,953	0,953
	Media	0,801	0,953	0,954
MSSIM	Rojo	0,487	0,581	0,603
	Verde	0,480	0,584	0,605
	Azul	0,472	0,563	0,578
	Media	0,480	0,576	0,595
Coeficiente de Correlación	Rojo	0,825	0,953	0,955
	Verde	0,820	0,952	0,954
	Azul	0,826	0,953	0,953
	Media	0,824	0,953	0,954
Discrepancia	Rojo	34,105	15,987	15,872
	Verde	31,320	15,998	15,993
	Azul	34,535	16,542	16,836
	Media	33,320	16,176	16,234

Tabla 1: Medidas Espectrales



Medidas Espaciales				
		IHS	Wavelet	Multidir
Calidad Universal	Rojo	0,961	0,908	0,917
	Verde	0,991	0,906	0,915
	Azul	0,965	0,864	0,876
	Media	0,972	0,893	0,903
MSSIM	Rojo	0,940	0,849	0,860
	Verde	0,973	0,849	0,860
	Azul	0,936	0,808	0,822
	Media	0,950	0,836	0,847
Coeficiente de Correlación	Rojo	0,985	0,912	0,920
	Verde	0,996	0,908	0,917
	Azul	0,986	0,868	0,880
	Media	0,989	0,896	0,906
Zhou	Rojo	0,995	0,989	0,986
	Verde	0,998	0,984	0,982
	Azul	0,995	0,976	0,975
	Media	0,996	0,983	0,981

Tabla 2: Medidas Espaciales.

Medidas Globales Espectrales y Espaciales			
	IHS	Wavelet	Multidir
Espacial ERGAS	0,766	1,111	1,082
Espectral ERGAS	1,328	0,931	0,925
SAM	3,769	3,244	3,482

Tabla 3: Medidas Globales Espectrales y Espaciales.

Nótese cómo todas las medidas no se aplican para las evaluaciones espectrales y espaciales, pues en algunos no tiene sentido hacer una interpretación de la medida.

Análisis y discusión de resultados

De la observación de las tablas 2 y 3 se tiene que los mejores valores espaciales los obtiene el método IHS;

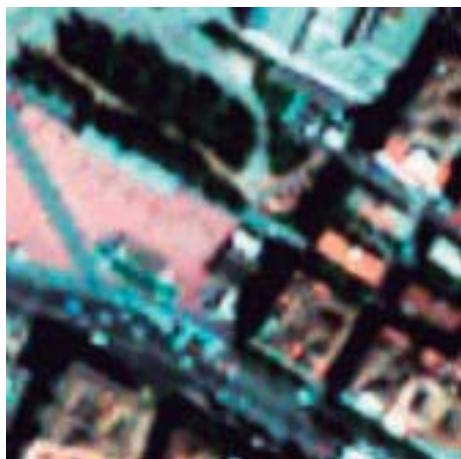
sin embargo tras la evaluación visual de las imágenes de la Figura 4, en el método IHS se aprecia distorsión del color, especialmente en los árboles y en tejados cuyo color es anaranjado en la MS original. También se observa una pérdida de intensidad del color rosa en la zona de la plaza. Los métodos Wavelet y Multidireccional tienen unos valores muy similares, tanto en su faceta espacial como multiespectral, aunque de la observación visual, parece que las Wavelet reproducen con un poco más de fidelidad los colores. En cualquier caso, estos dos últimos métodos reúnen las cualidades que se le pide a la fusión de imágenes: integración en una única imagen de la mayor resolución espacial de la PAN y la mayor resolución espectral de la MS.

7. Conclusiones

Los métodos de fusión de imágenes que se han presentado en este trabajo se muestran útiles en la integración de información geográfica, concretamente urbana, procedentes de imágenes de diferentes resoluciones PAN y MS. Particularmente permiten la discriminación de objetos que si se observasen en las imágenes PAN o MS separadamente no sería posible asignar correctamente a la categoría que pertenecen. Esto implica una ayuda considerable a aquellas personas que han de interpretar los entornos urbanos basándose en la observación de imágenes urbanas (en nuestro caso imágenes procedentes del satélite QuickBird).



4. Resultados de la Fusión. De izquierda a derecha y de arriba abajo: MS, PAN, Fusionada IHS, Fusionada Wavelet y Fusionada Multidireccional.



Referencias

- Y. ZHANG, G. HONG: 'An IHS and wavelet integrated approach to improve pan-sharpening quality of natural colour IKONOS and QuickBird images', *Inf. Fusion.*, 2005, 6 (3), 225-234.
- J. NÚÑEZ, X. OTAZU, O. FORS, A. PRADES, V. PALÀ, R. ARBIOL: 'Multiresolution-Based Image Fusion with Additive Wavelet Decomposition', *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing.*, 1999, 37 (3), 1204-1211.
- Y. ZHANG: 'A new merging method and its spectral and spatial effects', *Int. J. Remote Sens.*, 1999, 20 (10), 2003-2014.
- S. LI, J. T. KWOK, Y. WANG: 'Using the discrete wavelet frame transform to merge Landsat TM and SPOT panchromatic images', *Inf. Fusion.*, 2002, 3(1), 17-23.
- K. AMOLINS, Y. ZHANG, P. DARE: 'Wavelet based image fusion techniques - An introduction, review and comparison', *ISPRS-J. Photogramm. Remote Sens.*, 2007, 62(4), 249-324.
- M. LILLO, C. GONZALO: 'Multispectral images fusion by a joint multidirectional and multiresolution representation', *Int. J. Remote Sens.*, 2004, 26 (6), 1263-1268.
- S. MALLAT: 'A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation', *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 1989, 11(7), 674-693.
- D. A. YOCKY: 'Artifacts in wavelet image merging'. *Opt. Eng.* 1996, 35(7), 2094-2101.
- M. J. SHENSA: 'The Discrete Wavelet Transform: Wedding the à trous and Mallat algorithms'. *IEEE Trans. Signal Proc.* 1992, 40 (10), 2464-2482.
- E. J. CANDÈS, D. L. DONOHO: 'Curvelets- a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges', in *Curves and Surfaces*, C. Rabut, A. Cohen, L. L. Schumaker, Eds. Vanderbilt University Press. 2000.
- A. L. DA CUNHA, J. ZHOU, M. N. DO.: 'The Nonsubsampled Counterlet Transform: Theory, Design, and Applications'. *IEEE Trans. Image Process.*, 2006, 15 (10), 3089-3101.
- J. ZHOU, D. CIVCO, J. SILANDER: 'A Wavelet method to merge Landsat TM and SPOT panchromatic data', *Int. J. Remote Sens.*, 1998, 19 (4), 743-757.
- Z. WANG, A. C. BOVIK: 'A Universal Image Quality Index'. *IEEE Signal Process. Lett.* 2002, 9(3), 81-84
- Z. WANG, A. C. BOVIK, H. R. SHEIKH, E. P. SIMONCELLI: 'Image quality assessment: from error visibility to structural similarity', *IEEE Trans. Image Process.*, 2004, 13 (4), 600-612.
- Wald: 'Quality of high resolution synthesized images: Is there a simple criterion?' in *Proc. Int. Conf. Fusion of earth Data.*, 2000, Jan, 99-105.
- F. NENCINI, A. GARZELLI, S. BARONTI, L. ALPARONE: 'Remote sensing image fusion using the curvelet transform', *Inf. Fusion.*, 2007, 8 (2), 143-156.