

Sistemas de Comunicación

Primer Parcial

Instituto de Ingeniería Eléctrica

26 de abril de 2019

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas y 30 minutos.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

Problema 1 [10 pts.]

El estándar HD-SDI, formalmente SMTPE 292M, fue publicado por la *Society of Motion Picture and Television Engineers* y es actualmente utilizado dentro de los estudios de televisión para distribuir video en HD “crudo” (sin compresión).

Podemos asumir que la señal de video en HD es un proceso a_k binario y estacionario, en el que la ocurrencia de 1s y 0s tiene idéntica probabilidad y es codificada como “A” y “-A” respectivamente. La tasa de bits es 1.485 Gbps (1 Gbaud por tratarse de una señal PAM binaria) y los pulsos utilizados son ondas cuadradas NRZ. Supondremos en principio que la secuencia de bits es no correlacionada entre muestras

- Hallar y bosquejar la densidad espectral de potencia de la señal conformada por el pulso.
- ¿Qué ancho de banda se requiere para transmitir la señal conformada? Comente qué criterio utilizó.
- ¿Qué beneficios y contras ve en utilizar codificación Manchester en lugar de pulsos cuadrados NRZ? Bosqueje cómo sería el espectro en tal caso.
- ¿Cambia su respuesta a la pregunta (b) en caso que exista correlación entre bits? Justifique.

Problema 2 [20 pts.]

En la década del '80, muchas emisoras de AM comerciales a nivel mundial comenzaron a transmitir en estéreo, lo cual decayó muy rápido con la desaparición de la música de las estaciones de AM, la cual pasó mayoritariamente a las FM. Hoy en día, la mayoría de las antiguas emisoras estéreo de AM ya no son estéreo o han abandonado la banda de AM. Si bien en Uruguay nunca se implementó AM estéreo, analizaremos el funcionamiento de un sistema para tales fines en este ejercicio.

En la figura 1 se presenta el sistema propuesto para la transmisión de AM estéreo. La señales $x_i(t)$ y $x_d(t)$ corresponden a los canales izquierdo y derecho respectivamente, siendo ambas modeladas como procesos de media nula y potencia S_x , independientes entre sí, con ancho de banda W . El canal a considerar tiene atenuación en potencia L e introduce ruido AWGN con densidad espectral de potencia $\eta/2$.

- Hacer el diagrama fasorial de la señal transmitida. ¿Qué condición debería cumplirse para que un receptor AM mono basado en un detector de envolvente siga pudiendo funcionar correctamente?
- Demostrar que un receptor AM mono basado en un detector sincrónico recibe sin distorsión.

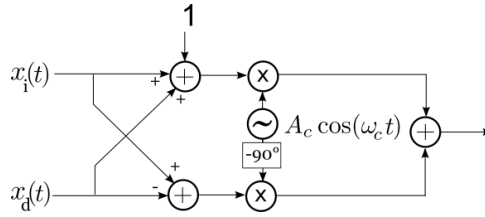


Figura 1: Diagrama de transmisor AM estéreo propuesto (ej. 2).

- (c) Hacer el diagrama de bloques de un receptor AM estéreo que permita recuperar las señales $x_i(t)$ y $x_d(t)$. El receptor debe utilizar un único oscilador al igual que el transmisor.
- (d) Calcular las SNR_D para las señales $x_i(t)$ y $x_d(t)$.
- (e) Repetir el cálculo de las SNR_D para el caso en que el oscilador del receptor tiene un desfase θ respecto al transmisor.

Problema 3 [20 pts.]

A principios de la década de los 80 surge la telefonía móvil (o celular). La gran diferencia de esta tecnología con la anterior “Radiotelefonía móvil” es la definición de *celdas*. Es decir, en vez cubrir toda el área donde se brindará el servicio con una única antena, ésta se divide en sub-áreas más pequeñas (denominadas celdas) y cada una de ellas es servida por una antena o radiobase (ver Fig. 2). El desafío principal fue definir el mecanismo por el cual un móvil puede mantener la llamada en curso incluso si pasa de una celda a otra.

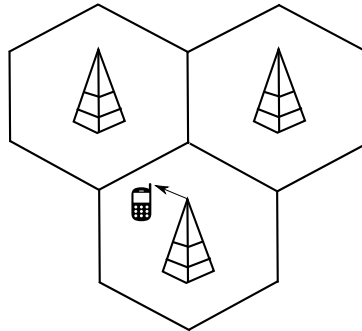


Figura 2: Ilustración de las celdas (ej. 3). Las torres representan las radiobases y los hexágonos las celdas.

De todas formas, durante el despliegue de esta tecnología (hoy en día denominada 1G) existieron varias posibilidades, que aunque muy similares, eran incompatibles entre sí: NMT, AMPS o TACS son solo ejemplos (con el primero todavía en operación en una pequeña región en Rusia). En este ejercicio nos centraremos en el canal de voz de estas tecnologías, que usaban FM. En particular, el sistema AMPS, usado en Uruguay, usaba un ancho de banda de voz de 3 kHz y $f_{\Delta} = 12$ kHz. Se asignaron dos bandas, una para las comunicaciones en el sentido de los móviles a la radiobase (sentido de subida) y otro de la radiobase a los móviles (sentido de bajada). Para el primero se asignó la banda de 825 MHz a 845 MHz, y para el segundo la banda de 870 MHz a 890 MHz. Además, el móvil podía transmitir hasta 3 W de potencia, y la radiobase hasta 25 W por canal de voz. Supondremos durante el ejercicio que tanto la radiobase como los móviles transmiten a su máxima potencia. Finalmente, el estándar asume celdas aproximadamente hexagonales con un radio entre 2 y 20 km con centro en la radiobase.

- (a) Estime el ancho de banda de la señal transmitida. En la banda asignada ¿cuántos canales de voz pueden usarse como máximo?

La comunicación con el móvil puede ser o bien con otro teléfono móvil o con un teléfono “fijo” tradicional (cableado). Este último usa un ancho de banda para la voz entre 300 y 3400 Hz, con transmisión bandabase (cableada y analógica) desde y hacia la radiobase.

- (b) Realice el diagrama completo (en ambos sentidos) de una conversación entre un teléfono móvil y uno fijo.
- (c) Suponga un entorno urbano y por lo tanto una celda de radio máximo de 5 km, dentro de la cual se espera que la calidad de la voz sea aceptable. Asumiendo un modelo de canal AWGN tanto para el enlace móvil-radiobase como el radiobase-móvil, ¿qué densidad espectral de potencia máxima puede tener el ruido en recepción (o sea, antes de demodular) del móvil y de la radiobase? ¿Qué utilidad práctica puede tener la diferencia en estos máximos?

Para calcular la atenuación (en dB) puede usar la siguiente fórmula empírica para entornos urbanos:

$$L(d, f) = 46.32 + 26.07 \log_{10} f + 33.77 \log_{10} d, \quad (1)$$

con d la distancia en kilómetros y f la frecuencia en MHz.

En lo que resta supondremos que las densidades espectrales de potencia del ruido en recepción en la radiobase y en el móvil son las calculadas en la parte anterior.

- (d) Suponga que la señal de voz que llega desde el sistema cableado a la radiobase tiene amplitud máxima de 1×10^{-1} y su potencia es $S_{cableado} = 0.5 \times 10^{-3}$. Además, esta señal está contaminada por un ruido blanco gaussiano con densidad espectral de potencia igual a $N_{cableado}/2 = 1 \times 10^{-10}$. ¿Con qué SNR se puede detectar la voz en el móvil en este caso? Explícite las hipótesis que use durante el cálculo y verifique si el diagrama que realizó en la parte (b) tiene todos los elementos necesarios para maximizar la SNR en detección del móvil.

Ahora nos enfocaremos en la comunicación entre dos móviles conectados a la misma radiobase y que se encuentran en el borde de una celda de 5 km de radio. Suponga para esta parte que la señal de audio tiene potencia $S_X = 0.5$ y está normalizada.

- (e) Realice el diagrama completo de esta comunicación (puede obviar uno de los sentidos) y calcule la SNR con que el usuario escuchará el audio.

Solución

Problema 1

(a) La densidad espectral de potencia de la señal conformada por el pulso, $X(t)$, tendrá la forma del espectro general de una señal PAM que vimos en clase, con $m_a = 0$:

$$S_X(f) = \sigma^2 r |P(f)|^2, \quad (2)$$

con

$$P(f) = \frac{1}{r} \text{sinc}(f/r), \quad (3)$$

y r la tasa de símbolos por segundo, que en este caso es 1.485 Gbauds .

Finalmente:

$$X(f) = \frac{\sigma^2}{r} |\text{sinc}(f/r)|^2. \quad (4)$$

En la figura 3 se muestra captura de como debe quedar el espectro bosquejado.

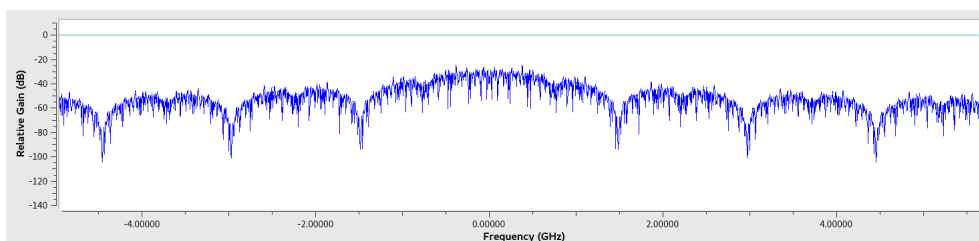


Figura 3: Densidad espectral de potencia de la secuencia a_k conformada con un pulso cuadrado NRZ.

(b) Un criterio puede ser por ejemplo dejar pasar todo el lóbulo principal. En ese caso el ancho de banda requerido para transmitir la información será

$$BW = 1.485 \text{ GHz}. \quad (5)$$

(c) El beneficio principal es que la codificación Manchester tiene información de reloj en la propia señal y por lo tanto facilita la sincronización en recepción. Como contra, manteniendo el criterio utilizado para la parte anterior, el ancho de banda requerido para la transmisión será exactamente el doble.

En la figura 3 se muestra captura de como debe quedar el espectro bosquejado cuando se utiliza un pulso Manchester.

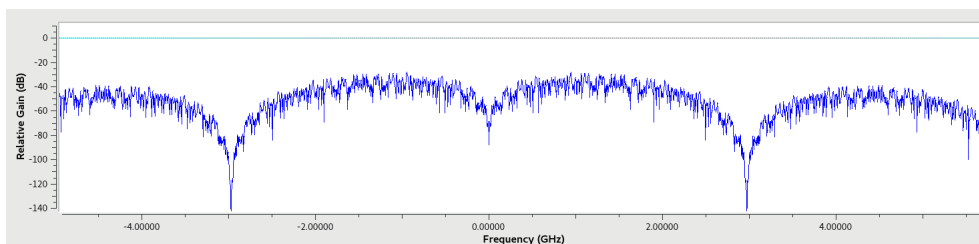


Figura 4: Densidad espectral de potencia de la secuencia a_k conformada con un pulso Manchester.

(d) La fórmula completa para la densidad espectral de potencia de una señal PAM como esta es de la forma:

$$S_X(f) = |P(f)|^2 r \sum_k R_X[k] e^{-j2\pi f k/r}, \quad (6)$$

con $R_X[k] = E\{x[l]x[l+k]\}$ (siendo $x[l]$ el símbolo l -ésimo). El término $\sum_k R_X[k] e^{-j2\pi f k/r}$ es una serie de Fourier con coeficientes la correlación. Cuando, como en el caso anterior, no existe correlación entre

bits (y la media de la codificación es nula) solo queda el término $R_X[0]$. Siendo generales, la serie puede converger a cualquier función, pero por general la correlación tiende a ser entre valores sucesivos de símbolos, en cuyo caso la energía tiende a estar concentrada en las bajas frecuencias. Dependiendo de la señal esto podría resultar en un ancho de banda bastante menor al estimado antes.

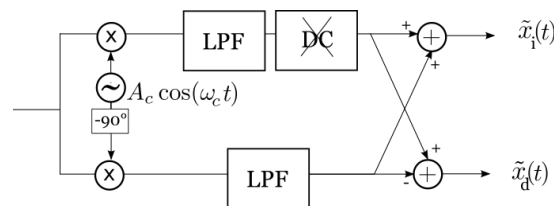
Problema 2

(a) Para que el detector de envolvente pueda recibir la señal mono, debería cumplirse que el módulo de la señal enviada fuera similar a $1 + x_i(t) + x_d(t)$ lo cual se cumple si $|x_i(t) - x_d(t)| \ll |1 + x_i(t) + x_d(t)|$. Esto además de que $(1 + x_i(t) + x_d(t)) > 0$ y que la potencia del ruido en recepción sea tal que estemos por arriba del umbral $(A_c^2(1 + 2S_x)/(2LW\eta) > 10)$.

$$\begin{array}{c} x_i(t) - x_d(t) \\ \uparrow \\ \mathbf{1} + x_i(t) + x_d(t) \end{array}$$

(b) La señal transmitida es: $x_T(t) = (1 + x_i(t) + x_d(t)) \cos(\omega_c t) + (x_i(t) - x_d(t)) \sin(\omega_c t)$. Al multiplicar por el oscilador y filtrar, nos queda: $1 + x_i(t) + x_d(t)$. Por lo que finalmente, luego de bloquear la continua tenemos la señal recibida: $x_R(t) = x_i(t) + x_d(t)$. Esto corresponde a una señal mono compuesta por la suma del canal izquierdo más el derecho.

(c) Diagrama del receptor:



(d) Para calcular las SNR_D debemos ver cuál es la componente de señal y la componente de ruido en cada caso. La componente de señal recibida queda: $S_D = S_x$ (resultado habitual de AM con $A_c = 1$ y $\mu = 1$). En cuanto a la componente de ruido, tenemos dos componentes que se suman, la que viene del canal izquierdo y la que viene del canal derecho, siendo cada una de ellas $2\eta LW$, por lo que el ruido total resulta $N_D = 4\eta LW$ (es la suma de las potencias, tanto para la suma como para la resta, considerando ambas componentes independientes y de media nula). De esta forma nos queda que la relación señal a ruido es la misma para ambos canales, de la forma: $SNR_D = \frac{S_x}{4\eta LW}$.

(e) El desfazaje introducido por el receptor, lleva a que las componentes tengan términos cruzados de la otra señal. Por ejemplo, en vez de recuperar la suma de ambos canales, se tiene:

$$(x_i(t) + x_d(t)) \cos(\theta)/2 - (1 + x_i(t) - x_d(t)) \sin(\theta)/2.$$

Mientras que en la diferencia, el resultado es: $(x_i(t) - x_d(t)) \cos(\theta)/2 + (1 + x_i(t) + x_d(t)) \sin(\theta)/2$.

Por lo tanto, al combinar ambos mensajes tenemos que en vez de recuperar el canal izquierdo se obtiene:

$$\hat{x}_i = x_i(t) \cos(\theta) + (1/2 + x_d(t)) \sin(\theta).$$

Y para el canal derecho el resultado análogo:

$$\hat{x}_d = x_d(t) \cos(\theta) + (1/2 + x_i(t)) \sin(\theta).$$

Esto implica que la componente de señal recibida en cada caso es ahora:

$$S_D = S_x \cos^2(\theta).$$

En la componente de ruido no hay cambios, ya que cada término sigue siendo igual que antes, y combinados vuelven a quedar $N_D = 4\eta LW$.

Lo que se agrega en este caso es una componente interferente, que corresponde al término cruzado del otro canal que aparece en cada caso, que tiene potencia:

$$I_D = (1/4 + S_x) \sin^2(\theta).$$

Finalmente, la relación señal a ruido más interferencia es la misma para ambos canales, y queda de la forma:

$$SINR_D = \frac{S_x \cos^2(\theta)}{4\eta LW + (1/4 + S_x) \sin^2(\theta)}$$

Vale decir que el término de continua que sobrevive en la interferente se debe al receptor elegido, que no cuenta con un bloqueador de continua por ambos caminos (sólo por el de la suma de ambos canales). Si hubiera bloqueador de continua en ambos caminos ese término se eliminaría y el resultado quedaría:

$$SINR_D = \frac{S_x \cos^2(\theta)}{4\eta LW + S_x \sin^2(\theta)}$$

Problema 3

(a) En este caso el índice de modulación vale $D = f_\Delta/W = 4$. El ancho de banda lo calcularemos entonces usando la regla de Carson para el caso en que $2 < D < 10$:

$$B_T = 2W(D + 2) = 36 \text{ kHz.} \quad (7)$$

Contamos con 20 MHz para el sentido de bajada y otro tanto para el de subida. Por lo tanto tendremos $20000/36 = 555$ canales de voz (ida y vuelta) como máximo. Es curioso notar que el ancho de banda usado por el estándar es 30 kHz, por lo que se usa una aproximación bastante conservadora, buscando maximizar la cantidad de canales disponibles. De todas formas, el resto del ejercicio usará el valor de 36 kHz.

(b) El diagrama completo se puede ver en la figura 5. Notar que se podría haber incluido un pasabanda en la transmisión desde la radiobase (sí se hizo en la transmisión desde el móvil) para reforzar los 36 kHz de B_T . También hay un LPF seguido de un BPF en la transmisión hacia el fijo que podría haber sido uno solo, pero el objetivo era remarcar que el BPF es para preparar la señal para la transmisión hacia el fijo. En las comunicaciones hacia otros móviles esto es innecesario. Además, los BPF justo antes del cable seguramente incluyan una etapa de amplificación.

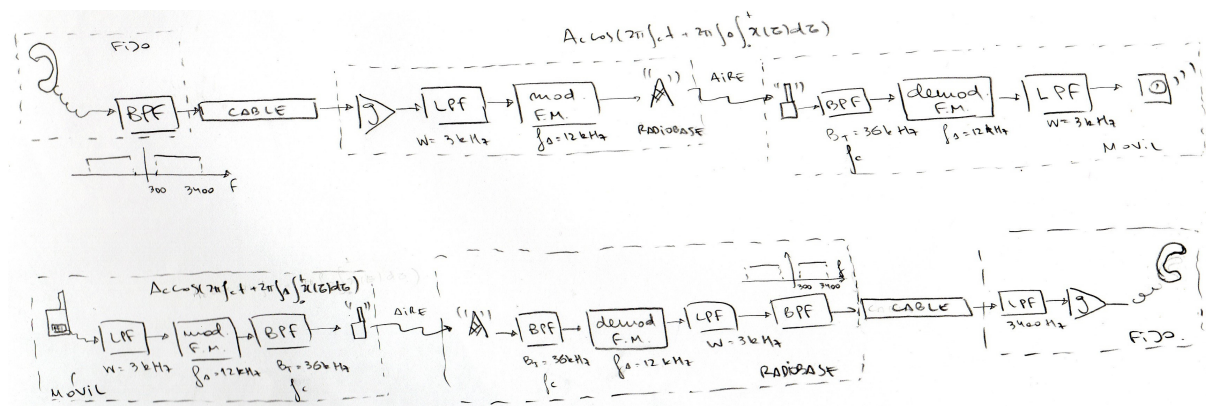


Figura 5: Diagrama de la conversación entre un móvil y un fijo.

(c) Cualquiera sea el sistema que siga después, el demodulador FM tanto en la radiobase como en el móvil deben estar trabajando por arriba del umbral FM. Para eso es necesario que la SNR en recepción sea siempre mayor que 10. Esto es:

$$SNR_R = \frac{S_T}{LN_0B_T} > 10 \Rightarrow N_0 < \frac{S_T}{10LB_T}. \quad (8)$$

El ancho de banda de transmisión ya fue calculado y es 36 kHz. La potencia de transmisión dependerá del sentido y será 3 W (sentido de subida) o 25 W (sentido de bajada). Para la atenuación, en el caso del sentido de bajada el peor caso sería $L^{bajada} = L(20, 890) = 146.81$ dB (4.8×10^{14} en unidades lineales), y para el sentido de subida $L^{subida} = L(20, 845) = 146.23$ dB (4.2×10^{14} en unidades lineales).

Por lo tanto la densidad espectral de potencia en recepción máxima para el móvil es $N_0^{movil}/2 = 7.23 \times 10^{-20}$ y para la radiobase $N_0^{radiobase}/2 = 9.93 \times 10^{-21}$. Una densidad espectral de potencia por arriba de este valor hará que dependiendo de la posición del móvil la SNR en recepción baje de 10 y la señal demodulada sea distorsionada.

El ruido en recepción tiene básicamente dos fuentes: del canal y del propio receptor. En este caso, un margen de ruido mayor permite que los móviles puedan ser de menor calidad y por lo tanto más baratos.

(d) La ganancia que incluimos justo antes del LPF del transmisor de la radiobase es necesario para que la señal se mueva entre -1 y 1, y así aprovechar todo el ancho de banda asignado. En este caso, y referido al diagrama de la figura, $\sqrt{g} = 10$. Esto resultará en una señal con potencia $S_x = 0.5 \times 10^{-1}$ y una densidad espectral de potencia del ruido igual a $gN_{cableado}/2 = 1 \times 10^{-8}$.

La hipótesis que haremos es suponer que el ruido que llega desde el sistema cableado está no correlacionado con el del móvil y el canal (el estudiado en la parte anterior), lo cual parece razonable. Esto nos permite, en este caso que los procesos son gaussianos, considerarlos como procesos independientes. Por lo tanto, luego de la demodulación tendremos la superposición de dos ruidos independientes sumados a la señal de voz original. El proveniente del sistema cableado no se verá afectado por la modulación y de-modulación FM, y tendrá potencia $gN_{cableado}W = 10^{-8}3000 = 3 \times 10^{-5}$. El ruido que se genera por el ruido en el canal y el propio demodulador del móvil tendrá potencia igual a $N_{demod}^{movil} = N_0^{movil}W^3L^{bajada}/(3S_T^{radiobase}f_{\Delta}^2) = 1.74 \times 10^{-4}$. Por lo tanto la SNR en detección será:

$$SNR_D = \frac{S_x}{N_{demod}^{movil} + gN_{cableado}W} = \frac{0.5 \times 10^{-1}}{1.74 \times 10^{-4} + 3 \times 10^{-5}} = 245.6, \quad (9)$$

unos 24 dB.

(e) El diagrama es prácticamente igual al realizado en la parte (b), a excepción que ahora la señal va entre dos móviles. El factor a tomar en cuenta es que la radiobase debe demodular la señal y luego volverla a modular en FM. Si no hace eso, el móvil receptor tendrá una señal FM contaminada por el ruido en recepción de ese móvil y de la radiobase, por lo que caerá por abajo del umbral. Nuevamente suponiendo ruidos independientes en el móvil y la radiobase la potencia del ruido en detección para este caso resultará la suma del ruido en detección proveniente de los ruidos producidos por la radiobase y el móvil:

$$N_D = \frac{N_0^{radiobase}W^3L^{subida}}{3S_T^{movil}f_{\Delta}^2} + \frac{N_0^{movil}W^3L^{bajada}}{3S_T^{radiobase}f_{\Delta}^2} = 3.47 \times 10^{-4}, \quad (10)$$

y por lo tanto la SNR en detección resulta:

$$SNR_D = \frac{S_x}{N_D} = 1440. \quad (11)$$

unos 32 dB.