Sistemas de Comunicación
Primer Parcial

Instituto de Ingeniería Eléctrica

28 de abril de 2017

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas y 30 minutos.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

Problema 1 [25 pts.]

Se desea transmitir una señal $x(t)$ utilizando modulación FM. La señal tiene potencia $S_x = \frac{1}{2}$, $|x(t)| < 1$ y ancho de banda $W_x = 15$ kHz. Ésta es transmitida por el aire, considerado como un canal con ruido AWGN con $\eta = 10^{-8}$ Watt/Hz y una atenuación $L = 20$ dB al punto de interés.

(a) Bosquejar en forma genérica la variación de $\frac{S_R}{\eta W}$ en función de $\frac{f_\Delta}{W}$, paramétrico en la SNR_D. Indicar la región de trabajo para un diseño adecuado.

(b) Calcular el ancho de banda B_{T1} necesario si se quiere utilizar la mínima potencia transmitida S_{T1} para obtener $\text{SNR}_D = 50$ dB; hallar S_{T1}. Señalar en la gráfica anterior el punto de funcionamiento recién calculado.

Dadas las reglamentaciones de la URSEC es necesario reducir el ancho de banda en un 25 % (B_{T2}).

(c) Calcular la nueva potencia de transmisión S_{T2} para mantener la misma SNR_D. Indicar el nuevo punto de trabajo en el gráfico de la parte (b).

Se desea incrementar la SNR_D al máximo posible manteniendo la potencia de transmisión de la parte anterior S_{T2}.

(d) Determinar el ancho de banda B_{T3} necesario. Hallar la nueva SNR_D. Indicar el nuevo punto de trabajo en el gráfico de la parte (b).

Ahora se desea enviar una señal binaria $x[n]$ IID, a una tasa de 12 kbits/seg , donde los 1 tienen una probabilidad p. Se dispone de un transmisor FM, que existe en el mercado a precios bajos[1], para transmitir audio, es decir señales en el rango (20 Hz-22 kHz).

(e) Elegir un código de línea adecuado para poder transmitir la señal utilizando el transmisor disponible.

(f) Dar una expresión y esbozar la densidad espectral de potencia de la señal a la entrada del transmisor FM.

[1] Por ejemplo: iPod TuneCast^{TM} Mobile FM Transmitter

Problema 2 [15 pts.]

Un mensaje $m(t)$ se transmite modulando en amplitud una portadora de de frecuancia f_c y fase $\theta \in [0, \frac{1}{2}\pi]$

$$x_\theta(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi) - m(t)\cos(2\pi f_c t + \theta + \phi)$$

donde $A_c \gg 1$ y $\phi \sim U[0, 2\pi]$. Se desea estudiar la viabilidad de recuperar un mensaje $m(t)$ con diferentes valores de θ. El mensaje está normalizado, tiene un ancho de banda $W_m \ll f_c$, potencia S_m y media nula.

(a) Mostrar cómo detectar $m(t)$ utilizando un detector sincrónico sincronizado con la portadora. ¿Existe alguna ventaja para algunos valores de θ?

En adelante utilizaremos $\theta = 0$ ó $\frac{1}{2}\pi$.

(b) ¿Es posible utilizar un detector de envolvente para recuperar $m(t)$ para alguna de las señales? Justificar.

(c) ¿Es posible utilizar un detector de fase para recuperar *aproximadamente* $m(t)$ de alguna de las señales? Justificar.

Se tienen un dispositivo con una ley cuadrática $x_{out} = x_{in}^2$ y un filtro a diseñar.

(d) ¿Es posible utilizar este dispositivo para recuperar $m(t)$ de alguna de las señales? Mostrar su funcionamiento, incluyendo la respuesta en frecuencia del filtro usado y las fuentes de distorsión que pueden presentarse al recuperar el mensaje.

Problema 3 [10 pts.]

Se desea diseñar un receptor de FM que logre recibir y demodular FM comercial. Para ello se propone utilizar la técnica de recepción superheterodina. En FM comercial se tiene asignado el espectro de 88 MHz a 108 MHz, se utiliza una constante de desviación de frecuencia $f_\Delta = 75\ KHz$ y señales de ancho de banda $W = 15\ KHz$.

(a) Dar un diagrama de bloques completo del receptor. Indicar claramente los valores de los parámetros así como también los criterios de diseño utilizados.

(b) ¿Qué es la frecuencia imagen y cómo se evitan sus efectos? En particular explicar cuál componente del diagrama de bloques de la parte anterior es imprescindible para esto.

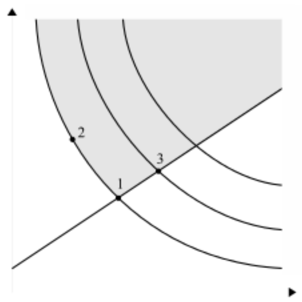
(c) Diseñar la etapa de detección de FM explicando su funcionamiento en base a uno de los métodos de detección posibles.

(d) Describir las características de los filtros de pre y dé enfasis e indicar su utilidad. Explicar la razón por la cual no se utilizan en modulación lineal?

Solución

Problema 1

(a) Hay dos condiciones que se deben cumplir. La primera es la condición de umbral; la cual es una relación lineal entre γ_{th} y D. La segunda es la condición de la SNR_D; en ésta es γ inversamente proporcional a D^2. Estas condiciones se bosquejan de la siguiente forma



La región de trabajo es sobre el umbral y sobre la SNR_D pedida, esta región está pintada de gris en la figura.

(b) La SNR_D es $3D^2 S_x \gamma$ siendo $\gamma = \frac{S_T}{\eta L W_x}$.
Para minimizar la potencia transmitida debemos trabajar en el umbral por lo que se cumple:

$$\text{SNR}_R = \frac{S_T}{\eta L B_T} = 10$$

Combinando las ecuaciones y tomando $B_T = 2(D+2)W_x$ nos queda:

$$\text{SNR}_D = 3D^2 S_x \; 2(D+2)10$$

Para $D \gg 2$ y los datos del problema esto es $\text{SNR}_D \approx 30D^3$ por lo que se obtiene para $\text{SNR}_D = 50$ dB que $D_1 = 15$ y $B_{T1} = 510$ kHz. Despejando S_T queda:

$$S_T = \frac{\text{SNR}_D \eta L W_x}{3D^2 S_x}$$

por lo que $S_{T1} = 4.4$ Watt.
Este punto en la gráfica es el que corresponde al número 1.

(c) El nuevo ancho de banda es $B_{T2} = 0.75\ B_{T1} = 382.5$ kHz, por lo que queda $D_2 = 10.75$. En este caso $S_{T2} = 8.6$ Watt
Aquí se aprecia el intercambio entre ancho de banda y potencia de FM, para reducir el ancho de banda es necesario utilizar una mayor potencia de transmisión.
Este punto en la gráfica es el que corresponde al número 2.

(d) Nuevamente se quiere la potencia mínima de transmisión por lo que se trabaja en el umbral. Despejando queda $B_T = \frac{S_T}{\eta L \ \text{SNR}_R}$ con $S_T = S_{T2}$ y $\text{SNR}_R = 10$ se obtiene $B_{T3} = 860$ kHz. En este caso $D_3 = 26.7$ y la nueva $\text{SNR}_D = 61$ dB.
Es claro que este punto de funcionamiento no es válido dado que el ancho de banda necesario no cumple las exigencias del ente regulador.
Este punto en la gráfica es el que corresponde al número 3.

(e) El transmisor FM a usar no es capaz de enviar componentes de baja frecuencia, debemos entonces elegir una señalización sin componentes de continua. Como la proporción de unos y ceros está dada por p y podría ser desigual, debemos usar una señalización que se mantenga sin continua aún en este caso. Tanto una señal bipolar como código Manchester podrían usarse. Eligiremos Manchester.

(f) La densidad espectral de potencia de la señal PAM está dada por la expresión

$$G(f) = \frac{1}{T}|P(f)|^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_x[k] e^{-j2\pi k f T}$$

en que T es el tiempo de bit, $P(f)$ es la transformada de Fourier del pulso de conformación y $R_x[k]$ es la autocorrelación de $x[n]$.
Para lograr la señal Manchester usaremos una señal $\hat{x}[n]$ que toma los valores 1 y -1 cuando $x[n]$ toma los valores 1 y 0.
Como es una señal IID, su autocorrelación toma dos únicos valores,

$$R_{\hat{x}}[0] = \mathbb{E}\{\hat{x}^2[n]\} = 1p + 1(1-p) = 1$$

y para $k \neq 0$

$$R_{\hat{x}}[k] = \mathbb{E}\{\hat{x}[n]\hat{x}[n+k]\} = \mathbb{E}\{\hat{x}[n]\}\mathbb{E}\{\hat{x}[n+k]\} = [1p - 1(1-p)]^2 = (2p-1)^2$$

que podemos escribir

$$R_{\hat{x}}[k] = (2p-1)^2 + (4p - 4p^2)\delta[k]$$

y

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} R_x[k] e^{-j2\pi k f T} = (4p - 4p^2) + (2p-1)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi k f T}$$

$$= (4p - 4p^2) + (2p-1)^2 \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - k/T).$$

Sólo nos resta encontrar $P(f)$.

$$p(t) = \left[\Pi\left(\frac{t + T/4}{T/2}\right) - \Pi\left(\frac{t - T/4}{T/2}\right)\right]$$

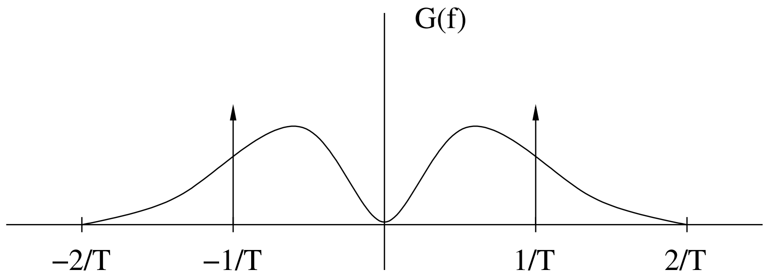
$$P(f) = \left[e^{j2\pi f T/4}\frac{T}{2}\mathrm{sinc}(fT/2) - e^{-j2\pi f T/4}\frac{T}{2}\mathrm{sinc}(fT/2)\right]$$

$$P(f) = jT\sin(2\pi f T/4)\mathrm{sinc}(fT/2).$$

Finalmente,

$$G(f) = (4p - 4p^2)T\sin^2(2\pi f T/4)\mathrm{sinc}^2(fT/2) + (2p-1)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin^2(k\frac{\pi}{2})\mathrm{sinc}^2(k/2)\delta(f - k/T)$$

donde solo los términos con k impares son no nulos en la suma. La primera de estas deltas está en la frecuencia $\frac{1}{T}$ y corresponde a la información de sincronismo de la señal. La forma es aproximadamente la de la siguiente figura:



El lóbulo principal se extiende desde las frecuencias 0 a $2/T$, y como $T = 1/12000$ esto es de 0 a 24000 Hz. Por la forma concentrada en las frecuencias centrales, no tendremos gran deformación de la señal si sólo nos quedamos con el rango de frecuencias de trabajo del transmisor.

Problema 2

(a) Utilizando un detector sincrónico sin desfazaje con la fase $2\pi f_c t$, de la señal $x_1(t)$ se puede recuperar el mensaje $m(t)$ a menos de una constante (término de continua) que puede eliminarse con un bloqueador de continua. Si se utiliza un detector sincrónico desfazado $\pi/2$ con la fase $2\pi f_c t$ se recupera el mensaje $m(t)$ sin requerir ningún otro tipo de procesamineto.

(b) Para la señal $x_1(t)$ detectando la envolvente se recupera el mensaje $m(t)$ a menos de un a constante (término de continua) que se elimina facilmente. Al detectar la señal $x_2(t)$ se obtiene

$$A_v(t) = \sqrt{100 + m^2(t)}$$

de donde no puede recuperarse, facilmente, el mensaje.

(c) Si representamos la señal en la forma

$$i(t)\cos(2\pi f_c t) - q(t)\sin(2\pi f_c t)$$

un detector de fase obtendría

$$\arctan\left(\frac{q(t)}{i(t)}\right)$$

Con las modulaciones que nos interesan las salidas serían

$$y_1(t) = 0 \qquad\qquad y_2(t) = \arctan\left(\frac{m(t)}{10}\right) \approx \frac{m(t)}{10}$$

En este caso la primer modulación seria completamente inútil, mientras que con la segunda se obtiene un buena aproximación del mensaje.

(d) Luego del dispositivo con ley cuadrática tendríamos

$$x_1^2(t) = [100 + m^2(t) - 20m(t)]\frac{1+\cos(4\pi f_c t)}{2}$$

$$x_2^2(t) = 100\frac{1+\cos(4\pi f_c t)}{2} + m^2(t)\frac{1-\cos(4\pi f_c t)}{2} - 20m(t)\frac{\sin(0)+\sin(4\pi f_c t)}{2}$$

Filtrando con un pasabajos de ancho de banda W_m y teniendo en cuenta que $W_m \ll f_c$ tendríamos en la salida

$$y_1(t) = 50 + \frac{m^2(t)}{2} - 10m(t) \qquad\qquad y_2(t) = 50 + \frac{m^2(t)}{2}$$

Si ajustamos la ganacia del filtro para compensar el factor -10, obtendriamos con la primer modulación el mensaje original con una continua sumada y un termino de distorsión $m^2(t)/10$. Como $|m(t)| < 1$, el termino de distorsión cuadrática será siempre menor a $1/10$ de la amplitud del mensaje.
Con la segunda modulación lo único que obtenemos es el mensaje elevado al cuadrado, lo cual representa un distorsión considerable.

Problema 3

(a)

(b)

(c)

(d)