

# Sistemas de Comunicación

## Examen

Instituto de Ingeniería Eléctrica

Agosto de 2020

### Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

### Problema 1

Para la vuelta del fútbol profesional de AUF en el marco de la situación de emergencia sanitaria, no estará permitido que haya gente a nivel de cancha que no pertenezca a los planteles o cuerpos técnicos, salvo los árbitros claro está. Para controlar esto se dispondrá de un servicio de seguridad, que utilizará una solución de intercomunicadores. Se desea analizar y diseñar esta solución, que permita la comunicación de voz entre los integrantes de la seguridad durante los partidos. El reglamento de FIFA define las dimensiones de las canchas, con un largo entre 90 y 120 metros, y un ancho entre 45-90 metros.

Este sistema debe operar en la banda de UHF, en frecuencias libres sub-GHz comprendidas entre 920.4 MHz y 921.8 MHz. La modulación a utilizar será FM con una desviación de frecuencia  $f_{\Delta} = 75$  kHz y una mínima  $SNR_D$  de 40 dB. La única atenuación a considerar es la del aire, la cual se modela en forma simplificada como:  $L_{aire}(d) = L_0 + \alpha_a(d - 10)$ , con  $\alpha_a = 0.3$  dB/m y  $L_0 = 40$  dB. Se desprecia tanto la ganancia de las antenas, así como otras pérdidas en cables y conectores. Además el amplificador de recepción introduce un ruido AWGN con  $\eta_A = 10^{-15}$  W/Hz.

- Hallar el ancho de banda del audio máximo que se puede utilizar para tener 4 canales con una separación mínima de 200 kHz. Indicar el ancho de banda de la señal FM resultante para cada canal y las frecuencias centrales de los canales.
- Si se trabaja con un ancho de banda del audio de 10 kHz y una separación entre canales de 100 kHz ¿cuántos canales podrían operar en este caso?

En el proceso de diseño se define un ancho de banda de audio de  $W = 15$  kHz y una potencia de señal  $S_x = 0.5$ . A partir de dichos parámetros se le encomienda el cálculo de la mínima potencia de transmisión necesaria.

- Hallar la máxima atenuación posible, considerando el peor caso que podría darse.
- Determinar la mínima potencia de transmisión para que el sistema opere correctamente.

## Problema 2

Se considera un enlace digital satelital entre una estación terrena y un satélite localizado a una distancia aproximada de 850 km. La modulación utilizada es BPSK con una frecuencia portadora de 1700 MHz, y se cuenta con un ancho de banda de 4.5 MHz. La potencia de transmisión es de 10 W y se usan pulsos conformadores SRRC con factor de roll-off del 25 %.

- (a) Realice un diagrama completo del par transmisor-receptor. ¿Cuál es la tasa máxima de bits que puede alcanzar el sistema?

Se pretende que el sistema funcione con una tasa de error de bits menor a  $10^{-4}$ . Se puede suponer que el ruido es generado por el propio equipo receptor luego de la etapa de amplificación, y que se puede modelar como AWGN.

- (b) Dado lo anterior, ¿cuál es la máxima densidad espectral de potencia del ruido que se puede soportar? Para el cálculo, puede usar la fórmula de atenuación en el espacio libre:

$$L(d) = \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2, \quad (1)$$

con  $\lambda = c/f$  la longitud de onda ( $c \sim 3 \times 10^8$  m/s),  $f$  la frecuencia en Hz y  $d$  la distancia en metros. Explícite las hipótesis que son necesarias para el cálculo, las cuales podrá considerar ciertas de aquí en adelante.

Ahora se analizará el sistema desde la perspectiva de teoría de información. Considere el canal discreto donde a la entrada y a la salida del canal estarán los símbolos BPSK.

- (c) Calcule la capacidad del canal en unidades de bits de información por símbolo (o uso del canal), y en bits de información por segundo.

Ahora estudiaremos el canal continuo, pero considere el ancho de banda ocupada por la señal original sin el factor de roll-off para que la comparación con la parte anterior sea justa.

- (d) Calcule la capacidad de este canal en unidades de bits de información por segundo. ¿Porqué hay una diferencia con la parte anterior?

## Pregunta 1

Modulación analógica AM.

1. Dar la expresión temporal de la señal transmitida  $x_{AM}(t)$ . Calcular la potencia de las bandas laterales  $S_{bl}$  y de la portadora  $S_c$ , asumiendo que se transmite un mensaje con potencia  $S_x$ .
2. Realizar el diagrama de bloques de los posibles receptores: detector síncrono y de envolvente.
3. Dado que la modulación AM es lineal, y por tanto cumple con el principio de superposición, ¿qué implicancias tiene esto cuando se reciben dos señales AM superpuestas? Pensar por ejemplo en el caso de dos emisoras de radios transmitiendo en la misma portadora, ¿qué detectaría un receptor sintonizando dicha frecuencia? ¿qué se escucharía? ¿Existe alguna diferencia según cuál sea el tipo de receptor?

## Pregunta 2

Explique porqué es preferible usar sistemas basados en OFDM para transmisiones de gran ancho de banda frente a modulaciones más “tradicionales” como QAM. ¿En qué escenarios esto deja de ser cierto?

# Solución

## Problema 1

(a) Teniendo un ancho de banda total de 1.4 MHz, de los cuales 600 kHz quedan para la separación entre canales, se deduce que el ancho de banda máximo de cada canal debe ser  $B_{max} = 800 \text{ kHz}/4 = 200 \text{ kHz}$ .

De allí se deduce cuál puede ser el máximo ancho de banda del audio a utilizar:  $B = 2(D + 2)W$  con  $D = \frac{f_{\Delta}}{W}$ , por lo que tenemos:  $W_{max} = \frac{B_{max} - 2f_{\Delta}}{4}$  con  $B_{max} = 200 \text{ kHz}$ .

Despejando se tiene  $W_{max} = 12.5 \text{ kHz}$ .

Las frecuencias centrales de los canales resultantes quedan 920.5 MHz, 920.9 MHz, 921.3 MHz y 921.7 MHz respectivamente.

(b) Ahora  $W = 10 \text{ kHz}$  por lo que mediante  $B = 2(f_{\Delta} + 2W)$  se llega a que  $B = 190 \text{ kHz}$ .

Con 4 canales se tiene que las separaciones suman un total de 300 kHz, y el ancho de banda total queda en 1.060 MHz.

Si son 5 canales, las guardas suman 400 kHz, y el ancho de banda total queda en 1.350 MHz.

De esa forma llegamos a un máximo de 5 canales, ya que con 6 canales nos pasamos del total de 1.4 MHz disponible.

(c) El peor caso corresponde a la distancia máxima dentro de un campo de juego, las cuales se dan en las diagonales de extremo a extremo, considerando a su vez las máximas dimensiones posibles según FIFA, es decir largo de 120 metros y ancho de 90 metros. Esto determina una distancia máxima en la diagonal de 150 metros, lo cual nos da una atenuación máxima de 82 dB.

(d) Para FM la  $SNR_D$  está dada por  $3D^2 S_x \gamma$  siendo  $\gamma = \frac{S_T}{\eta L W}$ .

Despejando la potencia y haciendo el cálculo, llegamos al valor mínimo de  $S_T = 634 \text{ mW}$ .

Además, es necesario verificar el umbral de FM, dado por  $SNR_R = \frac{S_T}{\eta L B} \Rightarrow 10$ , que en este caso se verifica para el valor de  $S_T$  mínimo calculado previamente.

## Problema 2

(a) La máxima tasa de símbolos se calcula como:

$$B_T = r_s(1 + 0.25) \Rightarrow r_s = 3.6M \frac{\text{sym}}{s}$$

Dado que se utiliza modulación BPSK:

$$r_b = r_s \Rightarrow r_b = 3.6M \frac{\text{bits}}{s}$$

(b) Sabemos que  $L(850km) = \left(\frac{4\pi 850k}{\lambda}\right)^2$ . Calculando  $\lambda = c/f$ , utilizando  $f = 1700MHz$  obtenemos que  $L(850km) = 155.6dB$

La probabilidad de error para este caso nos queda:

$$P_e = Q\left(\frac{A}{\sqrt{L}\sigma}\right)$$

Para el caso de BPSK y con pulsos apareados tenemos que:

$$S_T = \frac{A^2}{T_s}$$

$$\sigma^2 = \eta/2$$

Sustituyendo llegamos a que:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2S_T T_s}{L\eta}}\right)$$

Utilizando que  $P_e < 10^{-4}$  se llega a que:

$$\eta < \frac{2S_T}{3.7^2 L r_s} = 1.22 \times 10^{-22}$$

(c) Tenemos un canal simétrico binario por lo que:

$$\begin{aligned} C\left(\frac{\text{bits}}{\text{uso de canal}}\right) &= \Omega(1/2) - \Omega(P_e) \\ &= \Omega(1/2) - \Omega(10^{-4}) \\ &= \frac{1}{2} \log(2) + \frac{1}{1/2} \log\left(\frac{1}{1-1/2}\right) - 10^{-4} \log\left(\frac{1}{10^{-4}}\right) - (1 - 10^{-4}) \log\left(\frac{1}{1-10^{-4}}\right) \\ &= 0.989 \end{aligned}$$

Por lo que:

$$C\left(\frac{\text{bits}}{s}\right) = 3.56M \frac{\text{bits}}{s}$$

(d)

$$\begin{aligned} C\left(\frac{\text{bits}}{\text{symbolo}}\right) &= 1/2 \cdot \log_2\left(1 + \frac{2S_T}{r_s \eta L}\right) \\ C_t\left(\frac{\text{bits}}{s}\right) &= B_T \cdot \log_2\left(1 + \frac{2S_T}{r_s \eta L}\right) \end{aligned}$$

## Pregunta

1.  $x_{AM}(t) = A_c(1 + \mu x(t))\cos(2\pi f_c t + \theta)$ ;  $S_{bl} = A_c^2 \mu^2 S_x / 4$ ;  $S_c = A_c^2 / 2$ .
2. Realizar el diagrama de bloques de los posibles receptores: detector síncrono y de envolvente.
3. Es de esperar que en general se escuchen ambos mensajes superpuestos. Si se utiliza un detector sincrónico y ambas señales tienen diferencias de fase, el detector no podrá sincronizar su fase con ambas, por lo que según la diferencia que haya entre ellas esto podría afectar a la otra. En el caso del detector de envolvente no importa la diferencia de fase, por lo que se escucharían ambos superpuestos, siempre que ambos se reciban por encima del umbral.