

# Sistemas de Comunicación

## Examen

Instituto de Ingeniería Eléctrica

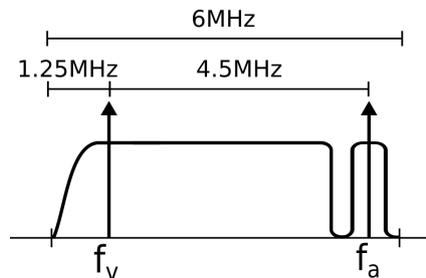
11 de diciembre de 2019

### Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 4 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

### Problema 1

El estándar de televisión analógica que se utiliza en Uruguay tiene un ancho de banda de 6 MHz, en el cual se transmiten tanto la señal de video como la de audio. La señal de video tiene un ancho de banda de 4.25 MHz y se modula en banda lateral vestigial (VSB), donde la banda vestigial tiene un ancho de 1.25 MHz. Para el ejercicio se asume que la potencia de la banda inferior es despreciable frente a la de la banda superior (i.e. equivalente a SSB). La señal de audio tiene un ancho de 15 kHz y se modula en FM, con  $f_{\Delta} = 25$  kHz. Las frecuencias portadoras de la señal de video ( $f_v$ ) y audio ( $f_a$ ) están separadas 4.5 MHz. En la figura se puede ver un bosquejo del espectro total de la señal modulada.



El receptor<sup>1</sup> introduce ruido AWGN, con densidad espectral de potencia  $\frac{\eta}{2}$  con  $\eta = 10^{-14}$  Watt/Hz. Se asume una relación de potencia de transmisión entre la señal de video y la señal de audio de 10:1.

- El canal asignado a Televisión Nacional del Uruguay (TNU) es el 5 de la banda VHF, que va de 76 a 82 MHz. ¿Cuáles son las respectivas frecuencias de las portadoras de video y audio para TNU?
- ¿Cuál es la mínima potencia de transmisión de la señal de video si se quiere recibir con una  $SNR_D$  de 30 dB a una distancia de 5 km?
- Ahora se coloca un repetidor en la mitad del camino, que introduce ruido AWGN análogo al del receptor. ¿Cuál es el nuevo valor de la mínima potencia de transmisión?
- ¿Cuál es el ancho de banda de la señal de audio modulada?
- ¿Cuál es la  $SNR_D$  de la señal de audio con y sin el repetidor?

<sup>1</sup>La atenuación está dada por la ecuación de Friis en espacio libre  $L = \left(\frac{4\pi df}{c}\right)^2$ , siendo  $c = 3 \times 10^8$  m/s.

## Problema 2

La intendencia de Canelones lo contrata para diseñar el nuevo sistema de comunicación digital para control remoto inalámbrico de las luminarias en toda la ciudad de la Costa. El mismo constará de varias radiobases repartidas a lo largo de la ciudad (con ubicación a determinar), las que enviarán órdenes de configuración a las luminarias (como encendido/apagado, dimerización, etc.) y recibirán reportes de parte de las luminarias (estado, eventuales fallas, distintos indicadores, etc.).

La banda asignada es la no-licenciada sub-GHz, en particular en 916-918 MHz para el canal de subida (de la luminaria a la base) y 923-925 MHz para el canal de bajada (de la base a la luminaria). Para multiplexar varias comunicaciones en el tiempo se prevé que existan 10 canales en frecuencia de subida y 10 de bajada (con un intervalo de guarda de al menos 100 kHz entre canales), y se pretende que la tasa de comunicación sea de 50 kbps.

- (a) Dé la lista de canales y su ancho de banda máximo.
- (b) Escoja una modulación para obtener la tasa de bits deseada por canal. Brinde la parametrización completa y justifique sus elecciones.
- (c) Brinde un diagrama completo del sistema de comunicación en la luminaria, incluyendo tanto la transmisión como recepción de datos. Se utilizará un receptor superheterodino, ¿qué beneficios tiene este receptor respecto al de conversión directa?

Suponga que quiere cubrir toda la ciudad con unas pocas radiobases, y por lo tanto desea un alcance de 10 km. El sistema soportará una probabilidad de error de bit de  $10^{-3}$  y estima que los equipos (tanto las radiobases como las luminarias) tendrán ruido gaussiano blanco con densidad espectral de potencia  $N_0/2 = 10^{-20}$  en toda la banda. Además, medidas previas le hacen creer que la atenuación seguirá el siguiente modelo:

$$L(d, f) = 46.32 + 26.07 \log_{10} f + 33.77 \log_{10} d, \quad (1)$$

con  $d$  la distancia en kilómetros y  $f$  la frecuencia en MHz.

- (d) Calcule la potencia a la que deben transmitir los equipos tomando en cuenta lo anterior y la modulación escogida.
- (e) Para la potencia calculada en la parte anterior, y considerando una luminaria a 10 km, calcule la capacidad de Shannon de la modulación escogida. Comente qué significa la diferencia respecto a los 50 kbps.

# Solución

## Problema 1

(a)  $f_v = 76 + 1,25 \text{ MHz} = 77,25 \text{ MHz}$ .  
 $f_a = f_v + 4,5 \text{ MHz} = 81,75 \text{ MHz}$ .

(b) Señal de video modulada:  $v_v = \frac{A_v}{2}[x_v(t)\cos(w_v t) + (\hat{x}_v(t) + x_\beta(t))\text{sen}(w_v t)]$   
 $R_{v_v}(\tau) = \frac{A_v^2}{4}[R_{x_v}(\tau)\frac{\cos(w_v \tau)}{2} + R_{\hat{x}_v+x_\beta}(\tau)\frac{\cos(w_v \tau)}{2}]$   
 $R_{v_v}(0) = \frac{A_v^2}{4}[\frac{S_{x_v}}{2} + \frac{S_{x_v+x_\beta}}{2}] = S_{R_v}$ . Suponiendo que potencia de  $x_\beta$  es despreciable  $S_{R_v} \approx \frac{A_v^2}{4}[\frac{S_{x_v}}{2} + \frac{S_{x_v}}{2}] = \frac{A_v^2}{4}S_{x_v}$   
 $S_{T_v} = LS_{R_v}$  Donde  $L = (\frac{4\pi df_v}{c})^2 = 2,6 \times 10^8$   
 Señal de video demodulada  $y_v = \frac{A_v}{2}x_v(t) + n_i(t)$   
 $\text{SNR}_{D_v} = \frac{A_v^2}{4}S_{x_v} \frac{1}{\eta B_{T_v}}$ , donde  $B_{T_v} = 4,25 + 1,25 = 5,5 \text{ MHz}$ .  $\text{SNR}_{D_v} = \frac{S_{T_v}}{L\eta B_{T_v}}$   
 $S_{T_v} > 14,3 \text{ KW}$

(c)  $\text{SNR}_{D_v} = \frac{S_{T_v}}{L_r 2\eta B_{T_v}} = \frac{2S_{T_v}}{L\eta B_{T_v}}$ , con  $L_r = (\frac{4\pi d/2f_v}{c})^2 = L/4$   $S_{T_v} > 14,3/2 = 7,1 \text{ KW}$

(d)  $B_{T_a} = 2(f_\Delta + \alpha W_a) = 2(25 + 15) = 80 \text{ kHz}$  para  $\alpha = 1$ . Pero  $D = 1,7$ , por lo que tal vez conviene la aproximación más conservadora. Con  $\alpha = 2$  queda  $B_{T_a} = 110 \text{ kHz}$ .

(e) La potencia de la señal de audio transmitida es diez veces menor que la de video  $\text{SNR}_{D_a} = 3(\frac{f_\Delta}{W_a})^2 S_{x_a} \frac{S_{T_a}}{L\eta W_a}$  y  $\text{SNR}_{R_a} = \frac{S_{T_a}}{L\eta B_{T_a}} > 10$   
 Con repetidor  $\text{SNR}_{D_a} = 3(\frac{f_\Delta}{W_a})^2 S_{x_a} \frac{S_{T_a}}{L_r 2\eta W_a}$  y  $\text{SNR}_{R_a} = \frac{S_{T_a}}{L_r 2\eta B_{T_a}} > 10$

## Problema 2

(a) De la letra podemos concluir que el ancho de banda total disponible es de 2000 kHz. Adems, si queremos contar con 10 canales, con 100 de guarda entre ellos, vamos a requerir 900 kHz en total para las guardas.

Basado en lo anterior nos queda un ancho de banda total disponible para los 10 canales de

$$10 \times B_T = 2000 - 900 = 1100 \text{ kHz},$$

y por lo tanto cada canal contará con un ancho de banda de (a lo sumo):

$$B_T \leq 110 \text{ kHz}$$

Finalmente, las portadoras estarán en el centro de cada uno de los 20 canales:

$$f_c^i = i.(100 + B_{T_{max}}) \text{ kHz} + \frac{B_{T_{max}}}{2} \text{ kHz} + f_{low}$$

con  $i = 0..9$  y  $f_{low} = 916$  o  $923$  según se trate de la bajada o subida respectivamente.

(b) Utilizaremos pulsos de Nyquist de manera de minimizar la interferencia intersimbólica. Por lo tanto, es posible relacionar la tasa de símbolos ( $r_s$ ) con el ancho de banda mediante la siguiente ecuación:

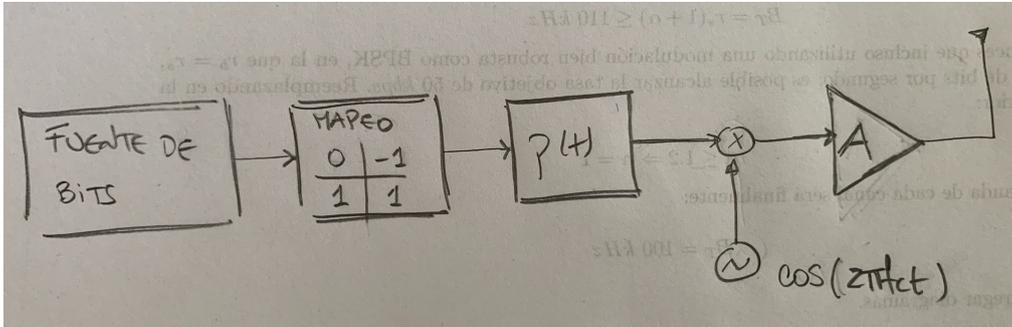
$$B_T = r_s(1 + \alpha) \leq 110 \text{ kHz}$$

Es claro entonces que incluso utilizando una modulación bien robusta como BPSK, en la que  $r_b = r_s$ , con  $r_b$  la tasa de bits por segundo; es posible alcanzar la tasa objetivo de  $50 \text{ kbps}$ . Reemplazando en la ecuación anterior:

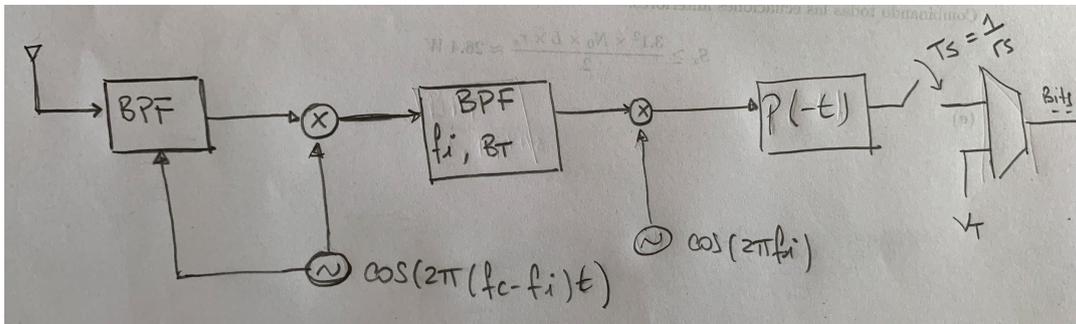
$$\alpha \leq 1.2 \Rightarrow \alpha = 1$$

El ancho de banda de cada canal será finalmente:

$$B_T = 100 \text{ kHz}$$



(a) Diagrama de bloques del transmisor



(b) Diagrama de bloques del receptor

Figura 1: Diagramas transmisor y receptor

(c) En la figura 1 se muestran los diagramas de bloques. Respecto a los beneficios del receptor superheterodino, el principal es que es más simple y barato implementar un buen filtro a una frecuencia fija y relativamente baja, que hacerlo a frecuencias altas y variables.

(d) La probabilidad de error de bit en BPSK coincide con la probabilidad de error de símbolo y vale

$$P_{eb} = Q\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{L}}\right) = Q\left(\frac{A}{\sqrt{N_0 \cdot L}}\right) \leq 10^{-3}$$

Utilizando tablas podemos despejar de la siguiente manera:

$$\frac{A}{\sqrt{N_0 \cdot L}} \geq Q^{-1}(10^{-3}) \approx 3.1$$

Por otro lado, a la atenuación debemos calcularla para el peor de los casos (máxima frecuencia y máxima distancia):

$$L(10 \text{ km}, 925 \text{ MHz}) \approx 157.4 \text{ dB} \Rightarrow L \approx 5.5 \times 10^{15}$$

Finalmente, la potencia de la señal será la energía de símbolo en BPSK multiplicada por la tasa de símbolos  $r_s$ :

$$S_x = \frac{A^2}{2} \cdot r_s$$

Combinando todas las ecuaciones anteriores:

$$S_x \geq \frac{3.1^2 \times N_0 \times L \times r_s}{2} \approx 26.4 \text{ W}$$

(e) La capacidad de un canal binario simétrico con probabilidad de error  $p$  ( $BSC_p$ ) vale:

$$C_{BSC} = 1 - H(p)$$

Como en este caso la probabilidad de error es  $p = 10^{-3}$  tenemos que

$$C = 1 - H_b(10^{-3}) = 1 - 10^{-3} \cdot \log_2 \frac{1}{10^{-3}} - (1 - 10^{-3}) \log_2 \frac{1}{1 - 10^{-3}} \approx 0.989 \text{ bits por uso del canal}$$