

# Sistemas de Comunicación

## Examen

Instituto de Ingeniería Eléctrica

21 de febrero de 2017

### Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 4 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

### Problema 1

Un nuevo escándalo irrumpe en la Asociación Uruguaya de Fútbol (AUF), esta vez ligado a la adquisición de equipamiento de comunicación para los árbitros. Idas y venidas derivan en que la empresa *10 campos* se haga cargo de la solución, para lo cual requieren de su asesoramiento técnico. Se desea analizar y diseñar una solución de intercomunicadores para la terna arbitral y el cuarto árbitro, que permita la comunicación de voz entre los jueces durante los partidos. El reglamento de FIFA define las dimensiones de las canchas, con un largo entre 90 y 120 metros, y un ancho entre 45-90 metros.

Este sistema debe operar en la banda de UHF, en frecuencias libres sub-GHz comprendidas entre 920.4 MHz y 921.8 MHz. La modulación a utilizar será FM con una desviación de frecuencia  $f_{\Delta} = 75$  kHz y una mínima  $SNR_D$  de 25 dB. La única atenuación a considerar es la del aire, la cual se modela en forma simplificada como:  $L_{aire}(d) = L_0 + \alpha_a(d - 10)$ , con  $\alpha_a = 0.3$  dB/m y  $L_0 = 50$  dB. Se desprecia tanto la ganancia de las antenas, así como otras pérdidas en cables y conectores. Además el amplificador de recepción introduce un ruido AWGN con  $\eta_A = 10^{-14}$  W/Hz.

- Hallar el ancho de banda del audio máximo que se puede utilizar para tener 4 canales con una separación mínima de 200 kHz. Indicar el ancho de banda de la señal FM resultante para cada canal y las frecuencias centrales de los canales.
- Si se trabaja con un ancho de banda del audio de 10 kHz y una separación entre canales de 100 kHz ¿cuántos canales podrían operar en este caso?

En el proceso de diseño se define un ancho de banda de audio de  $W = 15$  kHz y una potencia de señal  $S_x = 0.5$ . A partir de dichos parámetros se le encomienda el cálculo de la mínima potencia de transmisión necesaria.

- Hallar la máxima atenuación posible, considerando el peor caso que podría darse en un campo de juego.
- Determinar la mínima potencia de transmisión para que el sistema opere correctamente.

Finalmente, para evitar las fluctuaciones de volumen en el audio, el sistema de recepción debe tener una señal de audio de salida de amplitud constante  $A_0$ , sin importar la potencia transmitida ni la distancia entre los equipos dentro del campo de juego.

- (e) Explicar cómo se logra esto cuando se utiliza modulación FM.
- (f) ¿Qué cambia cuando la modulación es AM y cómo se soluciona?

## Problema 2

Se desea transmitir una señal, que se modela como un proceso estocástico  $x(t)$  de tiempo continuo, utilizando un sistema PCM binario. La señal tiene potencia 1 y un ancho de banda de aproximadamente  $8\text{ KHz}$ . Se utilizará una codificación polar con amplitud  $A$ . El canal introduce un ruido AWGN de media nula.

- (a) Calcular la cantidad de niveles necesarios para que la  $\text{SNR}_D$  sea superior a  $100\text{dB}$ , usando la mínima frecuencia de muestreo posible. Estimar el ancho de banda necesario.
- (b) Dar una expresión para la máxima densidad espectral de potencia del ruido  $\frac{\eta}{2}$  permitida en el canal en el caso en que se utilice un receptor con filtro apareado.

Se desea aprovechar el conocimiento de la estadística de la señal, para utilizar menor ancho de banda en la transmisión utilizando un sistema PCM diferencial de un retardo, variando la frecuencia de muestreo.

- (c) Hallar una expresión para el ancho de banda de transmisión en función de la autocorrelación de la señal y de la frecuencia de muestreo, manteniendo la  $\text{SNR}_D$  de la parte 1.
- (d) Explique conceptualmente los factores que intervienen en el valor del ancho de banda. ¿Existe un mínimo? ¿Cómo lo determinaría?

# Solución

## Problema 1

(a) Teniendo un ancho de banda total de 1.4 MHz, de los cuales 600 kHz quedan para la separación entre canales, se deduce que el ancho de banda máximo de cada canal debe ser  $B_{max} = 800 \text{ kHz}/4 = 200 \text{ kHz}$ .

De allí se deduce cuál puede ser el máximo ancho de banda del audio a utilizar:  $B = 2(D + 2)W$  con  $D = \frac{f_{\Delta}}{W}$ , por lo que tenemos:  $W_{max} = \frac{B_{max} - 2f_{\Delta}}{4}$  con  $B_{max} = 200 \text{ kHz}$ .

Despejando se tiene  $W_{max} = 12.5 \text{ kHz}$ .

Las frecuencias centrales de los canales resultantes quedan 920.5 MHz, 920.9 MHz, 921.3 MHz y 921.7 MHz respectivamente.

(b) Ahora  $W = 10 \text{ kHz}$  por lo que mediante  $B = 2(f_{\Delta} + 2W)$  se llega a que  $B = 190 \text{ kHz}$ .

Además el ancho de banda total aumenta a 1.1 MHz, ya que las separaciones suman un total de 300 kHz. De esa forma llegamos a un máximo de 5 canales (el cálculo da 5.79, por lo que el máximo posible es 5).

(c) El peor caso corresponde a la distancia máxima dentro de un campo de juego, las cuales se dan en las diagonales de extremo a extremo, considerando a su vez las máximas dimensiones posibles según FIFA, es decir largo de 120 metros y ancho de 90 metros.

Esto determina una distancia máxima en la diagonal de 150 metros, lo cual nos da una atenuación máxima de 92 dB.

(d) Para FM la  $SNR_D$  está dada por  $3D^2 S_x \gamma$  siendo  $\gamma = \frac{S_T}{\eta L W}$ .

Despejando la potencia y haciendo el cálculo, llegamos al valor mínimo de  $S_T = 158 \text{ mW}$ .

Además, es necesario verificar el umbral de FM, dado por  $SNR_R = \frac{S_T}{\eta L B} \Rightarrow 10$ , que en este caso se verifica para el valor de  $S_T$  mínimo calculado previamente.

(e) En la modulación FM, las variaciones en la potencia de la señal recibida no afectan directamente al mensaje, por lo cual no es necesario hacer un ajuste automático de la ganancia en el receptor. De todas formas, sí juega un papel en este sentido el limitador que se aplica a la señal en recepción, evitando la saturación de la salida cuando se producen picos en la señal recibida.

(f) Para el caso de AM, las variaciones en la potencia de la señal afectan directamente al mensaje, por lo cual es necesario hacer un ajuste automático de la ganancia variable que se utiliza en el receptor. Para ello, se utiliza la potencia de la portadora en el receptor para estimar la ganancia necesaria, de manera de mantener una amplitud constante para el mensaje detectado.

En la práctica se ajusta la ganancia realimentando el valor de portadora a la salida de filtro de recepción, y es lo que se llama control automático de volumen.

## Problema 2

(a)

$$SNR_D \approx 3q^2 S_x \geq 10^{10}$$

$$q \geq \sqrt{\frac{10^{10}}{3}} = 57735$$

$$q = 2^{16} = 65536 \geq 57735$$

Por el Teorema de Muestreo la frecuencia de muestreo debe ser mayor o igual a  $2 \times 8 \text{ KHz} = 16000 \text{ muestras/seg}$ . La tasa de bits deberá ser entonces:

$$r = 16000 \text{ muestras/s} \times 16 \text{ bits/muestra} = 256 \text{ Kbps}$$

El ancho de banda es

$$B_T \geq \frac{r}{2} = 128 \text{ KHz}.$$

(b) Tomando el criterio de la  $P_e \leq 10^{-5}$  para trabajar por encima del umbral. Al usar un filtro apareado,

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta}}\right)$$

Asumiendo una codificación polar,

$$E_b = A^2 T_b$$

Entonces

$$\frac{2A^2 T_b}{\eta} \geq 4.3^2 \Rightarrow \eta \leq \frac{2A^2 T_b}{18.5}$$

(c) Como se desea mantener la misma  $SNR_D$ :

$$\frac{SNR_{DPCM}}{SNR_{PCM}} = \frac{q_{DPCM}^2}{q_{PCM}^2} \times G_P = 1$$

La nueva tasa de bits será

$$r_{DPCM} = f_s \lceil \log_2 q_{DPCM} \rceil = f_s \left\lceil \log_2 \frac{q_{PCM}}{\sqrt{G_P}} \right\rceil$$

Además sabemos que

$$G_P = \frac{1}{1 - \frac{R_x(T_s)^2}{\sigma_x^4(0)}}$$

donde  $T_s$  es la nueva frecuencia de muestreo para codificar diferencialmente. Como se deben usar al menos 2 niveles de cuantificación, el ancho de banda es

$$B_T \geq \frac{1}{2} f_s \left[ \log_2 \max \left( \left\lceil \frac{q_{PCM}}{\sqrt{\frac{1}{1 - \frac{R_x^2(1/f_s)}{\sigma_x^4}}}}} \right\rceil, 2 \right) \right]$$

(d) La autocorrelación de la señal tiende a su potencia cuando el tiempo de muestreo disminuye. De esta manera la  $G_P$  tiende a infinito cuando  $f_s$  tiende a infinito. Sin embargo, cuando la  $G_P \uparrow +\infty$  el  $\log_2 \frac{q_{PCM}}{\sqrt{G_P}} \downarrow -\infty$  y la estimación anterior para el ancho de banda deja de ser cierta ya que se precisa al menos un bit de codificación. Es decir,  $r_{DPCM} \geq f_s$ . Al aumentar la frecuencia de muestreo, el término

$$\left[ \log_2 \max \left( \left\lceil \frac{q_{PCM}}{\sqrt{\frac{1}{1 - \frac{R_x^2(1/f_s)}{\sigma_x^4}}}}} \right\rceil, 2 \right) \right]$$

disminuye hasta llegar a valer 1, mientras que el término  $f_s$  aumenta en forma lineal con él mismo; el efecto combinado de estos términos hace que el ancho de banda tenga un mínimo para alguna frecuencia de muestreo y luego crezca proporcionalmente a  $f_s$ .

El mínimo se encuentra con los procedimientos usuales de análisis matemático.

Al aumentar  $f_s$  las muestras están cada vez más correlacionadas. A partir de cierto valor de  $f_s$  el modelo del ruido de cuantificación usado no es correcto y deja de ser válido lo que calculamos. Aquí hemos despreciado este fenómeno.