

# Sistemas de Comunicación

## Examen

Instituto de Ingeniería Eléctrica

2 de febrero de 2015

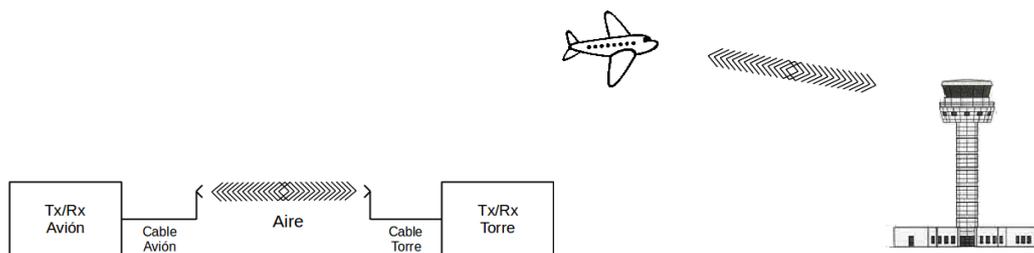
### Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 4 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Hoy es el día de Yemanyá.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

### Problema 1

Se desea analizar el sistema de comunicación utilizado entre el piloto y una estación terrena, cuando una aeronave está próxima a su destino. Este sistema opera en las frecuencias comprendidas entre 118 MHz y 136 MHz, en la banda de VHF, y utiliza modulación AM con canales cada 25 kHz.

Se modela el canal con dos tramos de cable entre los Tx/Rx y las antenas, uno de largo  $l^a$  en el avión y otro de largo  $l^t$  en la torre de control, y un tramo intermedio donde el medio de transmisión es el aire. Se considera que el ruido que se introduce en el canal es despreciable frente al de los receptores, el cual se modela como ruido AWGN con DEP constante  $G(f) = \eta/2$ . La atenuación en potencia es  $\alpha_c^a$  y  $\alpha_c^t$  [dB/m], para los cables del avión y la torre respectivamente, mientras que la atenuación en el aire (descontando la ganancia de las antenas) se modela como:  $L_{aire}(d) = L_0 + \alpha_a(d - 10)$ , con  $\alpha_a = 0.75$  dB/km y  $L_0 = 70$  dB.



Si bien actualmente las razones del uso de AM son más bien históricas, hay quienes sostienen que una de las ventajas frente a otras modulaciones es la posibilidad de escuchar cuando dos aviones transmiten en forma simultánea en el mismo canal.

- (a) Hallar la señal detectada por un demodulador sincrónico de AM, cuando la señal recibida es de la forma:  $x_c(t) = A_{c_1}(1 + \mu x_1(t)) \cos(\omega_c t + \phi_1) + A_{c_2}(1 + \mu x_2(t)) \cos(\omega_c t + \phi_2)$  asumiendo que la fase del detector se sincroniza con la portadora de la señal 1.  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$  son mensajes de dos aviones distintos.

- (b) Comentar cómo cambia el resultado de la parte anterior si el demodulador se basa en un detector de envolvente.
- (c) Hallar las relaciones señal a ruido en recepción  $\text{SNR}_R^a(d)$  y  $\text{SNR}_R^t(d)$ , en el avión y en la torre respectivamente, cuando el avión se encuentra a una distancia  $d$  de la torre.
- (d) Hallar las relaciones señal a ruido en detección  $\text{SNR}_D^a(d)$  y  $\text{SNR}_D^t(d)$ , en el avión y en la torre respectivamente, cuando el avión se encuentra a una distancia  $d$  de la torre.
- (e) Si se modifica el sistema, llevando el receptor y transmisor de AM junto a las antenas, cómo quedan las nuevas relaciones señal a ruido  $\text{SNR}_R^a(d)$ ,  $\text{SNR}_R^t(d)$ ,  $\text{SNR}_D^a(d)$  y  $\text{SNR}_D^t(d)$ .

Asumiendo que la mínima relación señal a ruido en detección para tener un diálogo inteligible es de 10 dB y considerando una altura de vuelo promedio de 10000m.

- (f) Calcular la mínima potencia de transmisión  $S_T$  para tener una cobertura de 50km alrededor de la torre, considerando el sistema de la parte (e).

Para evitar las fluctuaciones de volumen en el audio, el sistema de recepción debe tener una señal de salida de amplitud constante  $A_0$ , sin importar la potencia transmitida ni la distancia entre el avión y la torre de control. Esto se logra ajustando una ganancia en potencia  $g_v$  variable en el receptor.

- (g) Hallar el valor de la ganancia  $g_v$  necesaria en función de los parámetros del sistema.
- (h) ¿Qué parámetro de la señal recibida permite ajustar la ganancia? ¿Cómo lo implementaría?

Nota: No es necesario dar resultados numéricos en ninguna parte. Solo para aquellos que deseen hacer el cálculo de la parte (f):  $\mu = 1$ ,  $S_x = 0.5$ ,  $\eta = 10^{-13}$  W/Hz.

## Problema 2

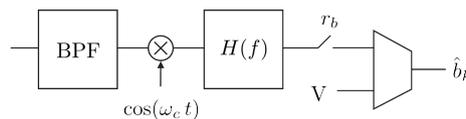
Una señal de ancho de banda  $W = 8$  kHz se muestrea a la mínima tasa posible generando palabras de 8 bits por muestra.

- (a) Mostrar que no es posible transmitirla con un sistema BPSK binario por un canal cuyo ancho de banda es  $B_T = 40$  kHz.

Se asume entonces que los símbolos binarios  $b_k$  toman valores en forma aleatoria equiprobable con una cadencia de  $r_b$  bits por segundo. Estos símbolos son conformados con un pulso de Nyquist  $p_\rho(t)$  caracterizado por un factor de *rolloff*  $\rho$  y ancho de banda máximo ( $\rho = 1$ )  $W_N$ . Para la transmisión de estos pulsos se dispone de cinco canales. Para cada canal, se propone un sistema BPSK con una frecuencia de portadora  $f_c \gg r_b$ .

- (b) Hallar y bosquejar el espectro de la señal pasabanda en cada canal.
- (c) Hallar la velocidad de transferencia de datos en cada canal.
- (d) Si se desea que cada canal utilice un ancho de banda menor a 40 kHz, determinar los parámetros del pulso conformador para la velocidad de transferencia hallada en la parte anterior.

El canal de transmisión cumple con las hipótesis habituales e introduce un ruido que puede modelarse como un proceso blanco gaussiano con densidad espectral de potencia  $\eta/2$ . Para la detección se propone el siguiente detector sincrónico,



El filtro  $H(f)$  está apareado al pulso de conformación.

- (e) Hallar una expresión para la probabilidad de error en la detección.
- (f) ¿Cómo cambia la performance si se modula en QPSK?

# Solución

## Problema 1

(a) Al estar la fase sincronizada con la señal 1, esta se detecta en forma correcta, mientras que para la señal 2, aparece un término de atenuación que corresponde justamente al coseno del desfase:

$$x_d(t) = \frac{A_{c1}}{2}x_1(t) + \frac{A_{c2}}{2}x_2(t)\cos(\phi_2 - \phi_1)$$

En cualquier caso sería posible escuchar a la señal 2, aunque sea muy atenuada, salvo en el caso límite de que el desfase entre las portadoras de señales recibidas sea exactamente  $\pi/2$  o  $3\pi/2$ .

(b) Si se utiliza un detector de envolvente, debemos diferenciar dos casos posibles. En primer lugar, se considera el caso de que una de las señales se reciba con mucha mayor potencia que la otra, es decir  $A_{c1} \gg A_{c2}$  o viceversa. En ese caso, se detectaría la señal más fuerte y la señal más débil sería simplemente una interferente que generaría ruido en la señal detectada. Por otro lado, cuando ambas señales llegan con potencias comparables, en ese caso no hay una que predomine sobre la otra, y por lo tanto lo que se detecta es justamente la envolvente de la señal resultante. En ese caso lo más probable es que no sea posible escuchar en forma inteligible ninguno de los audios correspondientes a cada una de las señales.

(c) Asumiendo que el canal es simétrico, y que la potencia transmitida es igual desde el avión y de la torre ( $S_T^a = S_T^t = S_T$ ), ambas relaciones serán iguales  $\text{SNR}_R^a(d) = \text{SNR}_R^t(d)$ .

Por un lado tenemos que la señal recibida será:

$$S_R^a(d) = S_R^t(d) = \frac{S_T}{L(d)} = \frac{S_T}{l^a\alpha_c^a + l^t\alpha_c^t + L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10)}$$

Luego el ruido queda:

$$N_R^a(d) = N_R^t(d) = \eta B_T$$

De esta forma tenemos que:

$$\text{SNR}_R^a(d) = \text{SNR}_R^t(d) = \frac{S_T}{\eta B_T(l^a\alpha_c^a + l^t\alpha_c^t + L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10))}$$

(d) Con las misma hipótesis de simetría de la parte anterior tenemos:

$$S_D^a(d) = S_D^t(d) = \frac{A_c^2\mu S_x}{4L(d)} = \frac{A_c^2\mu S_x}{4(l^a\alpha_c^a + l^t\alpha_c^t + L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10))}$$

$$N_D^a(d) = N_D^t(d) = \eta B_T$$

$$\text{SNR}_D^a(d) = \text{SNR}_D^t(d) = \frac{A_c^2\mu S_x}{4\eta B_T(l^a\alpha_c^a + l^t\alpha_c^t + L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10))}$$

(e) El ruido no cambia, ya que se introduce únicamente en recepción. Lo que varía es la atenuación, donde ahora solo queda el término correspondiente a la atenuación en el aire.

$$\text{SNR}_R^a(d) = \text{SNR}_R^t(d) = \frac{S_T}{\eta B_T(L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10))}$$

$$\text{SNR}_D^a(d) = \text{SNR}_D^t(d) = \frac{A_c^2\mu S_x}{4\eta B_T(L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10))}$$

(f) Para calcular la potencia de transmisión, el parámetro que debemos hallar es  $A_c$ , ya que para AM la potencia de transmisión es:

$$S_T = \frac{A_c^2}{2}(1 + \mu^2 S_x)$$

A partir de las expresiones calculadas anteriormente, despejamos  $A_c$ :

$$A_c^2 = \frac{4\eta(L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10))B_T \text{SNR}_D^{\text{mín}}}{\mu S_x}$$

Sustituyendo con los valores de  $\text{SNR}_D^{\text{mín}} = 20\text{dB}$  y  $d = \sqrt{50^2 + 10^2}$  se obtiene el valor de  $A_c$ . De esa forma llegamos a una potencia  $S_T = 1.78 \text{ kW}$ .

(g) La señal luego del filtro de recepción tiene la siguiente expresión:

$$x_r(t) = \frac{A_c}{2} \sqrt{\frac{g_v}{L(d)}} (1 + \mu x(t)) \cos(\omega_c t)$$

La amplificación que recibe la señal que deseamos igualar a  $A_0$  es:

$$\frac{A_c}{2} \sqrt{\frac{g_v}{L(d)}} \mu = A_0$$

La ganancia del filtro de recepción debe ser

$$g_v = \left( \frac{2A_0}{\mu A_c} \right)^2 L(d)$$

(h) La estimación de la ganancia se podría hacer directamente a partir de la potencia de la portadora en el receptor, que es:

$$S_P = \frac{A_c^2}{4L(d)} \Rightarrow g_v = \frac{A_0^2}{S_P \mu^2}$$

En la práctica se ajusta la ganancia realimentando el valor de portadora a la salida de filtro de recepción, y es lo que se llama control automático de volumen.

## Problema 2

(a) El ancho de banda no alcanza:  $r = 16000 \times 8 = 1,28 \times 10^5 \gg 4 \times 10^4$

(b) Modulando BPSK tenemos una fase que varía con cada bit. Es decir en  $kT_b < t \leq (k+1)T_b$  la fase vale  $\phi_k = [0, \pi]$ ,  $T_b = \frac{1}{r_b}$ . Con estas fases podemos escribir

$$x_c(t) = a(t) \cos(\omega_c t)$$

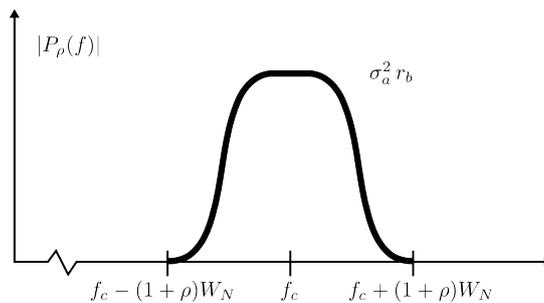
donde  $a(t) = \sum_k a_k p_\rho(t - kT_b)$  y  $a_k = \pm 1$  equiprobables.

La densidad espectral de potencia es

$$G_{x_c}(f) = \frac{1}{2} G_a(f) * [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$$

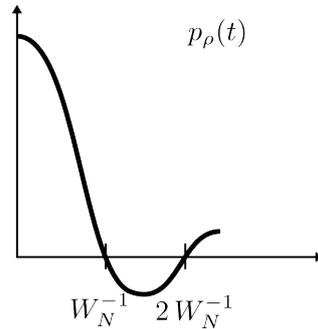
$$G_a(f) = \sigma_a^2 r_b |P_\rho(f)|^2$$

donde  $P_\rho(f) = \mathcal{F}\{p_\rho(t)\}$



(c)  $r_i = \frac{16 \times 8}{5} = \frac{128}{5} = 25,6 \text{ kbps}$

(d) El ancho de banda de la señal pasabanda es  $2(1 + \rho) \frac{W_N}{2} = (1 + \rho)W_N$ .



Deseo una transferencia de datos de  $R = 25,6 \text{ kbps}$ . Entonces  $\frac{1}{W_N} = 25,6^{-1}$  y

$$W_N = 25,6 \text{ kHz}$$

Para garantizar un ancho de banda menor a  $40 \text{ kHz}$  se debe satisfacer  $(1 + \rho)W_N \leq 40 \text{ kHz}$ . La condición necesaria es

$$\rho \leq \frac{40000}{25600} - 1$$

(e)

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\eta}}\right)$$

donde

$$E_b = \int_0^{T_b} p_\rho^2(t) dt$$

Ver el teórico por su deducción.

(f) Con QPSK, para el mismo  $\rho$ , agrupo 2 bits para crear menos símbolos con el doble de duración ( $T'_b = 2T_b$ ). De forma que  $r'_b = \frac{r_b}{2}$ .

Esto me permite reducir (a la mitad) el ancho de banda para un bit rate dado o aumentar el bit rate (al doble) para un ancho de banda dado.

La probabilidad de error no cambia.