

# Sistemas de Comunicación

## Examen

Instituto de Ingeniería Eléctrica

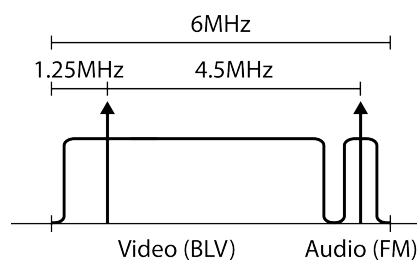
16 de diciembre de 2014

### Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 4 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

### Problema 1

La señal de televisión analógica tiene un ancho de banda de 6 MHz; en esta banda debe viajar la señal de video y la de audio. La señal de video se modula en BLV, donde la banda vestigial tiene un ancho de 1.25 MHz. La siguiente figura bosqueja este espectro.



La señal de audio tiene un ancho de 15 kHz y se modula en FM, con  $f_{\Delta} = 25$  kHz. Las frecuencias portadoras de la señal de audio y video están separadas 4.5 MHz. La relación de potencia de transmisión de la señal de video y audio es 10:1. El receptor introduce ruido AWGN de densidad espectral de potencia  $\frac{\eta}{2}$  con  $\eta = 10^{-14}$  Watt/Hz.

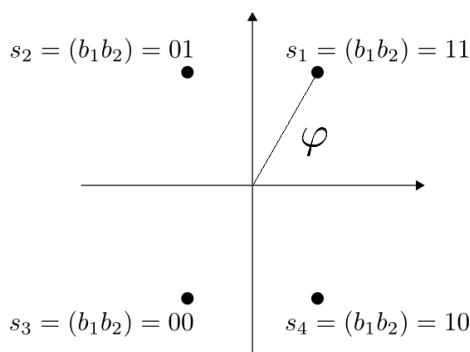
- (a) El canal 5 tiene asignado la banda de 76 a 82 MHz. Indique cuáles son las frecuencias de las portadoras de video y audio.

- (b) ¿Cuál es la mínima potencia de transmisión de la señal de TV si se quiere recibir con una  $SNR_D$  de 30 dB para la señal de video a 5 km?
- (c) Si se coloca un repetidor en la mitad del camino ¿Cuál es el valor de la mínima potencia de transmisión?
- (d) ¿Cuál es el ancho de banda de la señal de audio modulada?
- (e) ¿Cuál es la  $SNR_D$  de la señal de audio con y sin el repetidor?

*Nota: Suponer que la potencia de la banda inferior de la modulación BLV es despreciable frente a la potencia de la banda superior.*

## Problema 2

Se quiere analizar el uso de una constelación QAM asimétrica. Este tipo de constelaciones permite brindar una protección diferencial a los bits en fase y en cuadratura lo que puede ser importante para aplicaciones multimedia. La siguiente figura muestra un esquema de una constelación donde se mapean los bits  $b_1$  y  $b_2$  en los símbolos  $s_1, s_2, s_3, s_4$ ,  $\varphi$  pertenece al intervalo  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ .



Supondremos que los bits de información tienen igual probabilidad y que la señal se trasmite sobre un canal de comunicaciones AWGN con densidad espectral de potencia del ruido  $\eta/2$ .

- (a) Dibujar las regiones de decisión que minimizan la probabilidad de error de símbolo en función de  $\varphi$ .
- (b) Dibujar el diagrama de bloques del transmisor y el receptor correspondiente.
- (c) Determinar las probabilidades de error del bit  $b_1$  y  $b_2$  en forma separada. ¿Cuál es el bit que está más protegido?. Discutir en función del valor de  $\varphi$ .
- (d) Determinar la probabilidad de error de símbolo en el receptor anterior como una función de  $E_s/\eta$  y  $\varphi$ .
- (e) Asumir que  $\eta = 10^{-6}$  W/Hz y  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ . ¿Cuál es la potencia  $E_s$  necesaria si se quiere que la probabilidad de error en el bit  $b_1$  sea menor igual a  $10^{-3}$ ?

# Solución

## Problema 1

(a)  $f_v = 76 + 1,25 \text{ MHz} = 77,25 \text{ MHz}$   
 $f_a = f_v + 4,5 \text{ MHz} = 81,74 \text{ MHz}$

(b) Señal de video modulada:  $v_v = \frac{A_v}{2} [x_v(t)\cos(w_v t) + (\hat{x}_v(t) + x_\beta(t))\text{sen}(w_v t)]$   
 $R_{v_v}(\tau) = \frac{A_v^2}{4} [R_{x_v}(\tau) \frac{\cos(w_v \tau)}{2} + R_{\hat{x}_v + x_\beta}(\tau) \frac{\cos(w_v \tau)}{2}]$   
 $R_{v_v}(0) = \frac{A_v^2}{4} [\frac{S_{x_v}}{2} + \frac{S_{\hat{x}_v + x_\beta}}{2}] = S_{R_v}$ . Suponiendo que potencia de  $x_\beta$  es despreciable  $S_{R_v} \approx \frac{A_v^2}{4} [\frac{S_{x_v}}{2} + \frac{S_{x_v}}{2}] = \frac{A_v^2}{4} S_{x_v}$   
 $S_{T_v} = L S_{R_v}$  Donde  $L = (\frac{4\pi d f_v}{c})^2 = 2,6 \times 10^8$   
 Señal de video demodulada  $y_v = \frac{A_v}{2} x_v(t) + n_i(t)$   
 $\text{SNR}_{D_v} = \frac{A_v^2}{4} S_{x_v} \frac{1}{\eta B_{T_v}}$ , donde  $B_{T_v} = 4,25 + 1,25 = 5,5 \text{ MHz}$ .  $\text{SNR}_{D_v} = \frac{S_{T_v}}{L \eta B_{T_v}}$   
 $S_{T_v} > 14,3 \text{ KW}$

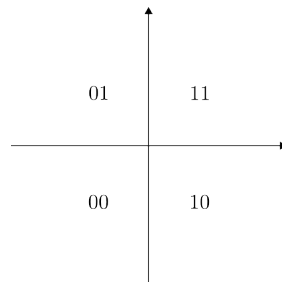
(c)  $\text{SNR}_{D_v} = \frac{S_{T_v}}{L_r 2 \eta B_{T_v}} = \frac{2 S_{T_v}}{L \eta B_{T_v}}$ , con  $L_r = (\frac{4\pi d / 2 f_v}{c})^2 = L/4$   $S_{T_v} > 14,3/2 = 7,1 \text{ KW}$

(d)  $B_{T_a} = 2(f_\Delta + \alpha W_a) = 2(25 + 15) = 80 \text{ kHz}$ ,  $D = 1,7$

(e) La potencia de la señal de audio transmitida es diez veces menor que la de video  $\text{SNR}_{D_a} = 3(\frac{f_\Delta}{W_a})^2 S_{x_a} \frac{S_{T_a}}{L \eta W_a}$  y  $\text{SNR}_{R_a} = \frac{S_{T_a}}{L \eta B_{T_a}} > 10$   
 Con repetidor  $\text{SNR}_{D_a} = 3(\frac{f_\Delta}{W_a})^2 S_{x_a} \frac{S_{T_a}}{L_r 2 \eta W_a}$  y  $\text{SNR}_{R_a} = \frac{S_{T_a}}{L_r 2 \eta B_{T_a}} > 10$

## Problema 2

(a) Las regiones de decisión son las mismas que para QPSK.



(b) El diagrama de bloques del transmisor es similar al de QPSK con la diferencia que los bits previo a ser conformados van multiplicados por las amplitudes correspondientes (en fase y cuadratura) para generar la asimetría en la constelación. El diagrama de bloques del receptor es el mismo que para QPSK.

(c)

$$P_e^{b_1} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_{b_1}}{\eta}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \cos \varphi}{\eta}}\right)$$
$$P_e^{b_2} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_{b_2}}{\eta}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \sin \varphi}{\eta}}\right)$$

Para  $0 < \varphi < \frac{\pi}{4}$  el bit más protegido es  $b_1$ , pues puesto que está más lejos del límite de la región de decisión. De manera análoga, para  $\frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{\pi}{2}$  el bit más protegido es  $b_2$ . En el caso particular  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  ambos bits tienen igual probabilidad de error.

(d)

$$P_e^s = 1 - (1 - P_e^{b_1})(1 - P_e^{b_2}) \approx P_e^{b_1} + P_e^{b_2}$$

$$P_e^s \approx Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \cos \varphi}{\eta}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \sin \varphi}{\eta}}\right)$$

(e)

$$P_e^{b_1} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \cos \varphi}{\eta}}\right)$$

De tabla se obtiene que  $Q(k) < 10^{-3} \rightarrow k_{min} = 3.1$ . Despejando  $E_s$  se obtiene  $E_s \geq \frac{k_{min}^2 \eta}{2 \cos \varphi} = 5.55 \mu\text{W/Hz}$ .