

Sistemas de Comunicación

Examen

Instituto de Ingeniería Eléctrica

1ro. de febrero de 2012

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración total de 3 horas.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas.
- Se deberá utilizar únicamente un lado de las hojas.
- Cada problema o pregunta se deberá comenzar en una hoja nueva. Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

Problema 1

Se quiere analizar el uso de una constelación QAM asimétrica. Este tipo de constelaciones permite brindar una protección diferencial a los bits en fase y en cuadratura lo que puede ser importante para aplicaciones multimedia. Para el análisis se considerará la constelación de la figura 1, donde se mapean los bits b_1 y b_2 en los símbolos s_1, s_2, s_3, s_4 . Supondremos que los bits de información tienen igual probabilidad y que la señal se transmite sobre un canal de comunicaciones AWGN con densidad espectral de potencia del ruido $\eta/2$.

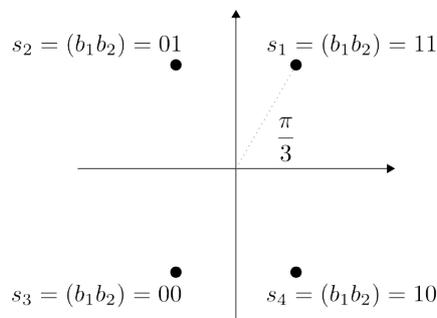


Figura 1: Constelación QAM asimétrica.

- Dibujar las regiones de decisión que minimizan la probabilidad de error de símbolo.
- Dibujar el diagrama de bloques del transmisor y el receptor correspondiente.
- Determinar las probabilidades de error del bit b_1 y b_2 en forma separada. ¿Cuál es el bit que está más protegido?
- Determinar la probabilidad de error de símbolo en el receptor anterior como una función de E_s/η .
- Asumir que $\eta = 10^{-6}$ W/Hz. ¿Cuál es la potencia E_s necesaria si se quiere que la probabilidad de error en el bit b_1 sea menor igual a 10^{-3} ?

Problema 2

Se desea diseñar un micrófono inalámbrico para espectáculos en salas de teatro. El micrófono debe operar en la banda de UHF y trabajar con modulación en frecuencia (FM). La banda asignada para operar es [790 - 800] MHz y se debe mantener una guarda de 10 kHz entre canales. La señal de audio a transmitir tiene ancho de banda $W = 15$ kHz y potencia $S_x = 1$. Se transmite con potencia de transmisión S_T y la desviación en frecuencia f_Δ debe estar en el rango [15, 45] kHz. El medio de transmisión es el aire, por lo que se considera el siguiente modelo de canal:

- Ruido AWGN con densidad espectral de potencia constante: $G(f) = \eta/2$, con $\eta = 10^{-13}$ mW/Hz
- Atenuación (dB): $L(d) = L_0 + \alpha d$, con $\alpha = 0.25$ dB/m y $L_0 = 50$ dB

Se considera que el receptor es ideal, es decir que el mismo no introduce ruido y tiene ganancia $g = L(d)$ siendo d la distancia entre el receptor y el transmisor.

- (a) Diseñar f_Δ de manera de maximizar el número de canales dentro de la banda asignada. Calcular el ancho de banda de cada canal B y el número total de canales n_C .
- (b) Calcular la potencia de ruido en recepción $N(d)$ cuando el transmisor se encuentra a una distancia d .
- (c) Calcular la relación señal a ruido en detección $\text{SNR}_D(d)$ cuando el transmisor se encuentra a una distancia d .

En recepción es necesario trabajar con audio de alta fidelidad, para lo cual se debe tener una SNR_D mayor a 50 dB.

- (d) Calcular la mínima potencia de transmisión S_T para tener audio de alta fidelidad en recepción.

Cuando se trabaja con varios micrófonos se utilizan en simultáneo varios canales dentro de la banda. En este caso es necesario tener consideraciones adicionales para garantizar la compatibilidad entre las comunicaciones simultáneas. Además, para combinar las señales de audio se debe tener en cuenta la SNR_D de cada uno de los micrófonos y la potencia de las señales de audio recibidas.

Asumir que se trabaja con dos micrófonos como se muestra en la figura 2a.

- (e) ¿Cuál es la máxima relación (diferencia en dB) entre las SNR_D de ambos que puede ocurrir con la misma S_T ?
- (f) ¿Existe diferencia entre las potencias de las señales de audio recibidas?

El uso de modulación FM puede motivar el uso de filtros de preénfasis y deénfasis. En este caso se considera el uso de los filtros de la figura 2b.

- (g) Justificar su uso y analizar cualitativamente su funcionamiento.
- (h) Bosquejar la densidad espectral de potencia del ruido antes y después del filtro H_{DE} .

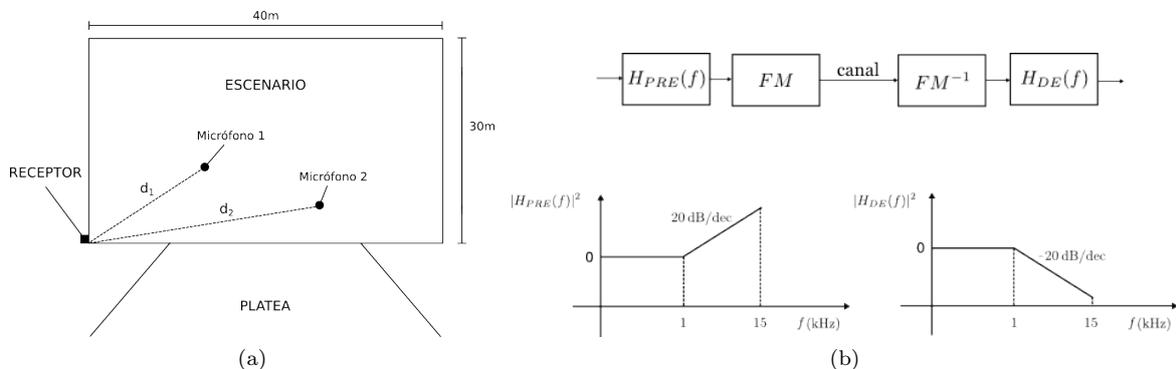
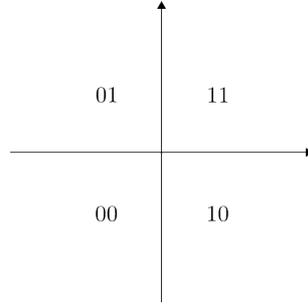


Figura 2

Solución

Problema 1



(a)

(b) El diagrama de bloques del transmisor es similar al de QPSK con la diferencia que los bits previo a ser conformados van multiplicados por las amplitudes correspondientes (en fase y cuadratura) para generar la asimetría en la constelación. El diagrama de bloques del receptor es el mismo que para QPSK.

(c)

$$P_e^{b_1} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_{b_1}}{\eta}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \cos \pi/3}{\eta}}\right)$$

$$P_e^{b_2} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_{b_2}}{\eta}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \sin \pi/3}{\eta}}\right)$$

El bit más protegido es b_2 puesto que está más lejos del límite de la región de decisión.

(d)

$$P_{e_s} = 1 - (1 - P_e^{b_1})(1 - P_e^{b_2}) \approx P_e^{b_1} + P_e^{b_2}$$

$$P_{e_s} \approx Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \cos \pi/3}{\eta}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \sin \pi/3}{\eta}}\right)$$

(e)

$$P_e^{b_1} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s \cos \pi/3}{\eta}}\right)$$

De donde se puede despejar el valor de E_s .

Problema 2

(a) Para los valores posibles de f_Δ y con $W = 15$ kHz se tiene $D = \frac{f_\Delta}{W} \in [1, 3]$. Aplicando la regla de Carson se calcula el ancho de banda de un canal:

$$B = 2(D + 2)W \in [90, 150] \text{ kHz.}$$

Para maximizar el número de canales se debe elegir el f_Δ que resulte en el mínimo ancho de banda para cada canal. De esta forma se tiene $f_\Delta = 15$ kHz, $D = 1$ y $B = 90$ kHz.

Para encontrar el número total de canales n_C , la banda asignada debe ser:

$$B_{total} \geq n_C \cdot B + (n_C - 1) \cdot G$$

siendo $B_{total} = 10\text{MHz}$ y $G = 10\text{kHz}$ la guarda entre canales. Despejando se tiene:

$$n_C \leq \frac{B_{total} + G}{B + G}$$

Sustituyendo por los valores anteriores se llega a que el máximo es $n_C = 99$.

(b)

$$N(d) = \int_{-W}^W f^2 \frac{\eta}{2S_R} df = \frac{\eta}{3S_R} W^3 = \frac{\eta L(d)}{3S_T} W^3$$

(c)

$$\text{SNR}_D(d) = 3D^2 S_x \frac{S_T}{\eta L(d) W}$$

(d) Se deben cumplir las condiciones de SNR_D y umbral (SNR_R) para toda distancia d .

$$\text{SNR}_D(d) = 3D^2 S_x \frac{S_T}{\eta L(d) W} \geq 10^5$$

$$\text{SNR}_R(d) = \frac{S_T}{\eta L(d) B} \geq 10$$

En particular el peor caso corresponde a $d = 50$ m del cual se despejan las condiciones para la potencia de transmisión:

$$S_T \geq 10^5 \frac{\eta L(50) W}{3D^2 S_x} \approx 8.9 \text{ mW}$$

$$S_T \geq 10 \eta L(50) B \approx 0.16 \text{ mW}$$

De esto se deduce que la mínima potencia de transmisión para estar siempre por encima de los 50 dB en recepción es $S_T = 8.9 \text{ mW}$.

(e)

$$\text{SNR}_D(0) - \text{SNR}_D(50) = L(50) - L(0) = 12.5\text{dB}$$

(f) La potencia recibida sería $S_D = f_{\Delta}^2 \cdot S_x$ en ambos casos, por lo que no hay diferencia entre los micrófonos. Podría ser necesario de todas formas ajustar los volúmenes según el contenido de audio particular de cada micrófono (ej: un instrumento o una voz).

(g) El ruido parabólico de FM hace que las componentes de alta frecuencia se vean más afectadas que las bajas frecuencias. Los filtros de preénfasis y deénfasis permiten compensar este efecto amplificando las altas frecuencias del mensaje antes la modulación. Luego, en recepción se utiliza el filtro inverso que recupera el mensaje original y hace que el ruido sea el mismo para todas las frecuencias.

(h) Los espectros antes y después del filtro de deénfasis quedan:

