

Cálculo diferencial e integral en una variable

1er semestre de 2023

Segundo parcial

1 de julio de 2023 | 2

Nº de lista	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

Respuestas al MÚLTIPLE OPCIÓN									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	A	F	F	B	A	C	C	F

Llenar cada casilla con la respuesta **A**, **B**, **C**, **D**, **E** o **F** según corresponda.

Correctas: 6 puntos. Incorrectas: -1 punto. Sin responder: 0 puntos.

La duración del parcial es de 3 horas y media y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

Ejercicio 1

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = e^{x^2-2}(\sin(\pi x) + 3).$$

¿Cuánto vale $f'(2)$?

(A) $e^2(\pi^2 + 1)$

(C) $2e^2 - \frac{\pi}{3}$

(E) $e^{-2}(4 + \pi)$

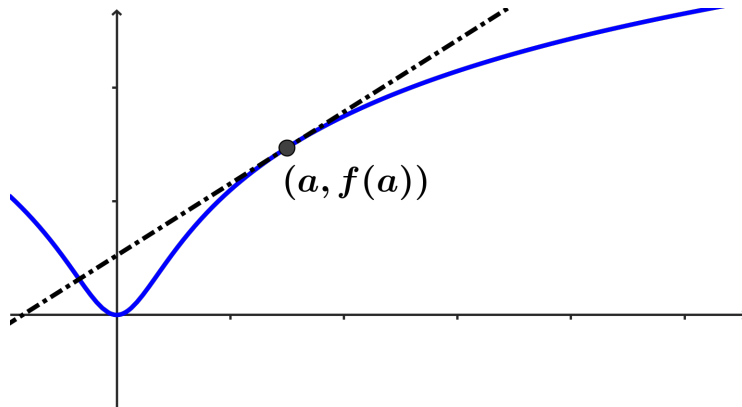
(B) $e^2(3 - \pi)$

(D) $e^2(12 + \pi)$

(F) $e^4(\pi - 1)$

Ejercicio 2

En la imagen se muestra el bosquejo de una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dos veces derivable. Además se muestran el punto $(a, f(a))$ y la recta tangente a f por a de forma punteada.



Indicar la afirmación correcta.

- (A) $f'(a) = 0, f''(a) < 0$ (C) $f'(a) > 0, f''(a) < 0$ (E) $f'(a) < 0, f''(a) < 0$
(B) $f'(a) > 0, f''(a) > 0$ (D) $f'(a) < 0, f''(a) > 0$ (F) $f'(a) = 0, f''(a) > 0$
-

Ejercicio 3

Calcular $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) \cos(3x) dx$.

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $-\frac{2}{3}$ (F) $\frac{1}{2}$
-

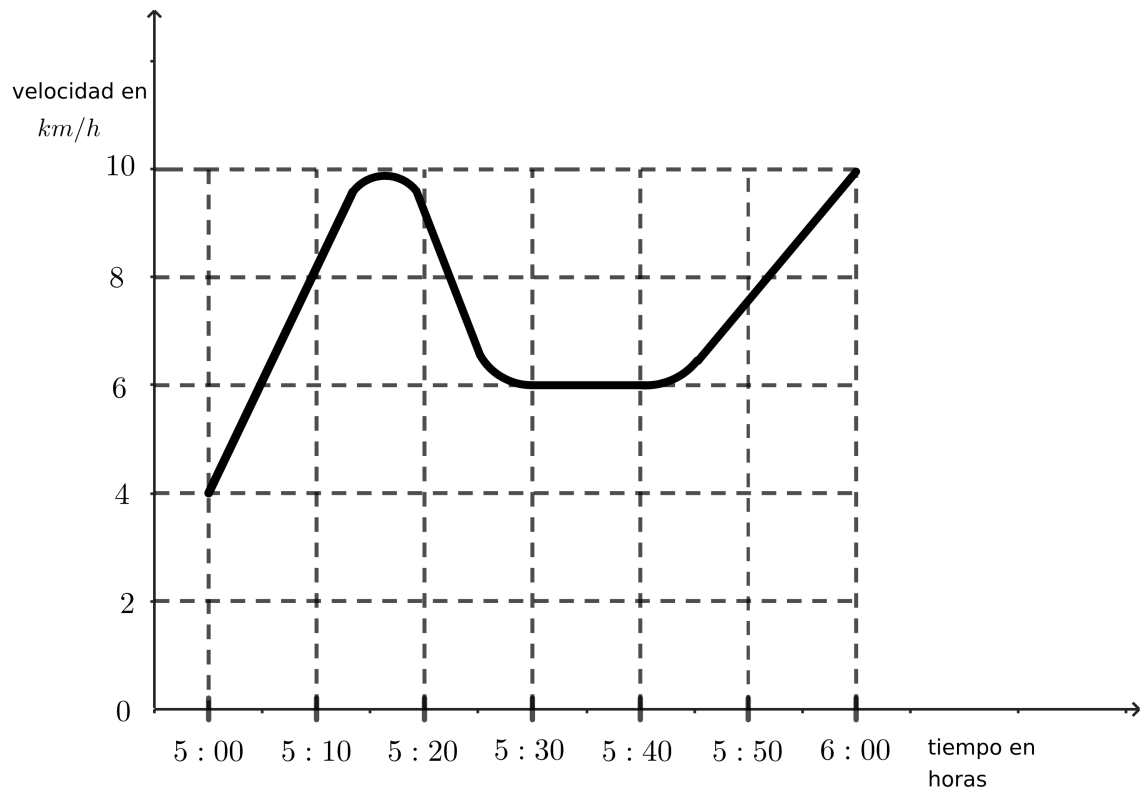
Ejercicio 4

Calcular $\int_1^3 \frac{1}{e^x + 2} dx$

- (A) $\frac{1}{2} \log\left(\frac{9}{5}\right)$ (C) $\arctan(3) - \arctan(1)$ (E) $1 + \frac{1}{2} \log\left(\frac{e^3+2}{e+2}\right)$
(B) $\log\left(\frac{e^3+2}{e+2}\right)$ (D) $\arctan(e^3) - \arctan(e)$ (F) $1 - \frac{1}{2} \log\left(\frac{e^3+2}{e+2}\right)$
-

Ejercicio 5

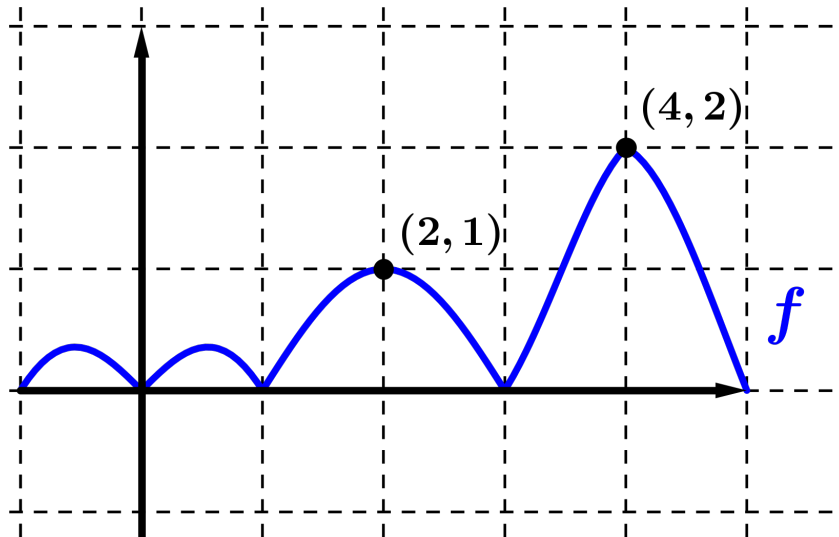
Ayer Fabiana fue a trotar por la rambla a las 5 de la tarde. La gráfica muestra su velocidad (medida en km/h) como función del tiempo entre las 5 y las 6. Indicar cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera.



- (A) En total, Fabiana recorrió menos de 6 km. 5:25 que a las 5:50.
- (B) En total, Fabiana recorrió más de $9km$. (E) Entre 5:30 y 5:40, Fabiana recorrió exactamente 600m.
- (C) Hubo un momento entre 5:10 y 5:20 en que Fabiana se detuvo y cambió de dirección. (F) Entre las 5 y las 6, Fabiana siempre corrió en la misma dirección. Es decir, nunca retrocedió.
- (D) La aceleración de Fabiana fue mayor a las
-

Ejercicio 6

En la imagen se muestra el bosquejo de una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua.



Se define la función $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ como $G(x) = \int_4^{x^2} f(t) dt$

Indicar cual de las siguientes es la ecuación de la recta tangente al gráfico de G en el punto $(2, G(2))$.

(A) $r(x) = x$

(C) $r(x) = 8x$

(E) $r(x) = 4x$

(B) $r(x) = 8x - 16$

(D) $r(x) = 4x - 8$

(F) $r(x) = x - 2$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función 2 veces derivable, tal que su polinomio de Taylor en 0 de orden 2 es $P(x) = 2x + 3x^2$.

El valor del límite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(x))^2}{\sin(x^2)}$ es

(A) 4

(B) 0

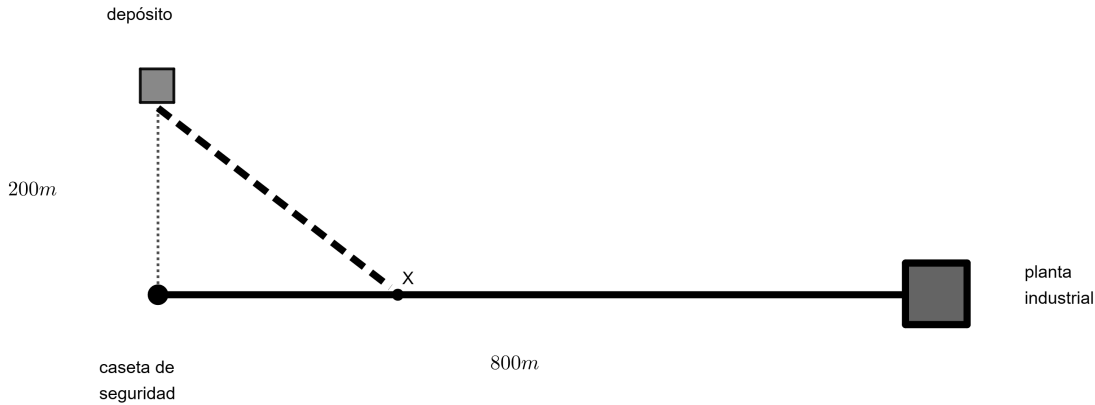
(C) 1

(D) $+\infty$

(E) 2

(F) 3

Ejercicio 8



La empresa VIDC S.A. tiene sus instalaciones en un predio rural en Cerro Largo. Dentro de éste, la planta industrial se encuentra al final de un camino de tierra, a $800m$ de la caseta de seguridad, como se muestra en la figura. A $200m$ de este camino, justo frente a la caseta de seguridad se ha construido un nuevo depósito. Los camiones que llevan la producción de la planta al depósito deben circular, debido a su peso, por camino asfaltado. Por este motivo se va a asfaltar el camino de tierra desde la planta hasta el punto X, y de ahí se va a construir un camino asfaltado que va directo al depósito. Construir un tramo del nuevo camino cuesta el triple que asfaltar un tramo del camino existente de igual longitud. ¿A qué distancia debe estar X de la planta, si se quiere minimizar el costo de la obra?

- (A) $626m$ (C) $800 - 50\sqrt{2}m$ (E) $300\sqrt{2}m$
(B) $50\sqrt{2}m$ (D) $400m$ (F) $800 - 300\sqrt{2}m$

Ejercicio 9

¿Cuál es la segunda cifra después de la coma del número $\sin(1/3)$?

- (A) 9 (B) 1 (C) 2 (D) 8 (E) 5 (F) 7
-

Ejercicio 10

Consideremos el siguiente **Teorema**:

Si $a < b$ son números reales f y g son funciones continuas en $[a, b]$ y derivables en (a, b) , entonces existe un número $c \in (a, b)$ tal que

$$(f(b) - f(a))g'(c) = (g(b) - g(a))f'(c).$$

Para dos funciones f y g como en las hipótesis del teorema, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir de él?

- (A) Si f y g son estrictamente crecientes en $[a, b]$, entonces $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} > 1$.
 - (B) $(f(b) - f(a))g'(a) = (g(b) - g(a))f'(b)$.
 - (C) Si $f(b) = f(a)$, entonces $g(b) = g(a)$.
 - (D) Si f es estrictamente creciente en $[a, b]$, g también.
 - (E) Si existe $d \in (a, b)$ tal que $f'(d) = 0$, entonces $g'(d) = 0$.
 - (F) Si $g' > 0$ en (a, b) , entonces existe $d \in (a, b)$ tal que $\frac{f'(d)}{g'(d)} = \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$.
-