CDIV Primer semestre 2022

Primer parcial. 7 de mayo 2022

N° Parcial	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

VERDADERO/FALSO (Total: 16 puntos)															
1				**2**				**3**				**4**			
A	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**

Llenar cada casilla con las respuestas **V** (verdadero) o **F** (falso), según corresponda.
Correctas: 1 puntos. Incorrectas: -1 puntos. Sin responder: 0 punto.

MÚLTIPLE OPCIÓN (Total: 24 puntos)			
1	**2**	**3**	**4**

Llenar cada casilla con las respuestas **A**, **B**, **C**, **D** o **E**, según corresponda.
Correctas: 6 puntos. Incorrectas: -1,5 puntos. Sin responder: 0 puntos.

SÓLO PARA USO DOCENTE

VF	MO	TOTAL

VERDADERO/FALSO

1. Definimos los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : 0 \leq x, x^2 \leq 2\} \quad \text{y} \quad B = \left\{\sin\left(\frac{k\pi}{4}\right) : k \in \mathbb{Z}\right\}$$

(A) A y B tienen ínfimo.

(B) $\sup(A) = 2$ y $\sup(B) = 1$.

(C) $A \cap B$ está acotado.

(D) $\max(A) = \sqrt{2}$ y $\max(B) = 1$.

2. Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = x^3$.

(A) f es monótona creciente.

(B) g es inyectiva.

(C) $g \circ f$ es biyectiva.

(D) $f \circ g$ es sobreyectiva.

3. Sea $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ dada por: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 1 \\ x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Consideramos la partición $\mathcal{P}_n = \{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ del intervalo $[0, 2]$ tal que $\mathcal{P}_n$ es equidistribuida (es decir: $x_j - x_{j-1} = cte$ para todo $j = 1, \ldots, n$). Notamos por $S(f, \mathcal{P}_n)$ y $s(f, \mathcal{P}_n)$ a la suma superior e inferior de f respecto a la partición $\mathcal{P}_n$ respectivamente.

(A) $\inf_{n\in\mathbb{N}} S(f, \mathcal{P}_n) = 5/2$.

(B) Si $n = 3$ entonces $S(f, \mathcal{P}_n) = 26/9$.

(C) Si $n = 3$ entonces $s(f, \mathcal{P}_n) = 30/9$.

(D) Si $n = 6$ entonces $S(f, \mathcal{P}_n) = 8/3$.

4. Sea $f : [-1, 3] \to \mathbb{R}$ la función definida por: $f(x) = \begin{cases} 3/4 & \text{si } x < 1 \\ x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Tomamos la función $F : [-1, 3] \to \mathbb{R}$ dada por: $F(x) = \int_1^x f(t)dt$

(A) $F(1/2) = 1$.

(B) $F(2) = 3/2$.

(C) F es creciente.

(D) F tiene una única raíz.

MÚLTIPLE OPCIÓN

1. Sea $f : [-1,4] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - 9$ y sea $\mathcal{P} = \{-1, 0, 2, 4\}$ partición del intervalo $[-1, 4]$. Denotamos por $S(f, \mathcal{P})$ a la suma superior de f respecto a la partición $\mathcal{P}$. Entonces $S(f, \mathcal{P})$ vale:

(A) 4 (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) 0 (D) -4 (E) -5

2. Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dos funciones integrables y supongamos que:

$$\int_1^8 f(x)dx = 12, \qquad \int_4^8 f(x)dx = 7, \qquad \int_1^4 g(x)dx = 3$$

La integral $\int_1^4 \left(\frac{2}{3} f(x) - g(x)\right) dx$ es igual a:

(A) 3 (B) $\dfrac{1}{3}$ (C) 0 (D) $\dfrac{1}{6}$ (E) -1

3. Sean $f, g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ funciones definidas por: $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ y $g(x) = x$.

(A) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)g(x) = 0,$ $\lim\limits_{x\to 0} f(x) + g(x)$ no existe.

(B) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)g(x) = 0,$ $\lim\limits_{x\to 0} f(x) + g(x) = 0.$

(C) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)g(x)$ no existe, $\lim\limits_{x\to 0} f(x) + g(x)$ no existe.

(D) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)g(x)$ no existe, $\lim\limits_{x\to 0} f(x) + g(x) = 0.$

(E) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)g(x) = 0,$ $\lim\limits_{x\to 0} f(x) + g(x) = 1.$

4. Se considera el límite:

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x-1)(e^{x-2} - 1)}{2x^2 - 6x + 4}$$

(A) El límite vale 1/4.

(B) El límite vale 1/2.

(C) El límite vale 0.

(D) No existe el límite.

(E) El límite vale 1.

Recordar que: $\lim\limits_{u\to 0} \frac{e^u - 1}{u} = 1$