CDIV Primer semestre 2022

Examen julio. 22 de julio 2022

N^o Examen	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

VERDADERO ó FALSO (Total: 24 puntos)							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**

Llenar cada casilla con las respuestas **V** (verdadero) o **F** (falso), según corresponda.
Correctas: 3 puntos. Incorrectas: -3 puntos. Sin responder: 0 punto.

MÚLTIPLE OPCIÓN (Total: 76 puntos)						
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

Llenar cada casilla con las respuestas **A**, **B**, **C**, ó **D**, según corresponda.
Hay un ejercicio de 10 puntos y 6 ejercicios de 11 puntos. Las respuestas incorrectas restan 2 puntos. Casilleros en blanco valen 0 puntos.
El puntaje mínimo de aprobación es 50 puntos.

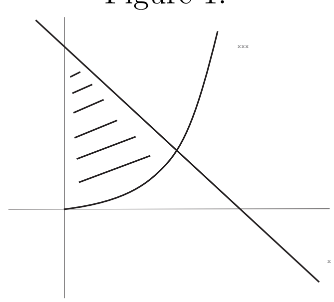
VERDADERO ó FALSO

1. Sea $A \subset \mathbb{Q}$ un conjunto acotado superiormente. Entonces A tiene máximo.
2. Sea $x = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ y $z = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$. Entonces $x = z$.
3. Sea $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x = \frac{1}{2^n}, \quad n \in \mathbb{N} \\ 0 & si \quad x \neq \frac{1}{2^n}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$. La función f no es integrable.
4. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 7x^5 + x^3 + 27x + 5$. Existe $x_0 \in \mathbb{R}$ tal que $f(x_0) = 10^{22}$.
5. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(\frac{p}{q}) = 0$ para todo $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$. Entonces $f(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
6. Sea $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ continua. Entonces $F : [a,b] \to \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \int_a^x f(t)dt$, es continua en $[a,b]$.
7. Sean $f, g : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ tales que

$$f(x) = \int_x^0 \frac{dt}{t^2+1} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \int_{\frac{1}{x}}^0 \frac{dt}{t^2+1}.$$

   Entonces $f'(x) = -g'(x)$ para todo $x \in (0, +\infty)$.
8. El área rayada, de la figura, vale $\frac{5}{4}$.

Figure 1:



MÚLTIPLE OPCIÓN

1. (10 puntos) El valor de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^2(x).(cos(x)-1)dx$ es:

   (A) $\frac{1}{3}-\frac{\pi}{4}$.
   (B) $\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$.
   (C) $\frac{1}{3}+\frac{\pi}{8}$.
   (D) $\frac{1}{2}-\frac{\pi}{8}$.

2. (11 puntos) El valor de $\int_0^{-1} \frac{2x^2+x-1}{x^3-x^2+x-1}dx$ es:

   (A) $\frac{3}{2}\log(2)-\frac{\pi}{2}$.
   (B) $2\log(3)-\frac{\pi}{4}$.
   (C) $\frac{1}{2}\log(3)+\frac{\pi}{8}$.
   (D) $\frac{1}{3}\log(2)-\frac{\pi}{4}$.

3. (11 puntos) Sea $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ tal que $f(x)=\int_0^x e^t(t-\frac{1}{2})dt$. Entonces:

   (A) f tiene máximo y mínimo absoluto en $[0,+\infty)$.
   (B) f tiene máximo absoluto y no tiene mínimo absoluto en $[0,+\infty)$.
   (C) f no tiene máximo absoluto y tiene mínimo absoluto en $[0,+\infty)$.
   (D) f no tiene máximo ni mínimo absoluto en $[0,+\infty)$.

4. (11 puntos) Se considera el siguiente integral:

$$\int_0^1 e^{t^2}dt.$$

   No intente hallar una primitiva de e^{t^2}. Usando propiedades de la integral, indicar la opción correcta.

   (A) $0<\int_0^1 e^{t^2}dt<\frac{1}{e}$.
   (B) $\frac{1}{e}<\int_0^1 e^{t^2}dt<1$.
   (C) $1<\int_0^1 e^{t^2}dt<e$.
   (D) $e<\int_0^1 e^{t^2}dt$.

5. (11 puntos) El valor del siguiente límite

$$\lim_{x \to 1} \frac{e^{x-1} + x^2 - 2}{sen(x^2 - 1) + x^3 - 1}$$

es:

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) 1.

(C) 0.

(D) $\frac{3}{5}$.

6. (11 puntos) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \frac{1}{1+|x|}$. Indicar la opción correcta:

(A) f es continua para todo $x \in \mathbb{R}$ y es derivable para todo $x \neq -1$.

(B) f es derivable para todo $x \in \mathbb{R}$.

(C) f es continua para todo $x \in \mathbb{R}$ y es derivable para todo $x \neq 0$.

(D) f es continua para todo $x \neq -1$ y es derivable para todo $x \in \mathbb{R}$.

7. (11 puntos) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x - Arctan(x)$. Entonces:

(A) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2} = +\infty$.

(B) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2} = 1$.

(C) f tienen un mínimo relativo en $x = 0$.

(D) f no tienen un máximo relativo en $x = 0$.