Examen del turno vespertino.

Cálculo Diferencial e Integral en Una Variable **Examen** *Viernes 7/8/2020*

N^o de examen	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Respuestas

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5
H	A	H	G	D
Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8	Ej. 9	Ej. 10
H	E	A	C	G

Importante

- Se entrega únicamente esta hoja.
- Cada respuesta correcta suma 10 puntos al puntaje final.
- Las respuestas incorrectas no restan puntos.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- El puntaje de aprobación es 60.

Información que puede ser util:

- $\sin(\pi/4) = \cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
- $\sin(\pi/6) = 1/2 = \cos(\pi/3)$
- $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2 = \sin(\pi/3)$.

Ejercicio 1

Calcular $f'(0)$ donde $f(x) = (1+\arctan(x))e^{2x}$.

(A) 0

(B) -1

(C) 2

(D) $\frac{1}{2}$.

(E) -2

(F) 1

(G) $\sqrt{2}$

(H) 3

Ejercicio 2

Calcular $f'(0)$ donde $f(x) = \int_x^{e^x} \arctan(-\cos(\pi t))(2+t-t^2)dx$.

(A) π
(B) 4
(C) -4
(D) $\sqrt{2}$.
(E) 7
(F) $\frac{1}{2}$
(G) -2
(H) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ejercicio 3

Calcular $\int_0^1 \arctan(x)dx$.

(A) 2
(B) $\frac{3}{4}$
(C) -2
(D) $\frac{\log(3)}{4}$.
(E) $\frac{\pi}{2}$
(F) $\frac{1}{2}$
(G) $\log(2)$
(H) $\frac{\pi}{4} - \frac{\log(2)}{2}$

Ejercicio 4

Calcular $\int_1^8 \frac{e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}}dx$.

(A) e^2
(B) $\frac{3e}{4}$
(C) $-2e^2+1$
(D) $3e+5$.
(E) $2e^2-2e$
(F) $15e-1$
(G) $3e^2-3e$
(H) $-2e$

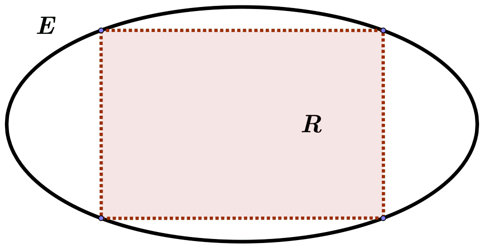
Ejercicio 5

Calcular $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+2x^2)\tan(3x)}{\sin(4x)(e^x-1-x)}$.

(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{3}{4}$
(C) -2
(D) 3.
(E) $\frac{1}{3}$
(F) 1
(G) $-\frac{1}{2}$
(H) $\frac{2}{5}$

Ejercicio 6

Consideremos la elipse E de ecuación $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. Recordemos que un rectángulo R está inscrito en E si los cuatro vértices de R son puntos de E (ver figura). Si R es el rectángulo inscrito en E de mayor área, ¿cuál de los siguientes es un vértice de R?



(A) $(\sqrt{3}, 1/2)$

(B) $(1, \sqrt{3}/2)$

(C) $(\sqrt{3}/2, 1)$

(D) $(2/3, 2\sqrt{2}/3)$

(E) $(2/5, 3\sqrt{2}/\sqrt{5})$

(F) $(\sqrt{7}/2, 3/4)$

(G) $(3/4, \sqrt{7}/2)$

(H) $(\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$

Ejercicio 7

Consideremos la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x & \text{si} \quad x \in \mathbb{Q} \\ e^x - 1 & \text{si} \quad x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

y las siguientes afirmaciones sobre ella:

(I) Para todo $\varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ de modo que si $|x| < \delta$ entonces $|f(x)| < \varepsilon$.

(II) Para todo $\varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ de modo que si $|x-1| < \delta$ entonces $|f(x) - 2| < \varepsilon$.

(III) f es derivable en 0.

(IV) f es integrable en $[-1, 1]$.

Entonces:

(A) Sólo la afirmación (I) es verdadera.

(B) Sólo la afirmación (II) es verdadera.

(C) Sólo la afirmación (II) verdadera.

(D) Sólo la afirmación (IV) es verdadera.

(E) Sólo las afirmaciones (I) y (III) son verdaderas.

(F) Sólo las afirmaciones (II) y (IV) son verdaderas.

(G) Todas las afirmaciones son verdaderas.

(H) Todas las afirmaciones son falsas.

Ejercicio 8

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable. Calcular

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\operatorname{sen}(x)) \operatorname{sen}(x) \cos(x)\, dx$$

sabiendo que la derivada f' es una función impar.

(A) $\frac{1}{2}(f(1) - f(-1))$

(B) $\frac{1}{2}(f(\pi/2) - f(-\pi/2))$

(C) $\frac{1}{2}(f(1) + f(-1))$

(D) $\frac{1}{2}(f(\pi/2) + f(-\pi/2))$

(E) $\frac{1}{2}(f(1) + f(-1))$

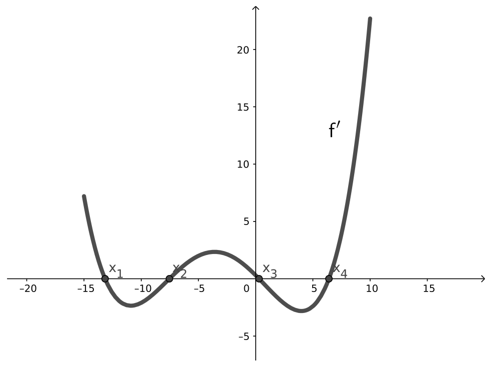
(F) $f(1) - f(-1)$

(G) $f(1) + f(-1)$

(H) $2f(\pi/2)$

Ejercicio 9

Consideremos una función $f : [-15, 10] \to \mathbb{R}$ derivable. La gráfica de su derivada f' se muestra en la figura. Sabiendo que $f(-15) > 0$, $f(x_1) > 0$, $f(x_2) < 0$, $f(x_3) > 0$ y $f(x_4) > 0$, determinar la cantidad de puntos $x \in [-15, 0]$ para los cuales $f(x) = 0$. (Es decir, determinar la cantidad de raíces de la función f).



(A) f no se anula en ningún punto.

(B) f se anula exactamente en un punto.

(C) f se anula exactamente en 2 puntos.

(D) f se anula exactamente en 3 puntos.

(E) f se anula exactamente en 4 puntos.

(F) f se anula exactamente en 5 puntos.

(G) f se anula exactamente en 6 puntos.

(H) No es posible responder a partir de los datos dados.

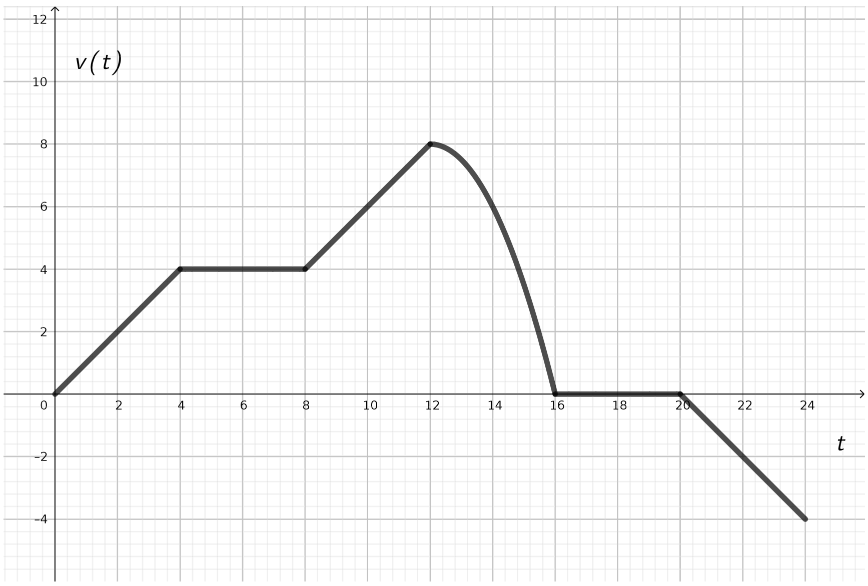
Ejercicio 10

Pilar patina en la vereda, partiendo de la puerta de su casa en $t = 0$. La gráfica muestra su velocidad en m/s. Consideremos las siguientes afirmaciones:

(I) Hay un momento en que Pilar se detiene, y luego retrocede.

(II) Pilar se aleja de su casa más de $64m$.

(III) En $t = 10s$ Pilar está acelerando.



Entonces:

(A) Sólo la afirmación (I) es verdadera.

(B) Sólo la afirmación (II) es verdadera.

(C) Sólo la afirmación (III) es verdadera.

(D) Sólo la afirmación (I) es falsa.

(E) Sólo la afirmación (II) es falsa.

(F) Sólo la afirmación (III) es falsa.

(G) Todas las afirmaciones son verdaderas.

(H) Todas las afirmaciones son falsas.