Solución ejercicio 4 primer parcial de Sistemas Lineales 2 2012

Andrés Alcarraz

October 2, 2012

a).

$$v_i(t) = \frac{E}{T} t\left(Y(t) - Y(t-T)\right) \tag{1}$$

$$= \frac{E}{T}\big(tY(t) - (t-\cancel{T})Y(t-T) - \cancel{T}Y(t-T)\big) \tag{2}$$

El primer término es la rampa, el segundo es la rampa corrida y el tercero un escalón corrido, en Laplace queda:

$$V_i(s) = \frac{E}{T}\left(\frac{1}{s^2} - \frac{e^{-Ts}}{s^2} - \frac{T}{s}e^{-Ts}\right) \tag{3}$$

b). El circuito de la figura lo podemos resolver usando la fórmula del divisor de voltaje:

$$H(s) = \frac{R}{Ls + R} \tag{4}$$

c). $V_o(s) = H(s)V_i(s)$

Podemos aplicar el teorema de valor final dado que el único polo es el de $H(s)$ y tiene parte real negativa, como $v_i(t)$ es de soporte acotado, sabemos que su transformada converge en todo el plano complejo, es decir, tiene abcsisa de convergencia $-\infty$. A primera vista la expresión puede engañar por las S en el denominador, pero se puede ver que son discontinuidades evitables.

$$sV_o(s) = \frac{E}{T}\left(\frac{1 - e^{-Ts}}{s} - Te^{-Ts}\right)\frac{\frac{R}{L}}{s + \frac{R}{L}} \tag{5}$$

Aplicando TVF:

$$\lim_{s\to 0} sV_o(s) = \frac{E}{T}\left(\lim_{s\to 0}\frac{1 - e^{-Ts}}{s} - T\right) \tag{6}$$

Usando el teorema de L'Hopital vemos que el límite del cociente es T por lo que:

$$\lim_{t\to\infty} v_o(t) = \lim_{s\to 0} sV_o(s) = 0 \tag{7}$$

Este resultado es consistente con que la energía que entrega la fuente entre 0 y T se termina disipando en la resistencia.

Ahora aplicamos TVI.

$$\lim_{s\to\infty} sV_o(s) = 0 \tag{8}$$

El límite es mucho más evidente y es consistente con que inicialmente la bobina está descargada y por lo tanto no hay corriente por la resistencia, lo cual implica que su caída de voltaje sea nula.

d). $V_o(s) = \frac{E}{T}\left(\frac{1-e^{-Ts}}{s^2} - \frac{T}{s}e^{-Ts}\right)\frac{\frac{R}{L}}{s+\frac{R}{L}}$

Antitransformamos usando las tablas y el teorema de traslación en el tiempo:

$v_o(t) = E\left\{\left(\frac{t}{T} - 1 + e^{-\frac{R}{L}t}\right)[Y(t) - Y(t-T)] - Y(t-T)\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)\right\}$