# Sistemas Lineales 2
# Segundo parcial, 6 de diciembre del 2003

**Te solicitamos:**

- **poner nombre y apellido** en todas las hojas.
- **recuadrar las respuestas** correspondientes a las distintas partes de los ejercicios.
- utilizar las hojas de un solo lado.
- resolver problemas diferentes en hojas separadas.
- al finalizar la prueba, **colocar las hojas dentro del sobre**, depositar el mismo sobre el banco y retirarse del salón.
- **NO ESCRIBIR NI RAYAR EL SOBRE**, ya que será re-utilizado.

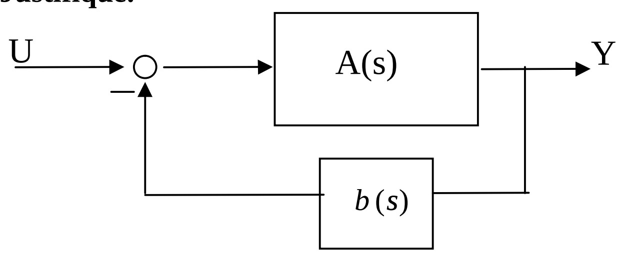
Se recuerda que la prueba es individual y **dura 4 horas**.
Muchas gracias por tu colaboración y buena suerte!!!

**Problema 1** **( 11 puntos )**

**a)** Para el sistema realimentado de la Figura 1:

**i)** dar la condición de oscilación (Barkhausen). Justificar **cualitativamente** mediante una apertura de lazo, por qué dicha condición implica la oscilación del sistema.

**ii)** suponiendo que se cumple la condición de Barkhausen: ¿puede deducir algo acerca de los polos del sistema en lazo cerrado? ¿Y acerca de su estabilidad? **Justifique.**




( A(s), $b(s)$ funciones racionales propias )

figura 1

**b)** Se considera el circuito de la Figura 2, con el operacional ideal ( $R_i = \infty, R_o = 0$ ) y ganancia $A(s) = \frac{A_o w_o}{s + w_o}$. Se cumple además que $\frac{1}{RC} = w_1$.

**i)** Hallar la ganancia de lazo abierto $-Ab(s)$.

**ii)** Calcular la frecuencia y condición de oscilación del sistema.

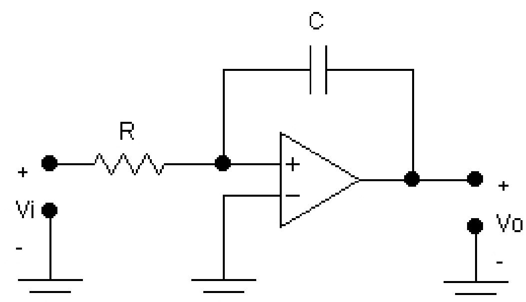



figura 2.

**Problema 2** **( 8 puntos )**

Se quiere conectar un generador que trabaja a 300 MHz a una impedancia de carga $Z_L$=*500W* a través de una línea de transmisión sin pérdidas de impedancia característica $Z_0$=*80W*. Se asume una velocidad de propagación de $3x10^8$ m/s.

**a)** Se desea adaptar la carga a la línea a través de un transformador de cuarto de longitud de onda ($\lambda$/4) de impedancia característica $Z_T$ (sin pérdidas).

**i)** ¿cuál debería ser la longitud del transformador?

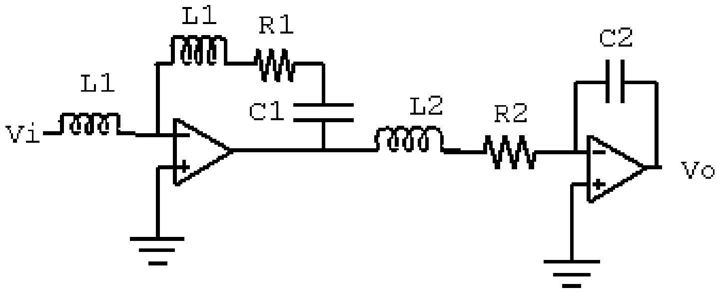
**ii)** ¿cuál debería ser su impedancia característica?

**b)** Si se trabajara a 200 MHz, calcular la relación de onda estacionaria (ROE) resultante en la línea de transmisión de impedancia característica $Z_0$=*80W*..

**Problema 3** **( 30 puntos )**

**a)** **( 6 puntos )**

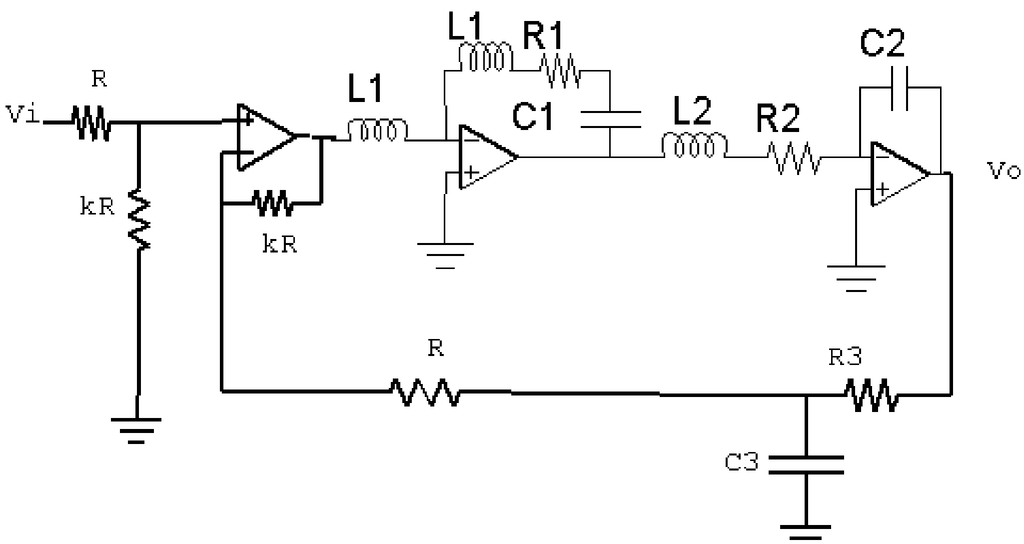
**i)** En el circuito de la figura hallar la transferencia H(s)=Vo(s)/Vi(s):




**ii)** Verificar que bajo las condiciones $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1.C_1}}, L_1 = \frac{R_1^2 \cdot C_1}{4}, R_2 = 1000 \cdot L_2.\omega_0, C_2 = \frac{1}{1000.L_2.\omega_0^2}$, se cumple que

$$H(s) = 1000\frac{\omega_0^2}{s^3}.\frac{(s+\omega_0)^2}{s+1000.\omega_0}$$

**b)** Calcular la transferencia de lazo abierto del sistema de la figura siguiente:




**( 8 puntos )**

**c)** Sabiendo que se cumplen las relaciones $R_3 = \frac{1}{100.w_0C_3}$ , $R = \frac{1}{900.w_0C_3}$.

Realizar los diagramas asintóticos de Bode de "Aβ", y en base a ellos estimar las frecuencias en las cuales "Aβ" es real. Es razonable basarse en el diagrama asintótico en este caso? Justificar. Utilizar la expresión real de "Aβ" para verificar si en los puntos hallados ésta es realmente "casi" real. **( 7 puntos )**

**d)** Utilizando el criterio de Nyquist estudiar la estabilidad del circuito de la parte anterior. **( 9 puntos )**

**<u>Problema 4</u>** **( 11 puntos )**

Se considera el circuito de la Figura 1, en el que el cuadripolo se caracteriza por sus parámetros h.

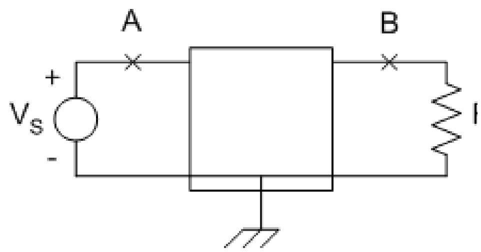



figura 1

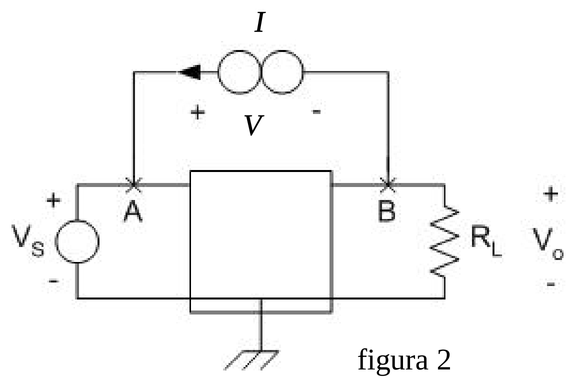



figura 2

**a)** Dibujar un modelo equivalente del cuadripolo en función de los parámetros híbridos.

Para las siguientes partes se utiliza el modelo del cuadripolo hallado en la parte **a)**.

**b)** Calcular la impedancia vista entre A y B ( $Z_{AB}$ ).

**c)** Se conecta una fuente de corriente *I* entre los bornes A y B, como se indica en la figura 2. Manteniendo la fuente $V_S$ , se ajusta el valor de I de modo de anular el voltaje de salida ($V_o = 0$). En esas condiciones, calcular el voltaje *V*, y la llamada "impedancia de anulación" $Z_N = \dfrac{V}{I}$ (en función de los parámetros híbridos del cuadripolo).

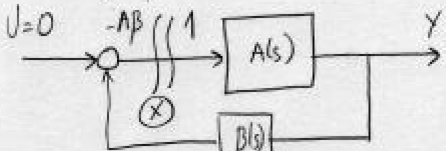
# SISTEMAS LINEALES 2: SEGUNDO PARCIAL 2003

(1)

## Problema 1:

a) (i) La condición de oscilación de Barkhausen es $-A\beta(j\omega_o) = 1$ donde $-A\beta(s)$ es la transferencia de lazo abierto para el sistema realimentado clásico de bloques $A(s)$, $\beta(s)$ y $\omega_o$ es la frecuencia de oscilación (podría existir más de una).

Para una justificación de dicha condición de oscilación, abro el lazo e inyecto una señal unitaria en ⊗. Sé que a la vuelta tengo $-A\beta(s)$, la transferencia

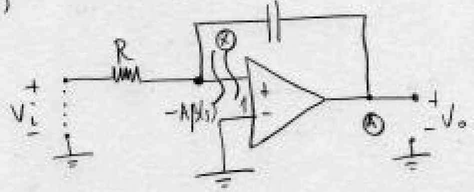



en lazo abierto del sistema. Si para alguna frecuencia $\omega_o$, se cumple $-A\beta(j\omega_o) = 1$, lo que tengo a la vuelta del lazo es lo mismo que inyecté. Por lo tanto la señal se regenera y el sistema oscila a esa frecuencia.

(ii) Si $-A\beta(j\omega_o) = 1 \Rightarrow 1 + A\beta(j\omega_o) = 0$. Pero $1 + A\beta(s)$ es la ecuación característica del sistema en lazo cerrado $\left( H(s) = \dfrac{A(s)}{1 + A\beta(s)} \right)$. Por lo tanto se deduce que el sistema en lazo cerrado tiene un polo en $j\omega_o$ y además otro en $-j\omega_o$. (Para cada frecuencia $\omega_o$ a la que se cumpla la condición de oscilación, el sistema en lazo cerrado tendrá polos en $\pm j\omega_o$)

El sistema en lazo cerrado con función de transferencia $H(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$, presenta al menos un par de polos en el semiplano derecho cerrado $\Rightarrow$ Es inestable.

b) (i)




Operacional ideal: $R_i = \infty$, $R_o = 0$

$A(s) = \dfrac{A_o\, \omega_o}{s + \omega_o}$ , $\omega_1 = \dfrac{1}{RC}$

Abro el lazo e inyecto una señal unitaria en ⊗. Sé que a la vuelta tengo $-A\beta(s)$

En Ⓐ tengo $A(s)$, notando que se anula la entrada y por el

(2)

divisor de tensiones $\Rightarrow -A\beta(s) = A(s)\dfrac{RCs}{RCs+1}$

$$\Rightarrow \boxed{-A\beta(s) = \frac{A_0 w_0\, s}{(s+w_0)(s+w_1)}}$$

(ii) De la condición de oscilación de BarKhausen $\Rightarrow -A\beta(jw^\alpha) = 1$ siendo $w^\alpha$ la frecuencia de oscilación.

$$\Rightarrow 1 = \frac{A_0 w_0 j w^\alpha}{(jw^\alpha + w_0)(jw^\alpha + w_1)} \Rightarrow (jw^\alpha + w_0)(jw^\alpha + w_1) = A_0 w_0 j w^\alpha$$

$$\Rightarrow w_1 w_0 - w^{\alpha 2} + jw^\alpha(w_0 + w_1) = A_0 w_0 j w^\alpha$$

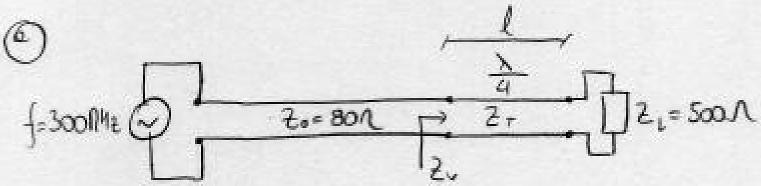
Igualando partes reales: $w_1 w_0 - w^{\alpha 2} = 0 \Rightarrow \boxed{w^\alpha = \sqrt{w_1 w_0}}$ frecuencia de oscilación.

Igualando partes imaginarias: $w^\alpha(w_0 + w_1) = A_0 w_0 w^\alpha \Rightarrow \boxed{A_0 = \dfrac{w_0 + w_1}{w_0}}$ condición de oscilación.

(3)

Problema 2:

(a)




$v = c = 3\times10^8\ m/s$

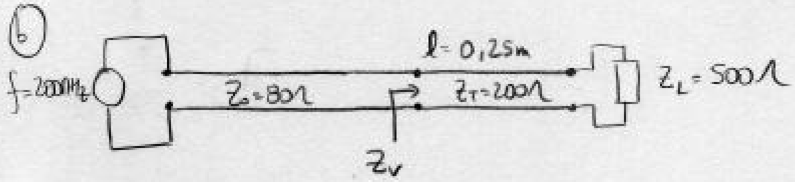
(i) $c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = 1m$

$\Rightarrow \ell = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \boxed{\ell = 0{,}25\ m}$

(ii) Para que exista adaptación, se debe tener $Z_v = Z_0 = 80\Omega$. De la conocida relación para el transformador de $\frac{\lambda}{4}$ se tiene:

$Z_v \cdot Z_L = Z_T^2 \Rightarrow Z_T = \sqrt{Z_v Z_L} \Rightarrow \boxed{Z_T = 200\Omega}$

(b)




Notamos que a la nueva frecuencia, $\frac{\lambda}{4} \neq 0{,}25m$.

$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = 1{,}5m$

Resuelvo $Z_v$, y luego obtengo el coeficiente de reflexión de tensión $\rho_T = \frac{Z_v - Z_0}{Z_v + Z_0}$

Finalmente hallo el ROE buscado como $ROE = \frac{1 + |\rho_T|}{1 - |\rho_T|}$

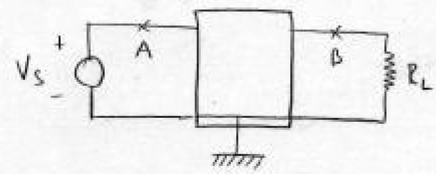
$Z_v = Z_T\left(\frac{Z_L + j Z_T \tan(\frac{2\pi}{\lambda}\ell)}{Z_T + j Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda}\ell)}\right) \Rightarrow Z_v = (101 + j92)\Omega$

$\Rightarrow \rho_T = 0{,}298 - j0{,}356$ y $|\rho_T| = 0{,}464$

$\Rightarrow \boxed{ROE = 2{,}74}$

## Problema 4

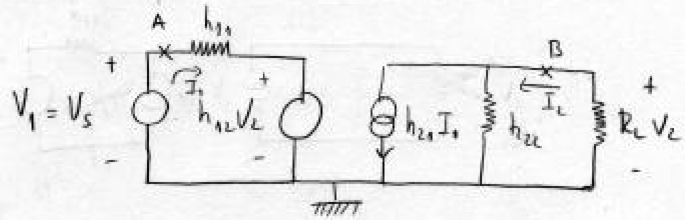
(a)



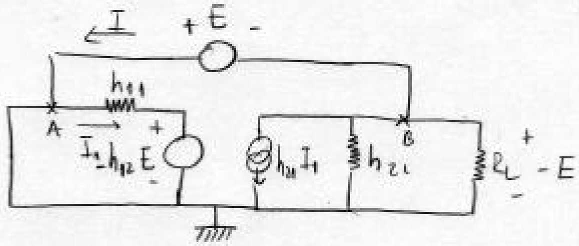

Considerando las señales eléctricas usuales: $V_1, I_1, V_2, I_2$ se tiene para los parámetros híbridos:

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

El modelo equivalente resulta:




(b) Para el cálculo de la impedancia vista, conecto una fuente de valor E entre A y B y calculo la corriente I que entrega. Recordar que las fuentes independientes se anulan $\Rightarrow V_S = 0$




Planteando la ecuación de mallas:

$$h_{11} I_1 - h_{12} E = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{h_{12}}{h_{11}} E$$

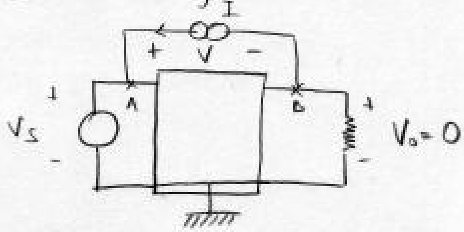
Planteando la ecuación de nudos (B):

$$I = \frac{E}{R_L} + E h_{22} - h_{21} I_1$$

$$\Rightarrow I = E\left(\frac{1}{R_L} + h_{22} - \frac{h_{21} h_{12}}{h_{11}}\right) = \left(\frac{h_{11} + h_{22}h_{11}R_L - h_{12}h_{21}R_L}{R_L h_{11}}\right)$$

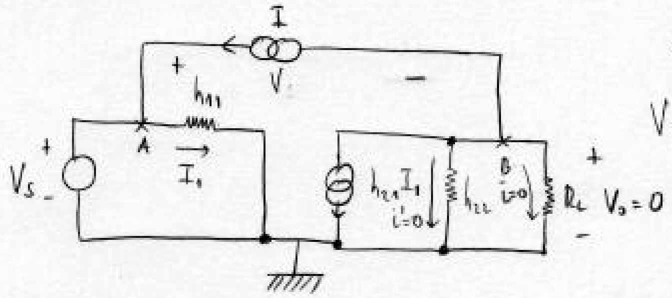
$$\Rightarrow Z_{AB} = \frac{E}{I} \Rightarrow \boxed{Z_{AB} = \frac{R_L h_{11}}{h_{11} + R_L(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})}}$$

(c) Conectamos una fuente de corriente entre A y B. Mantengo $V_S$, y ajusto el valor I de la fuente de modo de anular $V_o$



Planteando el circuito equivalente (con $V_s=0$). De la malla exterior:

$$\boxed{V = V_s}$$




Planteando la ecuación de mallas:

$$V = V_s = h_{11} I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{V}{h_{11}}$$

Planteando la ecuación de nodos (B):

$$I = -h_{21} I_1$$

$$\Rightarrow I = -h_{21}\frac{V}{h_{11}} \Rightarrow Z_N = \frac{V}{I} \Rightarrow \boxed{Z_N = -\frac{h_{11}}{h_{21}}}$$