

Sistemas Lineales 2

Primer parcial, 5 de octubre 2007

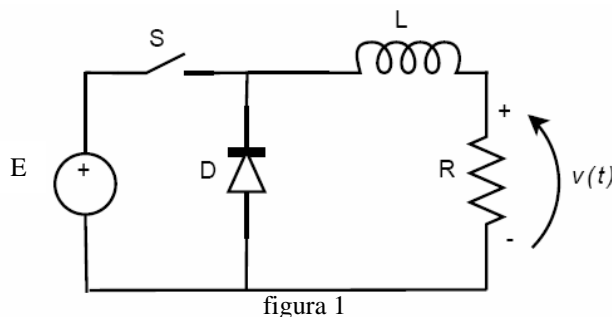
Te solicitamos:

- **poner nombre y apellido** en todas las hojas.
- **recuadrar las respuestas** correspondientes a las distintas partes de los ejercicios.
- utilizar las hojas de un solo lado.
- resolver problemas diferentes en hojas separadas.
- al finalizar la prueba, **colocar las hojas dentro del sobre**, entregar el sobre y retirarse del salón.
- **NO ESCRIBIR NI RAYAR EL SOBRE**, ya que será re-utilizado.

Se recuerda que la prueba es individual y **dura 4 horas**.

Muchas gracias por tu colaboración y buena suerte!!!

Problema 1 (10 puntos)



Se considera el circuito de la figura 1, en donde E es constante y positivo, $L/R = T$ y D es un diodo ideal. La llave S se opera periódicamente, con periodo T , y de la siguiente manera:

$$\text{status}(S)(t) = \begin{cases} \text{cerrado} , & t \in [0, \alpha T) \\ \text{abierto} , & t \in [\alpha T, T) \end{cases}$$

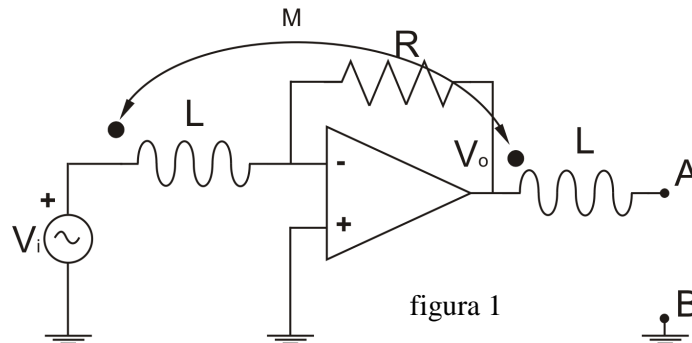
donde α es un parámetro dado positivo menor que 1.

- a) Hallar la expresión del voltaje $v(t)$ indicado en la figura 1 en régimen estacionario. Expresa su respuesta claramente y sólo en término de E , T , α y t .
- b) Grafique la función $v(t)$ hallada en la parte a).
- c) Calcule $\frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt$, v_{\min} , v_{\max} , valores promedio, mínimo y máximo, respectivamente, de la función $v(t)$ hallada en la parte a). Expresa estas respuestas sólo en términos de E y α .

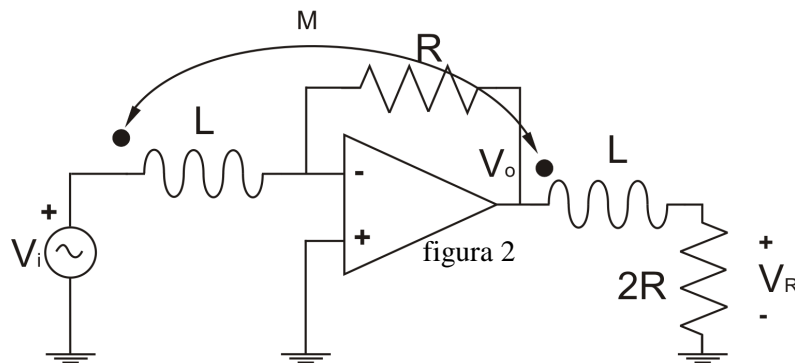
Problema 2 (10 puntos)

En este ejercicio, considere condiciones iniciales nulas.

- a) Calcular el equivalente Thévenin del circuito de la figura 1 entre **A** y **B**. El amplificador operacional es ideal de ganancia infinita y trabaja en zona lineal.



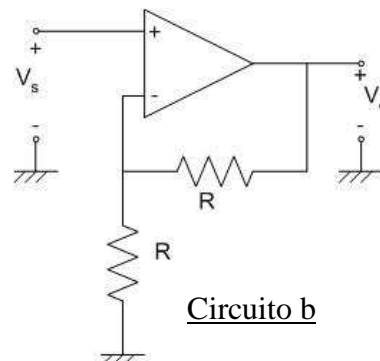
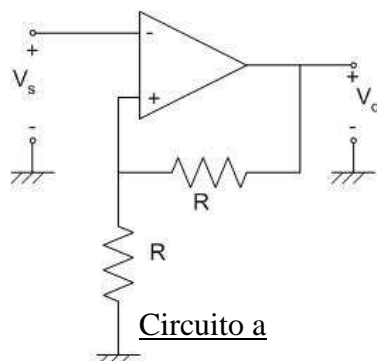
- b) ¿Que condición debe cumplir el transformador, para que la impedancia vista desde **AB** sea puramente real?
- c) Cumpliéndose la condición de la parte **b)** en el circuito de la figura 2, calcular $V_R(t)$ si $V_i = V \cdot Y(t)$.



Problema 3 (7 puntos)

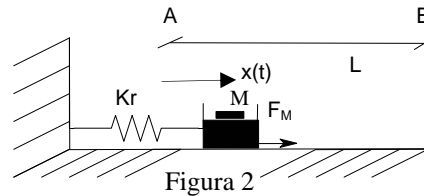
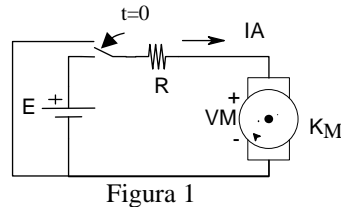
Los circuitos de las figuras, con operacionales ideales alimentados por fuentes $+V_{cc}$, $-V_{cc}$, son idénticos a menos de los signos de las patas de entrada.

- a) Identificar a qué configuraciones conocidas corresponden ambos circuitos.
- b) Si la entrada V_s varía en el rango de las fuentes de alimentación (entre $-V_{cc}$ y $+V_{cc}$, dibujar para ambos circuitos las gráficas de V_o en función de V_s . Reconocer, si corresponde, las zonas de comportamiento lineal.



Problema 4 (13 puntos)

En los esquemas de las figuras 1 y 2 se representa un sistema simplificado de un carrito diseñado para transportar una carga entre dos puntos A y B en un sistema de producción en serie. Cuando el operario coloca un objeto en el carrito, presiona el interruptor conectando la resistencia R a la fuente E.



El carrito está enganchado al extremo del resorte de constante K_r . La posición del carrito, $x(t)$, se mide desde el reposo del resorte. El carrito se puede mover hasta una distancia L , porque luego se cae. El motor de la figura 1 está dentro del carrito. Si las ruedas del carrito son ideales (de masa despreciable respecto al resto del carrito) y ruedan sin deslizar, aplicando la ecuación de movimiento a las ruedas y usando las ecuaciones del motor se pueden deducir las siguientes relaciones:

$$V_M(t) = K_M \cdot \dot{x}(t)$$

$$F_M(t) = K_M \cdot I_A(t)$$

Donde:

- K_M es una constante que depende de la constante del motor y el radio de las ruedas.
- $x(t)$ es la posición del carrito.
- I_A es la corriente que circula por el motor (corriente de armadura).
- V_M es el voltaje en bornes del motor.

M es la masa total del carrito y el objeto que coloca el operario. El sistema parte del reposo, es decir en $t=0$ el carrito está quieto ($\dot{x}(0)=0$) y el resorte está en su largo natural ($x(0)=0$). Cuando la llave de la figura 1 cambia de posición, se conecta la resistencia R a la fuente E .

- a) Hallar en Laplace, la ecuación algebraica que relaciona la tensión E y $X(s)$, mostrando que es de la forma $(s^2 + bs + c)X(s) = \frac{d \cdot E}{s}$.
- b) De la ecuación anterior hallar las condiciones en los parámetros del sistema para que $X(s)$ tenga dos polos complejos conjugados (sistema sub amortiguado).
- c) Hallar $x(t)$, cumpliéndose las relaciones halladas en b).
- d) Calcule la tensión E en función de K_M , K_r , R y L para que la posición del carrito converja a $0.8L$ cuando el tiempo tiende a infinito.
- e) Se desea que el sistema responda de manera tal que el carrito no se caiga de la mesa, es decir que $x(t) < L$ para todo instante. Asumiendo que se cumple lo calculado en d), hallar la condición que debe cumplir R , en función del resto de los parámetros del sistema, para que esto ocurra.

Sugerencia para las partes c y e: usar las tablas de Laplace.