Sistemas Lineales 2 - Segundo Parcial

- Escriba **nombre y apellido** en todas las hojas.
- Utilice las hojas de **un solo lado**. Resuelva problemas diferentes en **hojas diferentes**.
- Sea prolijo. **Explique** y detalle bien todos sus pasos. Exprese sus resultados exactamente **en el formato pedido**. Recuerde, que a través de esta evaluación usted debe demostrar sus conocimientos en la materia. Tenga presente que si algo no es claro para el evaluador, usted podría perder los puntos correspondientes a la pregunta.

Problema 1.- (12pts.-) En el circuito de la Figura 1, α y β son parámetros reales, finitos. La impedancia de entrada del bloque amplificador es infinita. Calcular los cuatro parámetros h del cuadripolo, cuya definición se recuerda:

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \ ,$$
$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \ .$$

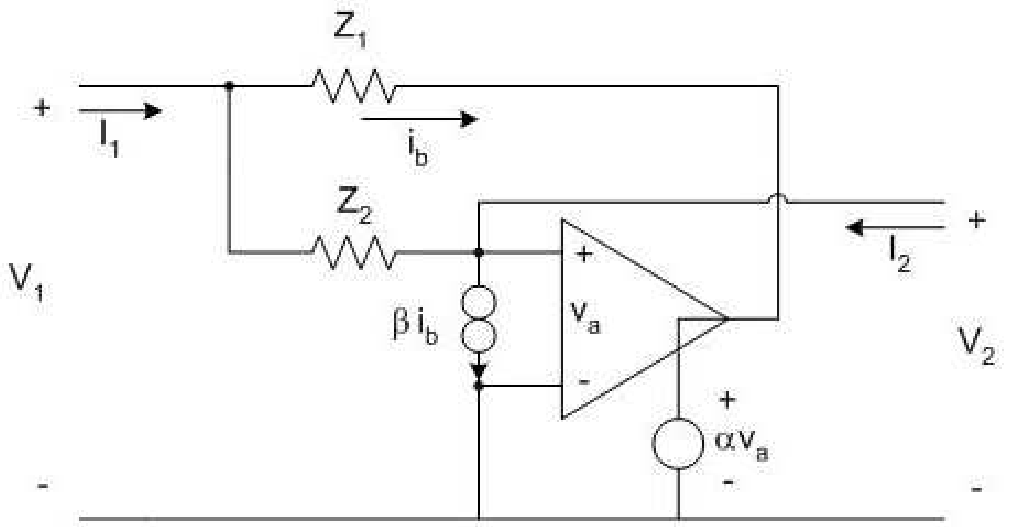

Figure 1: Circuito Correspondiente al Problema 1.

Problema 2.- (12pts.-) Considere los siguientes sistemas, de entrada $u(t)$, respuesta al impulso $h(t)$, y salida $r(t)$. Para cada uno de ellos, justificando claramente, indicar si es o no es BIBO estable. En los casos que corresponda, discuta según el parámetro $k \in \mathbb{R}$.

(a) $\mathcal{L}\{h_a\}(s) = H_a(s) = \dfrac{1}{(s+5)}$, **(b)** $\mathcal{L}\{h_b\}(s) = H_b(s) = \dfrac{(s-1)}{(s+10)(s+100)}$,

(c) $\mathcal{L}\{h_c\}(s) = H_c(s) = \dfrac{k}{(s-1)(s+10)}$, **(d)** $h_d(t) = \begin{cases} \frac{1}{(n+1)} & , \ t \in [n, n+\frac{1}{2}] \\ 0 & , \text{ en otro caso} \\ n = 0, 1, 2, \ldots , & \end{cases}$,

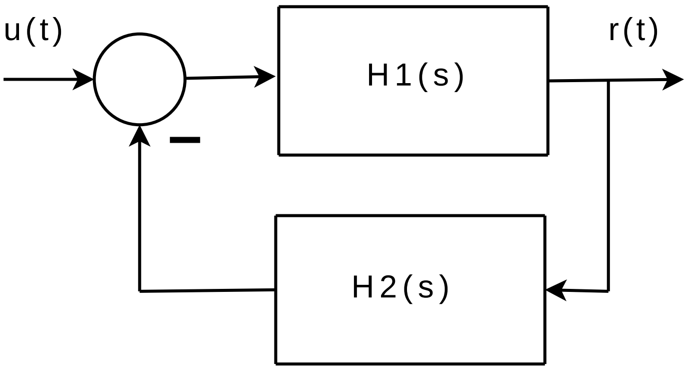

Figure 2: Sistema Realimentado Correspondiente al Problema 2.

(e) El sistema realimentado de la Figura 2, donde

$$H_1(s) = \frac{(s+10)}{(s+100)} \ , \ H_2(s) = \frac{k}{(s-1)^2} \ .$$

Problema 3.- (18pts.-) Considere una linea de transmisión, sin perdidas, con impedancia característica Z_0 y velocidad de fase v_P.

(a) Considere otra linea de transmisión, sin perdidas, con impedancia característica Z_S y velocidad de fase v_P, de longitud $d_S > 0$, cuyo terminal se encuentra cortocircuitado, constituyendo de esta manera un Stub en cortocircuito. La linea de transmisión de impedancia característica Z_0 es excitada con una fuente sinusoidal, de frecuencia angular $\omega > 0$, que se conecta a uno de sus extremos, y en el otro extremo se conecta una carga de impedancia Z_L. A una distancia $d_L \geq 0$ de esta carga se conecta (en paralelo) el Stub arriba descripto. Asuma que $Z_0 > 0$, $Z_S > 0$, $v_P > 0$, y $\omega > 0$ son dados. Demuestre, que para cualquier carga dada $Z_L = x_L + jy_L$, con $x_L > 0$, es siempre posible encontrar una longitud $d_S > 0$ para el Stub, y una posición $d_L \geq 0$ para colocar este Stub, de tal manera que la impedancia vista hacia atrás (en la linea de transmisión de impedancia característica Z_0) sea exactamente Z_0.

Nota 1.- La siguiente formula, estudiada en clase, que nos da la impedancia vista sobre una linea de transmisión, sin perdidas, (y de impedancia característica Z_C) a una distancia d de la carga, podría ser útil:

$$Z\Big|_d = \frac{(Z_L + jZ_C \tan \beta d)}{(Z_C + jZ_L \tan \beta d)} Z_C \ .$$

Nota 2.- Se sugiere tener presente que resolver una ecuación del tipo

$$\frac{Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)} = Z_3 \ ,$$

es equivalente a resolver una ecuación del tipo (lo cual podría resultar mas sencillo)

$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{Z_3} \ .$$

(b) Para $Z_L = Z_0 - j2Z_0$ halle los valores mínimos para $d_L \geq 0$ y $d_S > 0$ tal que se verifique la condición de la parte **(a)**. Exprese su respuesta claramente y solo en términos de Z_0, Z_S, y $\lambda = \frac{2\pi}{\omega} v_P$.

(c) Asuma que Z_L es como en la parte **(b)** y que d_L y d_S son los hallados en la parte **(b)**. Asuma también que l, la longitud de la linea de transmisión de impedancia Z_0, es $l = 2d_L$. En el extremo $z = 0$ de esta linea de transmisión conectamos una fuente de tension $v_g(t) = V\cos\omega t$, $t \geq 0$, en serie con $R_g = Z_0$, donde $V > 0$ es dado. Halle las tensiones en regimen $v(\frac{l}{2}, t)$ y $v(l, t)$, $t \geq 0$. Exprese estos resultados claramente y solo en términos de V, ω, y t.

Problema 4.- (18pts.-) El sistema de la Figura 3 representa un sistema ascensor cuya velocidad se desea controlar mediante la entrada v_d. Para este sistema se considerarán como entradas el voltaje v_d y la masa m. Los motores/generadores de continua (M_1 y M_2) son

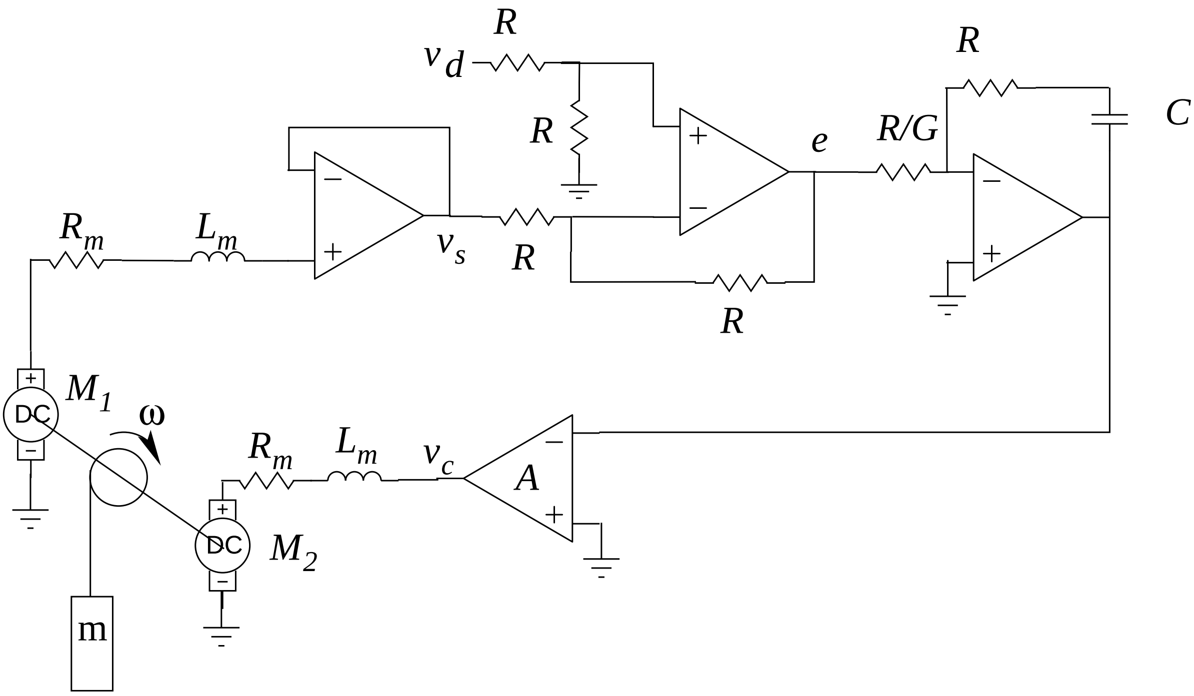

Figure 3: Sistema Correspondiente al Problema 4.

idénticos y de constante κ. Las resistencias R_m y bobinas L_m representan la resistencia e inductancia interna del bobinado. Se recuerdan las ecuaciones del motor:

$$v_m = \kappa\omega \ , \quad \tau = \kappa i_m \ ,$$

donde ω se toma en el sentido mostrado en la Figura 3 para ambos motores, y τ es el torque generado por los motores sobre el eje. El eje, junto con la polea y los rotores tiene un momento de inercia J, la masa del hilo es despreciable. También se tiene como dato que el disco tiene radio r.

(a)

(i) Hallar $\Omega(s) = \mathcal{L}\{\omega\}(s)$ en función de $M(s) = \mathcal{L}\{m\}(s)$ y $V_c(s) = \mathcal{L}\{v_c\}(s)$. Además, demuestre que $v_s = \kappa\omega$.

(ii) Hallar $E(s) = \mathcal{L}\{e\}(s)$ en función de $\Omega(s)$ y $V_d(s) = \mathcal{L}\{v_d\}(s)$.

(iii) Hallar la transferencia

$$F_1(s) = \frac{\frac{V_c(s)}{(L_m s + R_m)}}{E(s)} \ .$$

(iv) Mostrar que el sistema se puede representar por un diagrama de bloques como el de la Figura 4, donde $F_3 = -\frac{rg}{\kappa}$. Halle la restante transferencia F_2.

(b) Estudiar la estabilidad del sistema en lazo cerrado utilizando el criterio de Nyquist conociendo los siguientes datos:

$$\omega_0 = \frac{\kappa}{\sqrt{L_m J}} \ , \ \frac{1}{RC} = 100\omega_0 \ , \ \frac{R_m}{L_m} = \omega_0 \ ,$$

y donde $A > 0$ es dado. Discutir según G en función de los restantes parámetros del sistema. (Se sugiere inicialmente estudiar la estabilidad del sistema en función de $K = AG$.) (Es importante que tenga presente que para el sistema representado por el diagrama de bloques de Figura 4, la transferencia L es proporcional a una transferencia de la forma

$$\frac{(s+\omega_1)}{s} \frac{1}{(s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2)} \ ,$$

con $\omega_1 >> \omega_0$. Si esto no es a lo que usted arribó, entonces, revise lo que ha hecho.)

(c) Use aquí los mismos datos que en la parte **(b)** y asuma que G es tal que el sistema en lazo cerrado es estable.

(i) Hallar V_s en función de M y V_d. Exprese el resultado en términos de F_i, $i = 1, 2, 3$.

(ii) Demostrar que si las entradas tienden a un valor constante, $\lim_{t\to+\infty} v_d(t) = V_0$ y $\lim_{t\to+\infty} m(t) = M_0$, con $v_d, m \in \mathcal{L}_\infty$, entonces la velocidad angular tiende también a un valor constante $\lim_{t\to+\infty} \omega(t) = \frac{V_0}{\kappa}$.

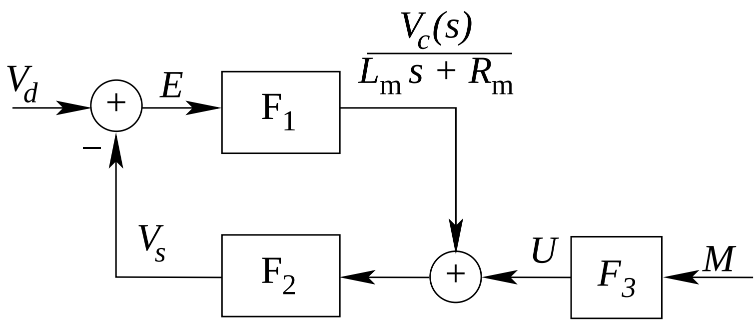

Figure 4: Diagrama de Bloques Correspondiente al Problema 4.