Núcleos clásicos
Tiempo Discreto
Invertibilidad

Análisis Tiempo–Frecuencia

IIE

[1]Facultad de Ingeniería Universidad de la República

June 1, 2017

Outline

1. Representaciones de la Clase
   - Reducción de interferencia
   - Con Interpretación Física
   - Núcleos Dependientes de la Frecuencia
2. Tiempo Discreto
   - Sobremuestreo
   - Invertibilidad
   - Separación - Filtrado de Wiener
3. Otros Kernels
   - Dependencia tiempo–frecuencia

Contenido

Choi–Williams

Núcleo gausiano

$$\varphi(\theta, \tau) = e^{\theta^2 \tau^2 / \sigma}$$

Donde σ es un parámetro que controla qué tanto se reduce la interferencia. σ chico reduce interferencia, σ grande se acerca a Wigner.

Zhao-Atlas-Marks

$$\varphi(\theta,\tau) = f(\theta,\tau)\sin a\theta\tau$$

Se puede probar que si hay dos componentes, el peso de la interferencia depende de $f(\omega_1 - \omega_2, \tau)$

La elección de f permite elegir qué otras propiedades se desea cumplir.

Si se toma

$$\varphi_{ZAM}(\theta,\tau) = g(\tau)|\tau|\frac{\sin a\theta\tau}{a\theta\tau}$$

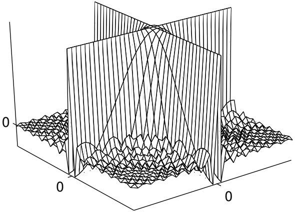
permite representar simultaneamente bien, tonos y cambios relativamente bruscos entre ellos.

Born-Jordan

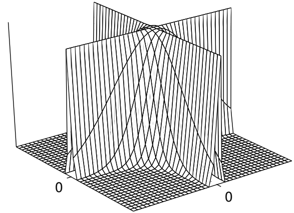
$$\varphi(\theta, \tau) = \frac{\sin a\theta\tau}{a\theta\tau}$$

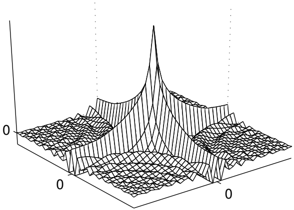
Es un seno cardinal, por lo que en el dominio dual, corresponde a una convolución con un rectángulo.
El peso de la interferencia de dos componentes es $K(\omega) = 1/(\omega_2 - \omega_1)$

Born–Jordan | Choi–Williams

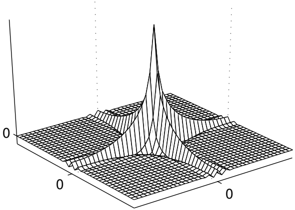


$\phi(\theta, \tau)$

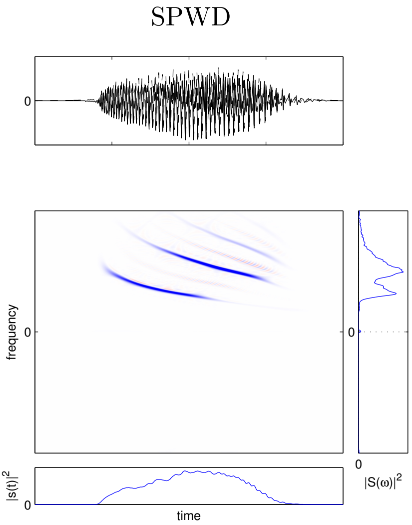


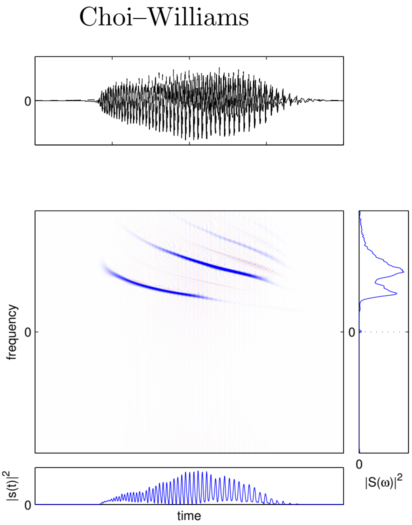


$g(t, \omega)$



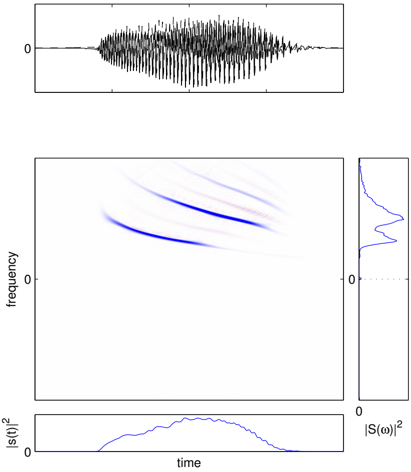
Ejemplo: Choi–Williams vs. SPWD



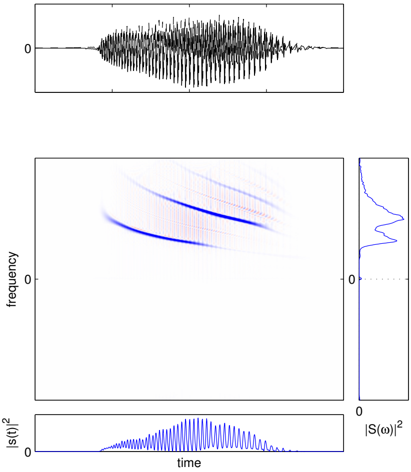


Ejemplo: Born–Jordan vs. SPWD

SPWD



Born–Jordan



Contenido

Espectro de energía compleja

Motivado por un modelo eléctrico de potencia
Si la señal es la tensión:

$$V(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int V_\omega e^{j\omega t} d\omega$$

circulando por una resistencia de 1 ohm, la energía en tiempo frecuencia queda:

$$E(t, \omega) = \int_t^{t+\Delta t} V(t) i^*(t) dt$$

En el límite

$$e(t, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} s(t) S^*(\omega) e^{-j\omega t}$$

Satisface lo marginales pero no tiene otras propiedades interesantes.

Contenido

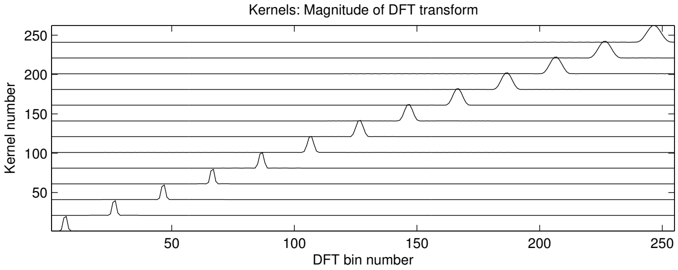
Núcleos dependientes de la Frecuencia

Ejemplo:
Transformada Q constante.
Posibles implementaciones:

- CQT
- MRFFT - Por bandas constante a trozos
- IIR-CQT - Filtro variante en el tiempo

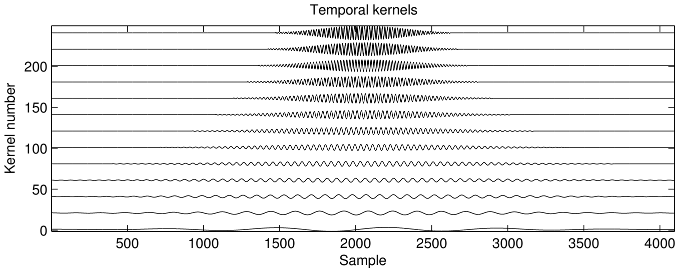
Núcleos dependientes de la Frecuencia - CQT

Ventanas de la CQT para distintas frecuencias en el dominio de frecuencia.



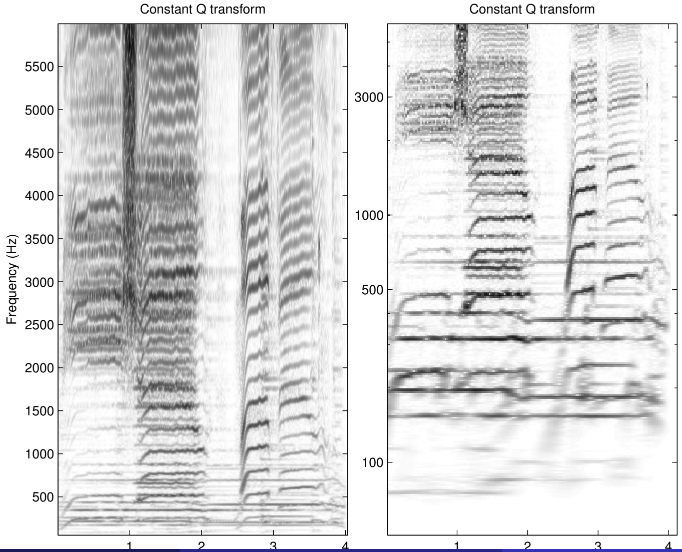
Núcleos dependientes de la Frecuencia - CQT

Ventanas de la CQT para distintas frecuencias en el dominio del tiempo



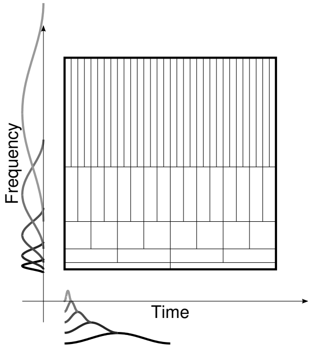
Núcleos dependientes de la Frecuencia - CQT

Comparación STFT con CQT.



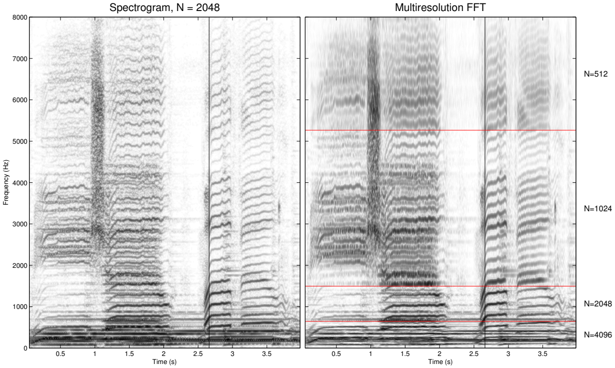
Núcleos dependientes de la Frecuencia - MRFFT

Implementación eficiente para calcular un conjunto discreto de ventanas en distintas zonas del espectro.



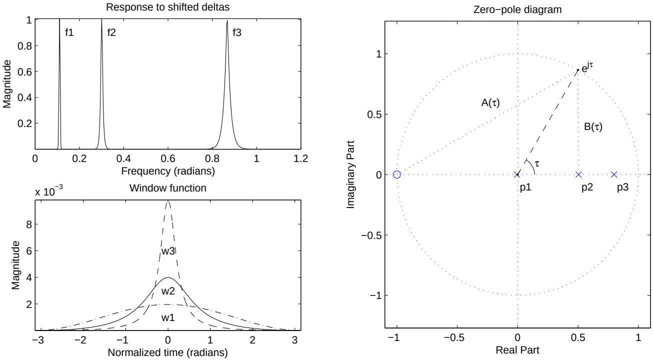
Núcleos dependientes de la Frecuencia - MRFFT

Comparación STFT con la MRFFT.

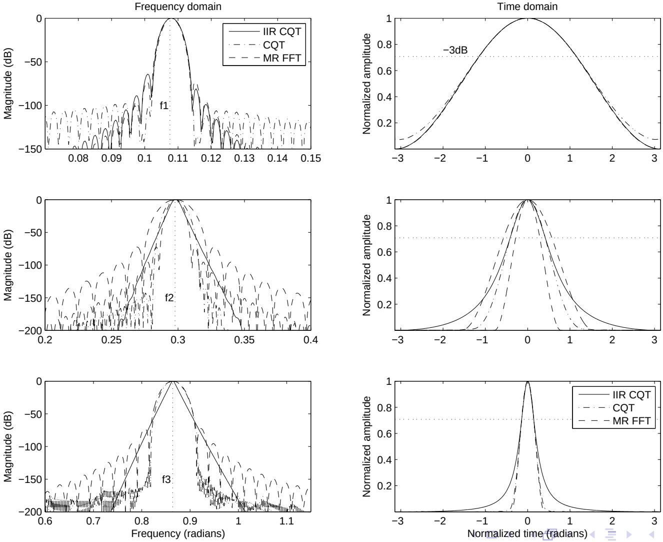


Núcleos dependientes de la Frecuencia - IIR-CQT

IIR-CQT, se basa en hacer un filtrado variante en el tiempo, haciendo cambiar el polo de un filtro de primer orden.

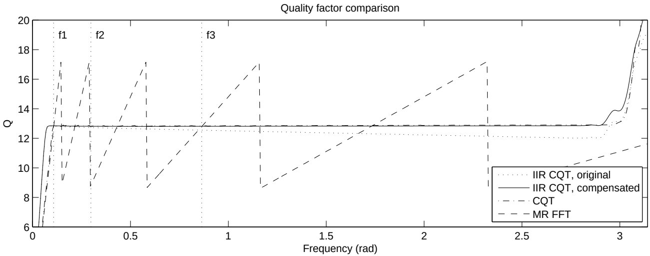


Comparación de las ventanas utilizadas



Núcleos dependientes de la Frecuencia

Comparación y limitantes en baja y alta frecuencia.



Contenido

Implementaciones Discretas - Zero Padding

Aumenta el muestreo en el eje de la frecuencia.
Es útil:

- si se utilizan ventanas de tiempo largo y se necesita encontrar el pico la densidad en una frecuencia que no coincide con los bins.
- puede mejorar la visualización.

Ejemplo de aplicación: componentes de baja frecuencia en música polifónica.

Implementaciones Discretas - Hop pequeño

Hop pequeño:
Aumenta el muestreo en el eje del tiempo. Es útil si se desea encontrar el pico de un evento muy bien definido en el tiempo.
Ejemplo de aplicación: localización de eventos percutivos.

Contenido

Implementaciones Discretas - Invertibilidad

No es verdad en general que sea posible recuperar $s(t)$ a partir de la distribución muestreada.

La redundancia en general no es suficiente y es un problema no invertible.

Manteniendo la fase, es posible realizar la inversión sin demasiada redundancia.

Implementaciones Discretas - Invertibilidad

Técnica clásica de representación STFT invertible:

- Ventanta de Hann
- Solapamiento 50%
- Conservando la fase (no el módulo al cuadrado)

Es invertible casi de manera trivial (Overlap-Add) y se puede recuperar la señal original.
No toda distribución corresponde a una señal, podría ser incompatible dado que hay redundancia. Es necesario elegir un criterio de costo a minimizar al realizar la inversión (debería ser cero si corresponde a un espectrograma válido).

Contenido

Manipulaciones clásicas - Filtrado de Wiener

Una aplicación típica es aislar una componente de una mezcla.
Si se define una máscara W[n,m] que tome valor 1 en las posiciones de tiempo–frecuencia en las que está la señal.
Se estima un nuevo espectrograma:

$$S_W[n,m] = S[n,m].W[n,m]$$

Criterios para la reconstrucción:
Es probable que S_W no corresponda a un espectrograma, pero funciona relativamente bien Overlap–Add. ¿Otros criterios a minimizar?
Existen artículos que proponen otras reconstrucciones.
Ejemplo: "Consistent Wiener filtering for audio source separation"
Jonathan Le Roux, Emmanuel Vincent

Manipulaciones clásicas - Filtrado de Wiener

¿Cómo se determina la máscara W[n,m]? Ejemplo señal contaminada con ruido con potencia σ^2

Estimación de la densidad de energía por uno de los métodos vistos $E[n, m]$

$$W[n, m] = \frac{E[n, m]}{E[n, m] + \sigma^2}$$

Una forma clásica:

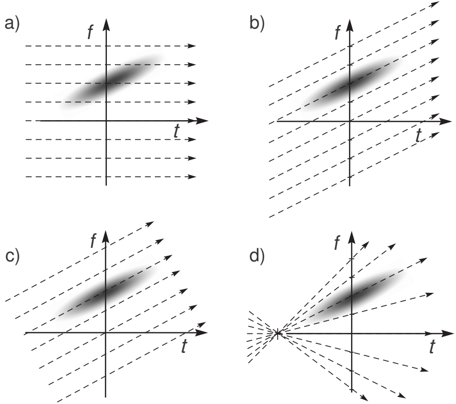
- Estimación de la densidad de energía de la componenta a aislar en un cierto (t, ω), $E_x[n.m]$
- Estimación de la densidad de energía por uno de los métodos vistos $E[n, m]$

$$W[n, m] = f(E_x[n.m], E[n.m])$$

Donde f es una función (no lineal) que toma valores cercanos a 1 cuando $E_x[n, m] \approx E[n, m]$ y valores cercanos a 0 cuando $E_x[n.m] \ll E[n.m]$.

Contenido

Marginales sobre lineas rectas



a) Fourier, b) Chirp, c) Fractional Fourier, y d) Fan-Chirp

Estudiaremos algunas de estas representaciones, en particular con aplicaciones de representación de señales casi periódicas.