

Sistemas de Comunicación

Taller

Tercera entrega: Teoría de la Información

Canal simétrico con borrado

Un canal binario simétrico con borrado funciona de la siguiente manera. La fuente X emite símbolos de un alfabeto $A = \{0, 1\}$. En el canal se introduce ruido, por lo cual el receptor decide entre 3 símbolos posibles a la salida; la variable aleatoria Y en el receptor toma valores en el alfabeto $B = \{0, e, 1\}$. El símbolo e (borrado) corresponde a una zona de detección entre el 0 y el 1 donde el receptor decide que el símbolo se perdió (en lugar de arriesgarse por un 0 o un 1).

Los símbolos a la entrada del canal se generan en forma independiente y con probabilidades:

$$\begin{aligned}P(1) &= a \\P(0) &= 1 - a\end{aligned}$$

Las probabilidades condicionales con que se reciben los símbolos son:

$$\begin{aligned}P(0|0) &= P(1|1) = 1 - p \\P(e|0) &= P(e|1) = p \\P(0|1) &= P(1|0) = 0\end{aligned}$$

1. Hallar la probabilidad de que un símbolo sea descartado por el algoritmo de detección. Intuitivamente, ¿cuál es la proporción de bits transmitidos que realmente contienen información?
2. Hallar la información que genera la fuente cuando envía un 0, y la información que transmite la fuente cuando envía un 1.
3. Calcular la información media por símbolo transmitido. Graficar en función de a .
4. Observando directamente la fuente, ¿en qué condiciones se obtiene máxima incertidumbre sobre el símbolo que se va a transmitir? Indicar este resultado en la gráfica anterior.
5. Calcular las funciones $H(Y)$, $H(Y|X)$, $H(X|Y)$, e $I(X; Y)$. Dar una *posible* interpretación. Verificar que $I(X; Y) = (1-p)H(X)$, ¿cuál es el valor de a que maximiza $I(X; Y)$ (con p fijo)? A este máximo de $I(X; Y)$ se lo denomina *Capacidad del Canal* y se mide en bits/símbolo. ¿Tiene sentido este resultado con el comentario de la parte 1?
6. ¿Se podría modificar un sistema BPSK de tal manera que este modelo de canal sea adecuado? ¿Bajo qué condiciones?

7. Compare la capacidad del canal anterior con el del canal BPSK “tradicional” (es decir, con solo dos símbolos a la salida). En particular, ¿qué sucede con la capacidad de los canales en $p = 0.5$? ¿Qué genera esta diferencia? ¿Es más conveniente este sistema modificado en alguna situación?
8. (Opcional) Se simulará en Octave los efectos de un canal binario simétrico con borrado, utilizando texto como mensaje. Cada carácter del texto a ser enviado se codifica con 8 bits (UTF-8 ASCII).

Las función `simulacion` (en el archivo `simulacion.m`) es la encargada de realizar la simulación. Esta función recibe como entrada el nombre del archivo de texto a ser enviado y la probabilidad de borrado de un bit.

```
>> simulacion ('nombre_archivo.txt',0.1);
```

Se deberá implementar la función `canal` (en el archivo `canal.m`) que es utilizada por la función `simulacion`. La descripción del funcionamiento de esta función están en el encabezado del archivo `canal.m`.

Se deberá trabajar con el archivo de texto `adams.txt` con las siguientes probabilidades de borrado para `simulacion`:

- (a) $p = 0.4$
- (b) $p = 0.1$
- (c) $p = 0.005$
- (d) $p = 1 \times 10^{-5}$

Observar y comentar para cada caso los valores de $H(A)$, $H(B)$, $H(A/B)$, $H(B/A)$, $I(A; B)$, explicando si estima que los valores que toman son altos o bajos. Observar el texto obtenido a la salida del canal y la estimación de la probabilidad de error de un carácter. ¿Qué valor de probabilidad de borrado considera que comienza a ser razonable?

9. (Opcional) En esta parte se trabajará con extensiones de la fuente, con los archivos de texto `adams.txt`, `mensaje1.txt` y `mensaje2.txt` como fuentes. Se utilizará la función `extension` (en el archivo `extension.m`) para realizar la extensión.

`extension` recibe como entrada el nombre del archivo de texto a ser enviado y el orden de la extensión de fuente a codificar. Esta función muestra las entropías (normalizadas por el largo de la extensión) de las extensiones a símbolos de 2 y 4 bits, realiza la codificación de Huffman para la extensión indicada, y muestra la tasa de compresión.

Realizar extensiones de fuente de orden 2 y 4 para los 3 archivos indicados. Observar y explicar los valores de la entropía de la fuente para la extensión realizada, así como la tasa de compresión. Comparar los valores obtenidos para las distintas fuentes.

Nota

- Se deben presentar los razonamientos y cálculos en forma *clara y precisa*.

- La presentación de la solución debe ser prolija y entendible.
- El taller se realizará en grupos de hasta dos personas.
- El código a utilizar se encuentra disponible en la web del curso.

Referencias

Communication Systems, 4th. edition. Bruce A. Carlson. Capítulo 16 (§16.1, §16.2) o *Communication Systems, 3rd. edition.* Bruce A. Carlson. Capítulo 15 (§15.1, §15.2).

The Hitchhiker's Guide to the Galaxy. Douglas Adams..

Consultas

En las consultas estipuladas de *siscom*, en el foro del curso o por e-mail a la los docentes.