Optimización bajo Incertidumbre

Prueba final - 6/6/2017

1. Dado el modelado con múltiples etapas y distribución discreta:

   a) describir la estructura de información y su dinámica que permite representar decisiones e incertidumbre según etapas; (5 p)

   b) explicar en que consiste el modelado múltiple-etapa con escenarios separados; establecer cuales son sus ventajas y desventajas. (10 p)

2. Sobre la factibilidad del problema:

   a) ¿Cómo se definen los conjuntos factibles de primer y segunda etapa, K_1 y K_2, respectivamente? (4 p)

   b) ¿Cómo se define el conjunto factible elemental de segunda etapa, $K_2(\xi)$? (4 p)

   c) ¿Qué permite obtener $K_2^P := \bigcap_{\xi \in \Xi} K_2(\xi)$? (6 p)

   d) Si Ξ es finito. ¿Qué se puede afirmar de K_2^P y K_2? (6 p)

3. Dado el problema

$$\min_{x \geq 0} 5x + \mathbb{E}_{\xi(\omega)}\{\xi(\omega)y(\omega) | y(\omega) \geq 1 - x, y(\omega) \geq 0\},$$

   donde el parámetro aleatorio $\xi(\omega)$ puede tomar los valores $\xi(1) = 6$ con probabilidad $p(1) = 2/5$ y $\xi(2) = 4$ con probabilidad $p(2) = 3/5$,

   a) obtener el valor óptimo de la solución "esperar y ver", WS; (10 p)

   b) obtener el valor óptimo del problema con recurso, RP; (10 p)

   c) obtener el resultado esperado de aplicar la solución de valor esperado, EEV; (10 p) y

   d) calcular el valor esperado de la información perfecta, EVPI, y el valor de la solución estocástica, VSS. (5 p)

4. Dados el problema general y el dual del problema k-ésimo de segunda etapa,

$$\begin{array}{ll} \text{min} & c^T x + \sum_{k=1}^K p_k Q(x,\xi_k) \\ \text{s.a.} & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{array} \qquad Q(x,\xi_k) = \begin{array}{ll} \max_\pi & \pi^T(h_k - T_k x) \\ \text{s.a.} & \pi^T W \leq q_k^T. \end{array}$$

   Deducir, explicando el proceso, las condiciones que permiten reformular el problema general en uno equivalente en el que se sustituyen las variables de segunda etapa por restricciones. (30 p)

5. (*) Sea un problema de localización de instalaciones para brindar un servicio a usuarios. En el que se tienen las localizaciones potenciales $j = 1, ..., n$, donde x_j indica si se abre o no el servicio en la localización j a costo c_j. Además, se tienen los usuarios $i = 1, ..., m$, donde y_{ij} indica si se brinda el servicio al usuario i en la localización j a costo d_{ij}. El problema de minimizar los costos de localización de instalaciones y cobertura de usuarios es

$$\begin{array}{ll} \text{min} & \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} y_{ij} \\ \text{s.a.} & \sum_{j=1}^n y_{ij} \geq 1, \quad i = 1, ..., m, \\ & y_{ij} \leq x_j, \quad i = 1, ..., m, j = 1, ..., n, \\ & x_j, y_{ij} \in \{0,1\}, \quad i = 1, ..., m, j = 1, ..., n. \end{array}$$

   Por otra parte, la disponibilidad del servicio en cada localización no se conoce con certidumbre y es independiente de las otras localizaciones. La disponibilidad de que haya servicio en cada localización se mide con probabilidad p.

   a) Establecer, para cada usuario, una restricción en la que la probabilidad de disponibilidad del servicio sea superior a cierto nivel de confianza $\alpha \in (0,1)$. (15 p)

   b) Determinar un equivalente lineal de la restricción propuesta en a). (15 p)

   [(*) Problema solo requerido para estudiantes de posgrado.]