

Lógica

Primer Parcial

Mayo 1998

Indicaciones Generales

- La duración del parcial es de **tres (3)** horas.
- En este parcial **no** se permite consultar material alguno.
- Puntaje: **40 puntos**
- Pueden usarse los resultados que aparecen en el texto del curso, en esos casos debe describirse con precisión el enunciado que se utiliza.
- Toda respuesta debe estar fundamentada.
- Numerar todas las hojas e incluir en cada una su nombre y número de estudiante.
- Utilizar las hojas de un solo lado, escribir con lápiz.
- Iniciar cada ejercicio en hoja nueva.
- Poner en la primera hoja la cantidad de hojas entregadas.

Problemas

Ejercicio 1. (16 pts.)

- Considerere el conjunto $PROP$ de las proposiciones. Defina recursivamente las funciones $par:PROP \rightarrow N$ y $con:PROP \rightarrow N$ tales que $par(\varphi)$ es la cantidad de paréntesis de la fórmula φ y $con(\varphi)$ es la cantidad de conectivos *distintos de* \perp que hay en la fórmula φ .
- Demuestre por inducción sobre $PROP$ que para toda $\varphi \in PROP$ se cumple $par(\varphi) = 2 \times con(\varphi)$. Describa en detalle todos los pasos de la inducción, explicitando claramente cuáles son las hipótesis inductivas cuando corresponda.

Ejercicio 2. (8 pts.)

Sean φ_1, φ_2 y φ_3 fórmulas de *PROP* tales que:

$$\models \varphi_1 \vee \varphi_2$$

$$\models \varphi_2 \rightarrow (\varphi_1 \wedge \varphi_3)$$

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta para los casos en que ésta sea afirmativa, y dé un contraejemplo si su respuesta es negativa.

(a) $\models \varphi_1$

(b) $\models \varphi_2$

(c) $\models (\neg\varphi_2 \vee \varphi_1) \wedge (\neg\varphi_2 \vee \varphi_3)$

Ejercicio 3. (8 pts.)

Construya una derivación de $(\varphi \rightarrow \psi) \vdash ((\psi \rightarrow \sigma) \wedge \neg\sigma) \rightarrow \neg\varphi$

Ejercicio 4. (8 pts.)

Sean $\Gamma, \Delta \subseteq \text{PROP}$ dos conjuntos consistentes. Determine cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas y cuáles no, y justifique su respuesta.

(a) $\Gamma \cup \Delta$ es consistente.

(b) Sean Γ y Δ consistentes maximales. Entonces $\Gamma \cup \Delta$ es consistente maximal **ssi** $\Gamma = \Delta$.

(c) Sea $\Pi = \{\varphi \vee \psi \mid \varphi \in \Gamma, \psi \in \Delta\}$. Entonces Π es consistente.