

Sistemas de Comunicación

¿Qué es SDR y por qué usa números complejos?

Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

Federico ‘Larroca’ La Rocca

14 de marzo de 2017

1. ¿Radio Definida por Software?

Radio Definida por Software (SDR en inglés por Software Defined Radio) es un sistema radio donde la mayor cantidad posible de elementos están implementados en software y no en hardware. Un sistema radio no es necesariamente una radio AM/FM, sino un sistema que utiliza radiofrecuencia para lograr un cierto objetivo. Éste es típicamente comunicar un mensaje, pero el sistema puede tener otros fines como ser analizar el espectro, radioastronomía, radar, imagenología, y un largo etcétera.

La figura 1 muestra un diagrama de un SDR. El equipo SDR toma el voltaje generado por la antena $v(t)$ y debe alimentar con muestras de la misma al PC. En este caso el software será ejecutado por una PC, pero podría ser cualquier sistema digital similar, como ser una FPGA, GPU, etc. Lo importante es que es software, y por lo tanto debemos trabajar con muestras. En todo caso, y en este ejemplo, el objetivo del programa que ejecuta la PC será visualizar el espectro centrado en 100 MHz.

Una pregunta válida antes de seguir es preguntarse qué utilidad tiene SDR frente a implementaciones tradicionales en hardware. En definitiva trabajar con software trae complicaciones varias, como la precisión finita de la representación de los números, procesamiento limitado, y demoras en el procesamiento (esto es particularmente problemática en una PC que tiene un sistema operativo dedicado a ésta y otras varias tareas). Sin embargo, no en vano casi la totalidad de los sistemas radio tienen (en mayor o menor medida) componentes en software. Las principales ventajas son la flexibilidad, facilidad y simpleza de trabajar con software. Está claro que es más fácil cambiar algunas líneas de código que sustituir algunos componentes (tanto en tiempo como en dinero). Pero además el hardware siempre tiene cierta imprevisibilidad. Por dar un ejemplo, una resistencia de $5\text{ k}\Omega$ no es necesariamente de $5\text{ k}\Omega$ al momento de construirla, puede cambiar con el tiempo (o temperatura, humedad, etc.) y además puede ser un pequeño circuito en sí mismo (con impedancias parásitas).

¿Cómo funciona entonces un equipo SDR? Tal como muestra la figura 2, el sistema debería contar con al menos un conversor analógico-digital (ADC de Analog-to-Digital Converter), e idealmente con esto y algún filtro debería bastar. Sin embargo, ¿qué sucede si, como en el ejemplo, nuestro interés está en la banda de FM ($\sim 100\text{ MHz}$)? El conversor, teorema de Nyquist mediante, debería tomar muestras al menos a 200 MSps (mega muestras por segundo, del inglés Samples per second). Aunque actualmente en

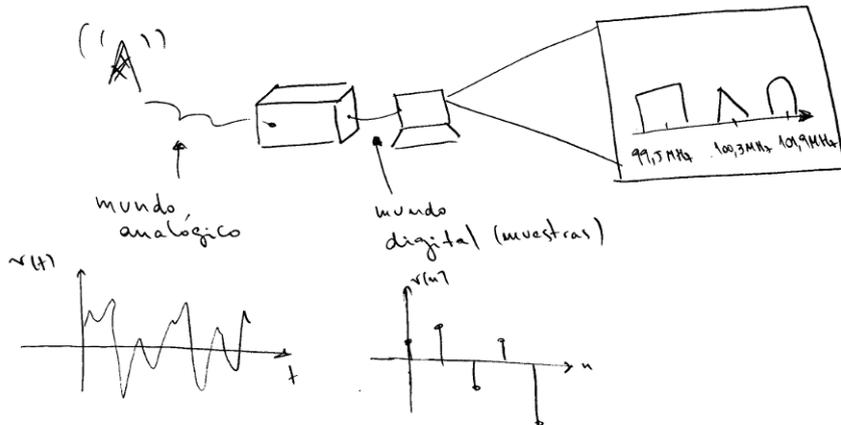


Figura 1: El diagrama de un SDR.

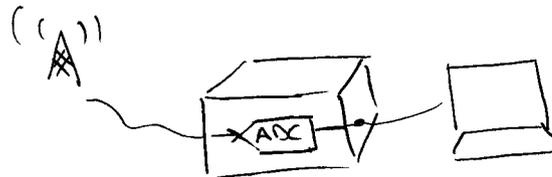


Figura 2: El SDR ideal constaría de un único ADC.

el mercado existen conversores de esa índole (e incluso de GSps) cabe la pregunta de si vale la pena el costo de tal conversor, cuando nuestro interés es trabajar con señales de un ancho de banda órdenes de magnitud menor. Por ejemplo, una estación FM transmite con un ancho de banda de ~ 200 kHz.

2. Equivalente complejo bandabase de una señal pasabanda

¿Cómo podemos lograr trabajar con el ancho de banda de interés, cuando éste se encuentra a tan altas frecuencias, evitando la necesidad de un muestreo a tasas demasiado altas? Supongamos entonces que de la señal entregada por la antena $v(t)$ nos interesa únicamente trabajar con una porción de ancho de banda W centrada en f_c que denominaremos $s(t)$, como se ve en la figura 3. ¿Se puede trabajar con ella tomando 2 muestras cada $1/W$ segundos?

Recordemos que la señal está a altas frecuencias pues fue modulada (por ejemplo a $f_c = 99,5$ kHz en el caso de FM del Sol). La alternativa es entonces realizar el proceso inverso: bajarla primero a bandabase y luego muestrearla. Pero esto hay que hacerlo con cierto cuidado. Por ejemplo, hay que decidir arbitrariamente cuál de las dos mitades me interesa estudiar (i.e. la centrada en 100 MHz o la centrada en -100 MHz,

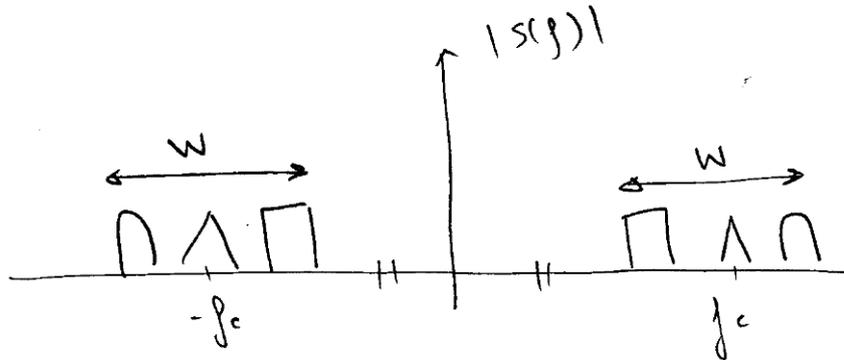


Figura 3: Espectro del voltaje entregado por la antena. Se muestra únicamente el segmento de interés, centrado en $f_c = 100$ MHz, el cual denominamos $s(t)$.



Figura 4: Nuestra señal de interés en bandabase.

que recordemos que al ser $s(t)$ una señal real son simétricas). Supongamos que nos decidimos por la mitad de frecuencias positivas. Tomemos entonces esa porción de espectro, centrémoslo en cero y llamémosle $s_b(t)$ donde el subíndice b hace énfasis en que es una señal bandabase (ver también la figura 4):

$$S_b(f) = \begin{cases} \sqrt{2}S(f + f_c); & f + f_c > 0 \\ 0; & \text{sino.} \end{cases} \quad (1)$$

La multiplicación por $\sqrt{2}$ en la ecuación (1) es simplemente para mantener la energía total de la señal, pero es prácticamente accesorio en esta definición y en todo lo que resta. Lo más importante a notar es que, a pesar de que $s(t)$ era puramente real, $s_b(t)$ es ahora un número complejo con parte imaginaria no necesariamente nula. En el ejemplo de la figura 4 el espectro no es simétrico, lo que lo hace una señal compleja. Sin embargo, sí tiene un ancho de banda W , por lo que se podrá trabajar tomando muestras cada $1/W$ segundos. En realidad dos muestras, dado que necesitamos tomar la parte real y la imaginaria. Quizá resulte un poco llamativo trabajar con números complejos en una implementación “real” (de realidad), pero así trabajan la mayoría de los equipos modernos, incluyendo todos los SDR.

Siguiendo con el desarrollo, escribamos $s(t)$ (una señal pasabanda) en función de

$s_b(t)$ (su representación compleja bandabase). Esto es relativamente sencillo, de la siguiente forma:

$$S(f) = \frac{1}{\sqrt{2}}S_b(f - f_c) + \frac{1}{\sqrt{2}}S_b^*(-(f + f_c)).$$

Es decir, re-centrar en f_c y en $-f_c$ la señal bandabase. Este último hace falta simetrizarlo y conjugarlo. Anti-transformando en ambos lados de la igualdad y aplicando propiedades básicas de la transformada resulta:

$$\begin{aligned} s(t)\sqrt{2} &= s_b(t)e^{j2\pi f_c t} + s_b^*(t)e^{-j2\pi f_c t} \\ \Rightarrow s(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}2\text{Re}\{s_b(t)e^{j2\pi f_c t}\} \\ \Rightarrow s(t) &= \sqrt{2}\text{Re}\{s_b(t)\}\cos(2\pi f_c t) - \sqrt{2}\text{Im}\{s_b(t)\}\sin(2\pi f_c t). \end{aligned}$$

Aquí queda más claro que no existe ninguna contradicción en el hecho que $s_b(t)$ sea compleja, pues la señal pasabanda original $s(t)$ sigue siendo puramente real, como lo indica la expresión anterior.

De todas formas, quizá más desafiante sea escribir $s_b(t)$ (que es lo que verdaderamente nos interesa) en función de $s(t)$. Pero multiplicando la expresión anterior por $\cos(2\pi f_c t)$ y $\sin(2\pi f_c t)$ llegamos al siguiente resultado:

$$\begin{aligned} s(t)\sqrt{2}\cos(2\pi f_c t) &= \text{Re}\{s_b(t)\}\underbrace{2\cos^2(2\pi f_c t)}_{1+\cos(2\pi 2f_c t)} - \text{Im}\{s_b(t)\}\underbrace{2\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t)}_{\sin(2\pi 2f_c t)}. \\ s(t)\sqrt{2}\sin(2\pi f_c t) &= \text{Re}\{s_b(t)\}\underbrace{2\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c t)}_{\sin(2\pi 2f_c t)} - \text{Im}\{s_b(t)\}\underbrace{2\sin^2(2\pi f_c t)}_{1-\cos(2\pi 2f_c t)}. \end{aligned}$$

Si eliminamos las componentes a frecuencia $2f_c$ se pueden obtener por separado la parte real e imaginaria de $s_b(t)$ (muchísimas veces denominadas componentes en fase y cuadratura, o I y Q, de In-phase y Quadrature), tal como muestra la figura 5. Para eso, se utilizó un filtro pasabajos luego de multiplicar por los tonos.

Es importante remarcar el hecho de utilizar un único oscilador para ambos caminos (desfasando el original por $\pi/2$ para generar el seno). Esto asegura que ambos tengan la misma frecuencia y amplitud, condición necesaria para que el sistema funcione como debiera (en caso contrario, se dice que el sistema está desbalanceado entre sus dos fases). Notar también que la parte analógica siempre maneja señales reales, y que se convierten en complejos recién al momento de pasar a software, donde el driver tomará las muestras de ambos caminos y los entregará como un complejo.

Para mostrar un ejemplo concreto, la figura 6 es el diagrama de un equipo SDR marca bladeRF. Notar que el diagrama es prácticamente el de la figura 5, a excepción de algunos amplificadores, necesarios para amplificar las señales electromagnéticas, típicamente de potencias muy bajas (LNA significa Low-Noise Amplifier y VGA Variable Gain Amplifier).

Notar además que hay únicamente un filtro pasabajos después de la multiplicación por el tono. Aunque la teoría funciona perfectamente incluso si la señal de entrada no es pasabanda (i.e. aunque tenga energía no despreciable fuera del rango de interés), en

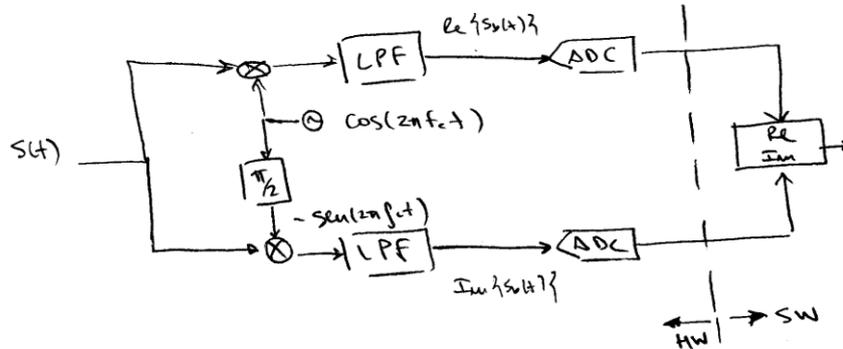


Figura 5: Diagrama del receptor. El bloque marcado con $\pi/2$ desfasa el tono por esa cantidad, generando entonces un seno a la misma frecuencia y fase que el coseno original. Notar también la línea que separa la parte de hardware y de software.

la práctica estos amplificadores producen efectos no-lineales sobre la señal de entrada. Esto a su vez puede producir que parte del espectro fuera del ancho de banda de interés se mueva a bandabase, apareciendo como señales interferentes en el espectro en lugares donde no deberían. Los buenos equipos cuentan con algún filtrado antes del amplificador para evitar estos problemas.

3. Otras Arquitecturas

Por supuesto que este diagrama es sólo una posibilidad, y existen variantes para obtener las componentes en fase y cuadratura de una señal pasabanda. En particular, el diagrama de la figura 5 y 6 se denomina Direct Down-Conversion o Zero-IF. Una alternativa es justamente la de utilizar una frecuencia intermedia (Intermediate Frequency, IF) y no bajar a cero la señal pasabanda. Por ejemplo, la figura 7 muestra el diagrama de un equipo SDR marca AirSpy. En este caso la frecuencia intermedia es de 5 MHz y por lo tanto el (único) convertidor trabaja a 20 MSps. Notar además la presencia de varios filtros pasabanda, a diferencia de lo que sucedía con el bladeRF.

De todas formas, el driver del equipo se encarga de realizar las operaciones necesarias para que en software la PC obtenga un complejo con las componentes en fase y cuadratura tal como se calculó en la figura 5. Por lo tanto, podría considerarse que el sistema es equivalente al de la figura 5, y por eso la importancia de entender el modelo, más allá de la implementación. No sólo nos lleva a una posible implementación del equipo, sino que además matemáticamente es mucho más sencillo operar sobre este modelo.

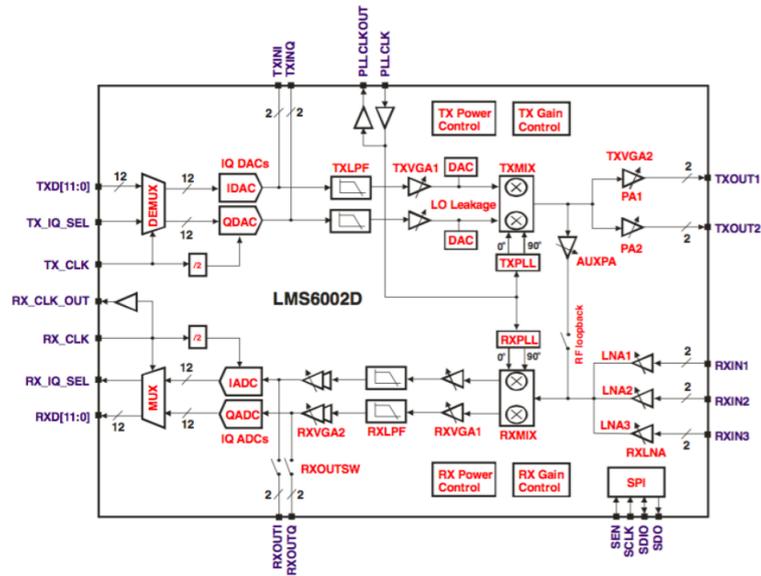


Figura 6: Diagrama simplificado de un SDR: el integrado LMS6002d usado en el bladerF. Notar que también transmite.

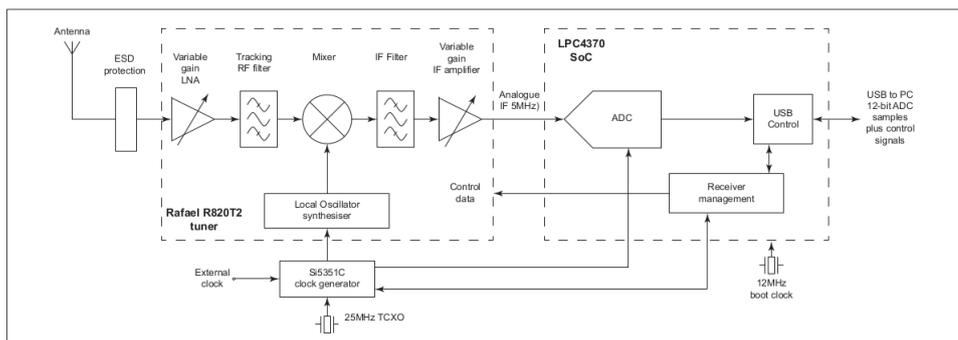


Figura 7: Diagrama simplificado de un SDR: el AirSpy.