

Distancia entre dos planos paralelos

Ejercicio 9)

(Ver videos)

Probar que los siguientes planos son paralelos y hallar la distancia entre ellos.

Tomemos el caso b) $\pi_1)2x - 3y + 6z = 14$ y $\pi_2)4x - 6y + 12z = -21$

Los planos vienen dados por sus ecuaciones cartesianas o reducidas entonces fácilmente podemos hallar los vectores normales a cada uno de los planos. Si los planos son paralelos sus respectivos vectores normales son colineales.

Entonces $n_{\pi_1}^{\vec{}}$ y $n_{\pi_2}^{\vec{}}$ deben ser colineales Probarlo!

1- Luego la distancia entre los planos puede hallarse como la distancia de un punto cualquiera de uno de ellos al otro plano.(Porque ambos planos son paralelos)

(Observación: Recordamos que estamos trabajando en un Sistema ortogonal de coordenadas sino las formulas a utilizar no serian validas)

Si $P(x_p, y_p, z_p)$ es un punto exterior a un plano π de ecuación $ax + by + cz + d = 0$ la distancia desde P exterior al plano π se halla utilizando la formula

$$d(P, \pi) = \frac{|ax_p + by_p + cz_p + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

En el ejemplo: Sea $P \in \Pi$ por ejemplo $P(7, 0, 0)$ $d(P, \pi) = \frac{|4*7 + 0*(-6) + 0*(12) + 21|}{\sqrt{4^2 + (-6)^2 + 12^2}} = \frac{49}{14} = \frac{7}{2}$

2- Si queremos usar la formula $d(P, \pi) = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

Entonces como los vectores normales no son iguales lo podemos hacer, pero previamente hacemos lo siguiente para que sean iguales: Como $n_{\pi_1}^{\vec{}} = 2*n_{\pi_2}^{\vec{}}$ En el segundo plano dividimos todos los coeficientes por 2- incluyendo d nos queda $\pi_2)2x - 3y + 6z = \frac{-21}{2}$

Ahora si podemos usar la formula con $d_1 = 14$ y $d_2 = \frac{-21}{2}$. Otro cuidado a tener es como tomar el signo de d, si a d_1 lo tomo con el signo estando a la derecha del signo de igual en la ecuación del plano a d_2 también. Así nos queda:

$$d(P, \pi) = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} = \frac{|14 - \frac{-21}{2}|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} = \frac{\frac{49}{2}}{7} = \frac{7}{2}.$$

3- Ahora veremos otra forma:

Tomamos $P(7, 0, 0) \in \Pi_1$ y trazamos la recta r perpendicular a Π_2

$$r \begin{cases} x = 7 + 2\lambda \\ y = -3\lambda \\ z = 6\lambda \end{cases}$$

Intersección de r con π_2 obtenemos Q .Para lo cual resolvemos el Sistema (¿Cual?) y obtenemos las coordenadas de $Q(6, \frac{3}{2}, -3)$ **Escribir el sistema a resolver y Resolverlo** Luego hallamos la $d(P, Q)$.