Pregunta 9
Finalizado
Sin calificar
Marcar pregunta

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función derivable con derivada continua. Indicar el valor de
$\int_0^{\pi/2} f'(x)\sin(x)\,dx + \int_0^{\pi/2} f(x)\cos(x)\,dx.$

$$= \left(f(x)\cdot\sin(x)\Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} \cancel{f(x)\cos(x)}\,dx \right) + \int_0^{\pi/2} \cancel{f(x)\cos(x)}\,dx$$

Seleccione una:
- $f'(\pi/2)$
- $f(\pi/2)$
- No respondo esta pregunta
- $f(\pi/2) - f'(\pi/2)$
- $f(\pi/2) - f(0)$
- $2f'(\pi/2)$
- $f'(\pi/2) - f'(0)$

Respuesta parcialmente correcta.
La respuesta correcta es: $f(\pi/2)$

$$\int_0^{\pi/2} \Big(\underbrace{f'(x)\sin(x) + f(x)\overbrace{\cos(x)}^{[\sin(x)]'}}_{(f(x)\cdot\sin(x))'} \Big)\,dx = f(x)\sin(x)\Big|_0^{\pi/2}$$

$$= f(\pi/2).$$

$$\int_0^{\pi/2} \underbrace{f'(x)}_{f'}\,\underbrace{\sin(x)}_{g}\,dx = f(x)\sin(x)\Big|_0^{\pi/2} - \underbrace{\int_0^{\pi/2} f(x)(+\cos(x))\,dx}_{\text{Se va a cancelar}}$$

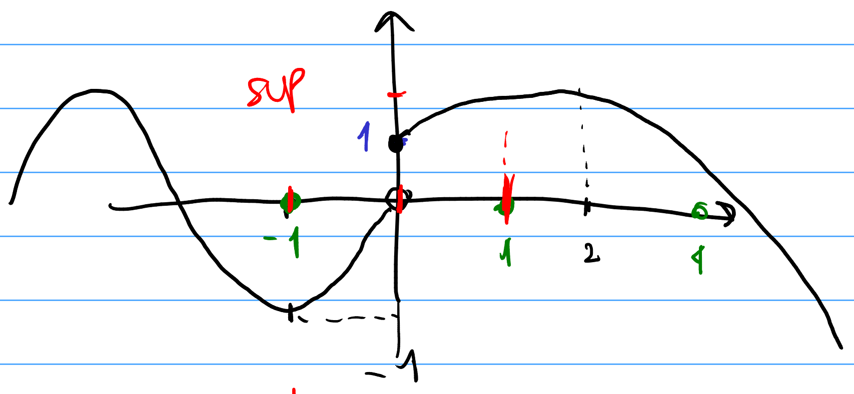
Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) & \text{si } x < 0 \\ -\underbrace{x^2}_{a} + \underbrace{4x}_{b} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

y P la partición del intervalo $[-1,4]$ definida por $P = \{-1,0,1,4\}$.
Indicar el valor de $S^*(f,P) - S_*(f,P)$.
(Se sugiere estudiar la continuidad de f en 0).

- 16
- 14
- 17
- 13
- 15
- 12

$$-\frac{b}{2a} = 2.$$



$[-1,0]$: $Sup = 1$, $Inf = -1$ | $[0,1]$: $Sup = $ No hay duda, $Inf = 1$

eva.fing.edu.uy/mod/quiz/attempt.php?attempt=437608&cmid=143482&page=8

Apps Gmail YouTube https://bedelias.ud... Curso: Cálculo difer... Cálculo Diferencial... Other bookmarks Reading list

Mis Cursos | Este curso | EVA Facultad de Ingeniería | Ocultar bloques

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	

Terminar intento...

Sin responder aún

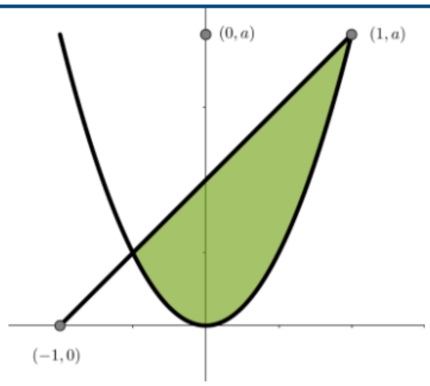
Puntúa como 12,00

Marcar pregunta

Administración

Navegación

- Página Principal
- Área personal
- Páginas del sitio
- Mis cursos
  - Institutos
    - Matemática y Estadística
      - Cursos primer semestre
        - CDIV-1S
          - Participantes



$(-1,0) \in$ Recta

$(1,a) \in$ Recta.

$y = m x + n$

Consideremos la región coloreada en la figura, que está encerrada entre una parábola y una recta. Si su área vale 3, ¿cuánto vale a?

$$y = \frac{a}{2}(x+1)$$

- 8
- $\frac{16}{3}$
- $\frac{8}{3}$
- $\frac{32}{3}$
- $\frac{16}{9}$
- $\frac{8}{9}$

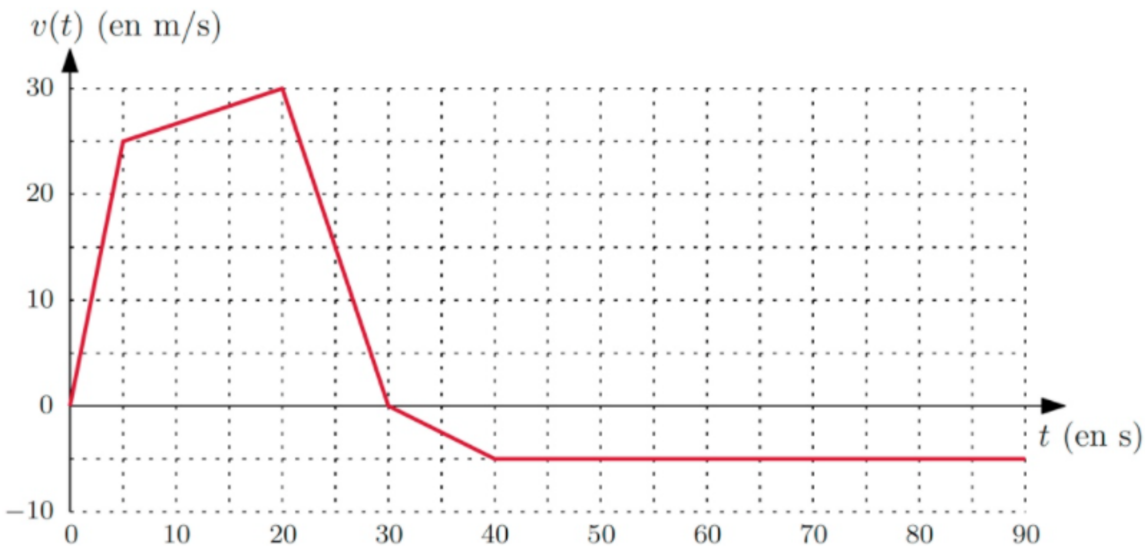
Escribe aquí para buscar 20°C ESP 14:32 22/7/2021

$Ax^2 + Bx + C$ / $x_V = -\frac{B}{2A} = 0 \Rightarrow B = 0$

$Ax^2 + C \Rightarrow C = 0$

$y =$

La empresa uruguaya AeroZ está desarollando un prototipo de cohete con despegue y aterrizaje vertical. La siguiente gráfica muestra la velocidad vertical (en m/s) del cohete en función del tiempo t (en s), suponiendo que en $t = 0$ el cohete parte del piso.



Se consideran las siguientes afirmaciones, sobre el movimiento del cohete cuando $t \in [0, 90]$:

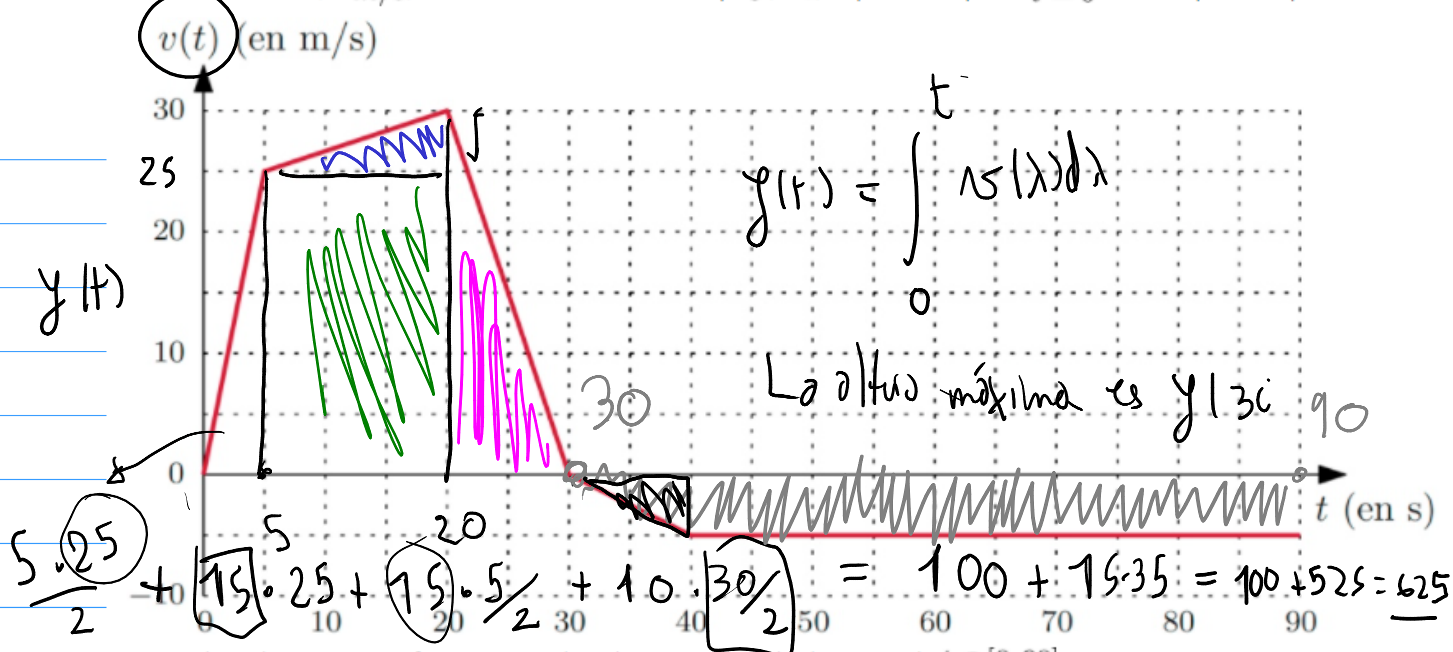
[I] Hay un tiempo positivo en el cual el cohete choca contra el piso.

[II] Hay un instante $t \geq 40\ s$ en que el cohete está a 400 metros de altura.

[III] En los 90 segundos de los que tenemos registro, el cohete supera los $600m$ de altura.

- Sólo la afirmación [III] es verdadera.
- Las tres afirmaciones son falsas.
- Las tres afirmaciones son verdaderas.
- Las afirmaciones [II] y [III] son verdaderas, la [I] es falsa.
- Sólo la afirmación [I] es verdadera.

La empresa uruguaya AeroZ está desarrollando un prototipo de cohete con despegue y aterrizaje vertical. La siguiente gráfica muestra la velocidad vertical (en m/s) del cohete en función del tiempo t (en s), suponiendo que en $t=0$ el cohete parte del piso.



$$y(t) = \int_0^t v(\lambda)\,d\lambda$$

La altura máxima es $y(30)$

$$\frac{5\cdot 25}{2} + 15\cdot 25 + \frac{15\cdot 5}{2} + \frac{10\cdot 30}{2} = 100 + 15\cdot 35 = 100 + 525 = 625$$

Se consideran las siguientes afirmaciones, sobre el movimiento del cohete cuando $t \in [0,90]$:

[I] Hay un tiempo positivo en el cual el cohete choca contra el piso.

[II] Hay un instante $t \geq 40\ s$ en que el cohete está a 400 metros de altura.

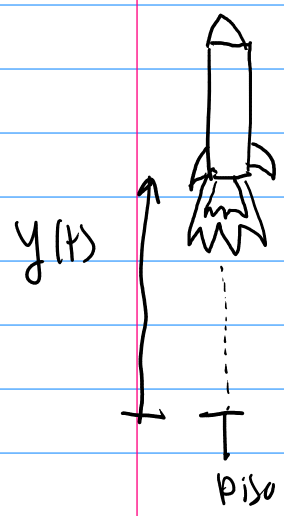
[III] En los 90 segundos de los que tenemos registro, el cohete supera los $600m$ de altura. ✓

- Sólo la afirmación [III] es verdadera.
- Las tres afirmaciones son falsas.
- Las tres afirmaciones son verdaderas.
- Las afirmaciones [II] y [III] son verdaderas, la [I] es falsa.
- Sólo la afirmación [I] es verdadera.

$y(30) = 625\ m$

$y(40) = 625m - 25m = 600m$

$y(90) = 600m - 250m = 350m$

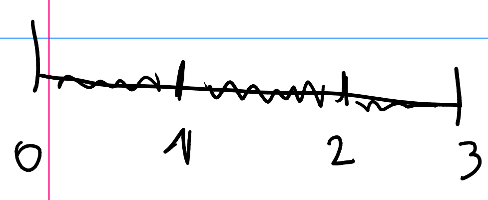


$$v(t) = y'(t)$$

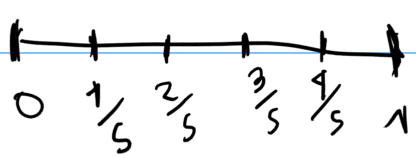
$$\int_0^t \underbrace{v(\lambda)}_{y'(\lambda)}\,d\lambda = y(t) - \underbrace{y(0)}_{0}$$

$$a(t) = v'(t) \qquad v(t) = v(0) + \int_0^t a(\lambda)\,d\lambda$$

$$[0,3] = [0,1] \cup [1,2] \cup [2,3]$$



$[0,1] =$



Pregunta 7

Correcta

Puntúa 12,00 sobre 12,00

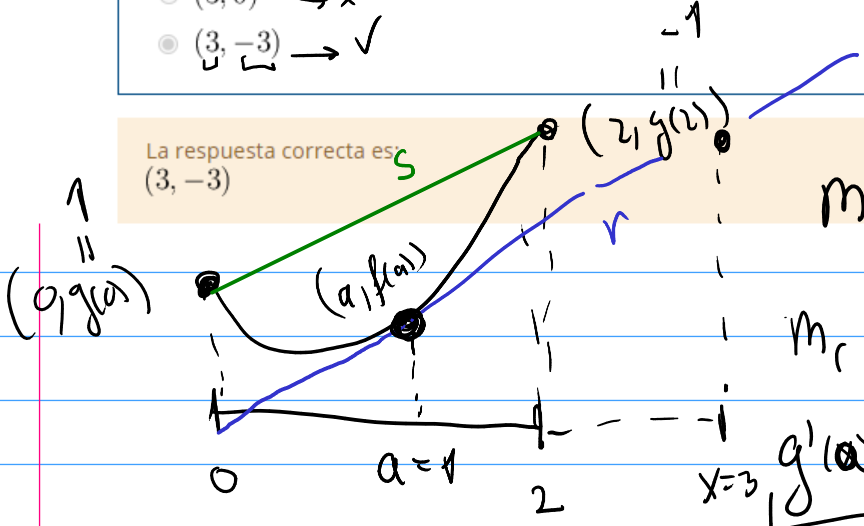
Marcar pregunta

Consideremos la función $g:[0,2]\to\mathbb{R}$ dada por $g(x)=x^2-3x+1$. Sea **s** el segmento que une los puntos $(0,g(0))$ y $(2,g(2))$. Llamemos $\mathbf{r}$ a la recta paralela a **s** que es tangente al gráfico de g. Indicar cuál de los siguientes puntos pertenece a la recta $\mathbf{r}$.

- $(3,-5)$ → x
- $(3,-2)$ → x
- $(3,1)$ → x
- $(3,-6)$ → x
- $(3,0)$ → x
- $(3,-3)$ → ✓

r) $y=-x$

La respuesta correcta es: $(3,-3)$



$m_s = \dfrac{-1-1}{2-0} = -1$

$m_r = -1$

$\underbrace{g'(a)}_{2x-3} = -1 \Rightarrow a = \dfrac{-1+3}{2} = 1$

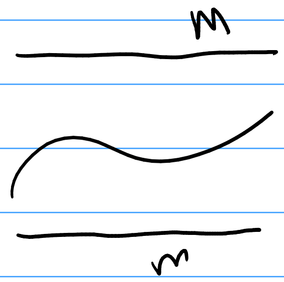
r) $y = -(x-1) + g(1)$

$= -(x-1) - 1 = -x.$

$y = -x+1$

$f: I \to \mathbb{R}$ es acotada

si $\exists\, m, M \in \mathbb{R},\ m \le f(x) \le M \quad \forall x \in I$



Ejercicio 5

Calcular $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+2x^2)\tan(3x)}{\sin(4x)(e^x-1-x)}$.

(A) $\frac{1}{2}$ (D) 3. (G) $-\frac{1}{2}$

(B) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$ (H) $\frac{2}{5}$

(C) -2 (F) 1

$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+2x^2)\,\tan(3x)}{\sin(4x)\,(e^x-1-x)}$$

$$\tan(3x) = 3x + r_1(x)$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\overset{\sim 2x^2}{\log(1+2x^2)}}{\underset{\sim \frac{x^2}{2}}{e^x-1-x}} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\tan(3x)}{\sin(4x)} \quad 4x+r_1(x)$$

$$\frac{3}{4}$$

(H) Ambos límites existe

$$\log(1+2x^2) \underset{\text{Taylor en } a=0}{=} \overset{0}{\log(1)} + \overset{0}{\left.\left(\frac{1\cdot 4x}{1+2x^2}\right)\right|_{x=0}} \cdot (x-0)$$

$$+ \left.\frac{(1+2x^2)4 - 4x\cdot(4x)}{(1+2x^2)^2}\right|_{x=0} \cdot \frac{(x-0)^2}{2!} + r_2(x)$$

$$= \frac{4}{2!}x^2 + r_2(x) = 2x^2 + r_2(x)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\overset{= -\frac{x^3}{3!} + r_3(x)}{\sin(x) - x}}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{-\frac{x^3}{3!} + r_3(x)}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\overset{0}{-x^3/3!}}{x^2} + \lim_{x\to 0} \frac{r_3(x)}{x^2} = 0$$

Grado 2 o $\sin(x)-x$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-x}{x^3} \overset{?}{\cancel{=}} \lim_{x\to 0} \frac{0}{x^3} + \frac{r_2(x)}{x^3} = 0 + \lim \underbrace{\frac{r_2(x)}{x^3}}_{-\frac{1}{3!}}.$$

MAL

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-x}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{-\frac{x^3}{3!}}{x^3} = -\frac{1}{3!}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-x}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{0 + r_2(x)}{x^3}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{r_2(x)}{x^3}$$

No sé.

$$\lim_{x\to 0} \frac{r_2(x)}{x^2} \to 0$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-x}{x^{10}} = \lim_{x\to 0} \frac{-\frac{x^3}{3!} + r_3(x)}{x^{10}}$$

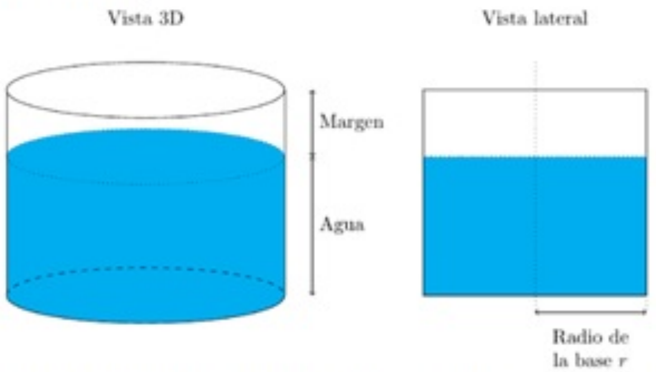
$$= \lim_{x\to 0} \boxed{\frac{x^3}{x^{10}}} \cdot \left(-\frac{1}{3!} + \frac{r_3(x)}{x^3}\right) \quad \to 0$$

No $\exists$

Entonces el resto no jugó

$$\underbrace{a}_{\neq 0} \cdot x^n + \underbrace{r_n(x)}_{\text{No importa.}} = a x^n \left(1 + \frac{r_n(x)}{x^n}\right) \quad \to 0$$

Un fabricante de piscinas estructurales quiere diseñar una piscina con forma cilíndrica. La piscina llevará un volumen de 6000 litros de agua. Para evitar desbordes, el fabricante solicita además que haya un margen de 0,5 metros entre la superficie del agua y el borde superior de la piscina, como se muestra en la figura:



La estructura a diseñar incluye **el piso circular y las paredes (la piscina no tiene techo)**. Llamemos r al radio de la base de la piscina. Si el costo de construcción es directamente proporcional a la superficie construida, ¿cuál de los siguientes radios r es el más cercano al que minimiza el costo de construcción?

Recordar:

- $1\,m^3 = 1000$ litros.
- Área del círculo de radio r: πr^2.
- Volumen de un cilindro de altura h y radio de la base r: $\pi r^2 h$.
- Superficie lateral (sin tapas) de un cilindro de altura h y radio de la base r: $2\pi r h$.

En este ejercicio se sugiere usar una calculadora (o un software) que halle raíces de polinomios.

$A: (0,+\infty)$ $\quad A(r) = \pi r^2 + 2\pi r \cdot \left(6 + \pi r^2 \cdot \frac{1}{2}\right) / \pi r^2$ $\quad$ 6 $\quad$ Minimizar área

---

$$\int_1^{x^3} f(t)\,dt = e^{2x} - e^2$$

$f(8)$?

$$\left(\int_1^{x^3} f(t)\,dt\right)' = \left(e^{2x} - e^2\right)' = 2e^{2x}$$

$$G(x) = \int_1^{x} f(t)\,dt, \quad G'(x) = f(x).$$

$$\left(G(x^3)\right)' = G'(\underbrace{x^3}_{})\cdot 3x^2 = f(x^3)\cdot 3x^2$$

$$\Rightarrow f(x^3)\,3x^2 = 2e^{2x}$$

Ejercicio 4

Calcular

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} x^3 \cos(x^2)\, dx.$$

1. 0
2. -1
3. $\frac{\pi}{2}$
4. $\frac{\pi^2}{4} - 1$
5. 2
6. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi^2}{4}\right) - 1$

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \underbrace{x^2}_{f} \cdot \underbrace{x \cos(x^2)}_{g'}\, dx = x^2 \cdot \frac{\sin(x^2)}{2}\Bigg|_0^{\sqrt{\pi}} - \int_0^{\sqrt{\pi}} \underbrace{2x \frac{\sin(x^2)}{2} dx}$$

$u = x^2$

$$= x^2 \cdot \frac{\sin(x^2)}{2}\Bigg|_0^{\sqrt{\pi}} - \left(-\frac{\cos(x^2)}{2}\right)\Bigg|_0^{\sqrt{\pi}}$$

$$\int 2x \cdot \frac{\sin(x^2)}{2} = -\frac{\cos(x^2)}{2} + C$$

$$\frac{1}{2}\int \overset{d}{2x} \cdot \sin(x^2)\, dx = \frac{1}{2}\int \operatorname{sen}(u)\, du = -\frac{\cos(u)}{2}$$

$$= -\frac{\cos(x^2)}{2}$$

$u = x^2$

$du = 2x\, dx$

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es una función dos veces derivable. La siguiente tabla indica algunos valores que toman f y sus derivadas:

	f(a)	f'(a)	f''(a)
a=-1	7	-2	-6
a=0	3	-5	0
a=1	-1	-2	6

Considera $F(x)=\int_1^x f(t)dt$. Entonces el polinomio de Taylor de F en 1 de grado 2 es:

Seleccione una:

- No respondo esta pregunta
- $-x^2+x$
- $-2x^2+3x-1$
- $-x^2-x$
- $-2x^2-5x-3$
- $-\frac{5}{2}x^2+3x$
- $-x^2-3x-2$

¿$F(1)$, $F'(1)$, $F''(1)$?

- $F(1)=\int_1^1 f(t)dt=0$
- $F'(x)\overset{TFC}{=}f(x) \Rightarrow F'(1)=f(1)=-1$
- $F''(x)=(F'(x))'=(f(x))'=f'(x) \Rightarrow F''(1)=f'(1)=-2$

$$P(x)=0-1\cdot(x-1)-\frac{2}{2!}(x-1)^2=-(x-1)-(x-1)^2$$

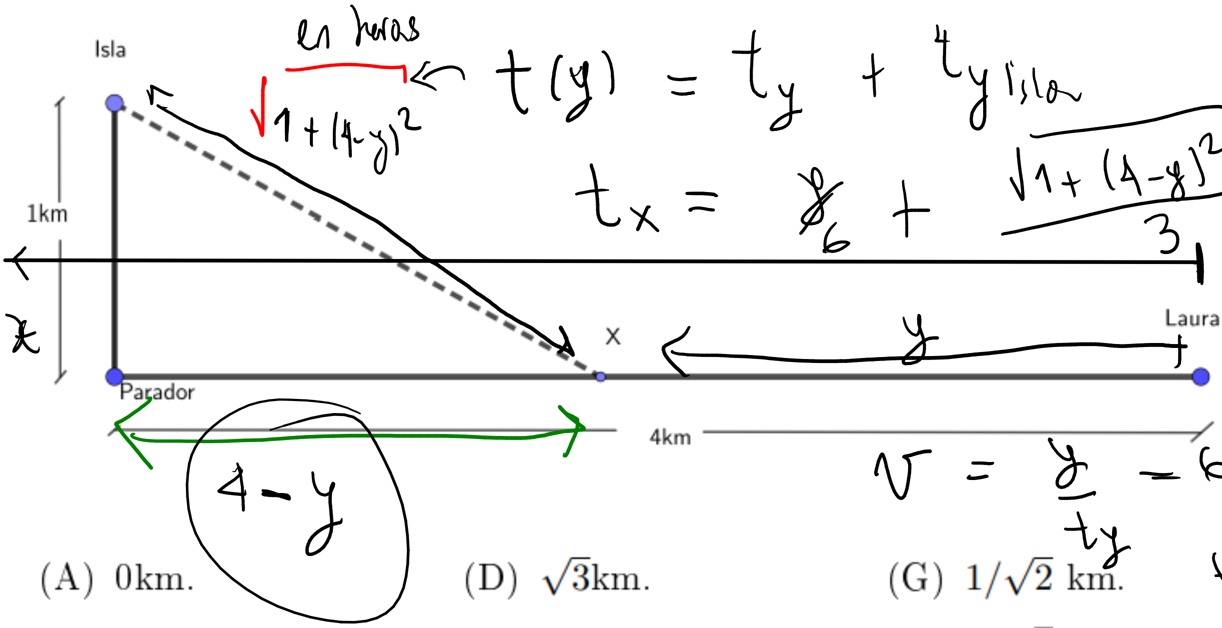
$$=-x+1-x^2-1+2x$$

$$=-x^2+x$$

Pol de Taylor de F en $a=1$ de grado 2

Ejercicio 6

Hay una isla a un kilómetro de la costa, justo frente a un parador. Laura está en la playa, a 4 kilómetros del parador. Para ir hasta la isla, Laura corre hasta el punto X y desde ahí nada hasta la isla, siguiendo la línea punteada. Ella corre a 6km/h y nada a 3km/h. Si quiere ir en el menor tiempo posible, ¿a qué distancia del parador debe estar el punto X?



$t(y) = t_y + t_{y\,\text{isla}}$

$t_x = \frac{y}{6} + \frac{\sqrt{1+(4-y)^2}}{3}$

$v = \frac{y}{t_y} = 6$

$t_y = y/6$

(A) 0km. (D) $\sqrt{3}$km. (G) $1/\sqrt{2}$ km.

(B) 1km. (E) 2km. (H) $1/\sqrt{3}$ km.

(C) $\sqrt{2}$km. (F) 3km.

$t' = 0 \Rightarrow y_0$

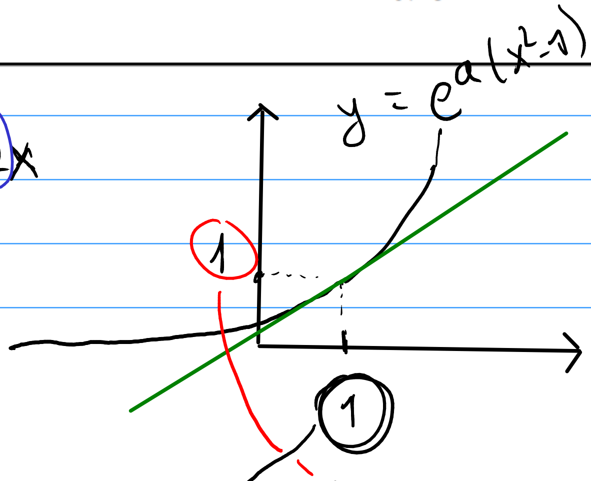
Ejercicio 2

Sean r la recta de ecuación $y = 2x$ y r' la recta tangente a la curva de ecuación $y = e^{a(x^2-1)}$ en el punto con $x = 1$. El valor de a para el cual r y r' son paralelas es:

1. -2
2. -1
3. 0
4. 1
5. 2
6. 3

$r)\ y = 2x$

$r')$



$m_{r'} = \left(e^{a(x^2-1)}\right)'\Big|_{x=1} =$

$= \left(e^{a(x^2-1)} \cdot 2ax\right)\Big|_{x=1} = 2a$

$$y = 2a\cdot(x-1) + 1$$

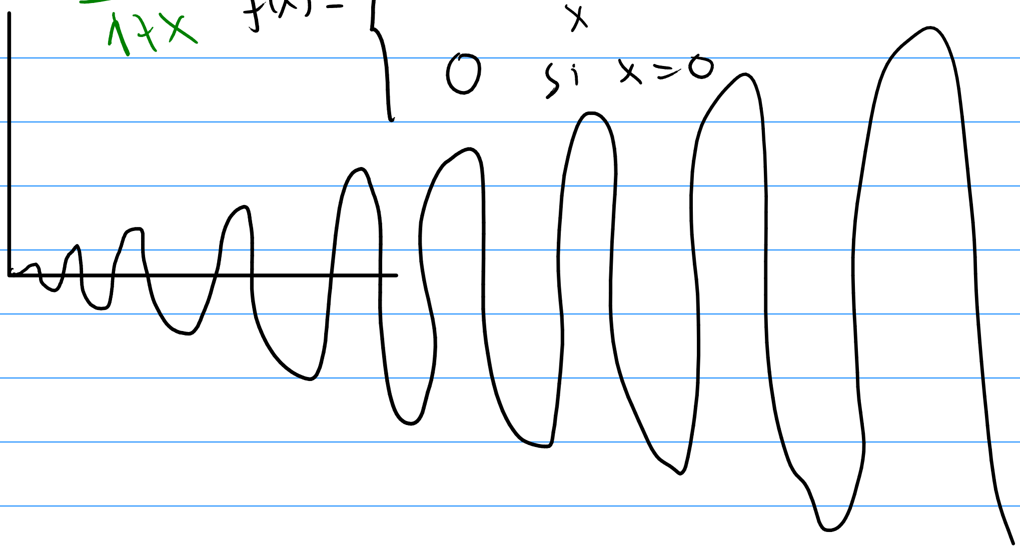
Son paralelas si $2a = 2 \iff a = 1$

$f: [0,+\infty) \to [0,+\infty)$ continua sin extremos relativos

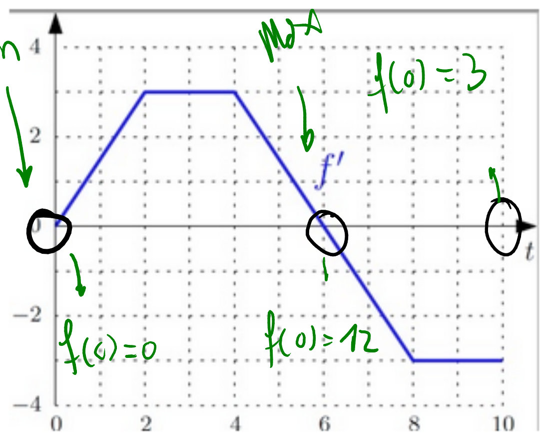
$\frac{1}{1+x}$

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \operatorname{sen} \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1



Se considera la función derivable $f : [0,10] \to \mathbb{R}$ tal que $f(0) = 0$, y cuya derivada f' (afín a trozos) está dada por la gráfica:



C

0

$$f(t) - f(0) = \int_0^t f'(\lambda)\,d\lambda$$

$$f(t) = \int_0^t f'(\lambda)\,d\lambda$$

El máximo es en $t=6$ y vale $f(6) = 12$

$f(0) = 0$

$f(10) = 12 - 9 = 3$

4 es interior

Se consideran las siguientes afirmaciones:

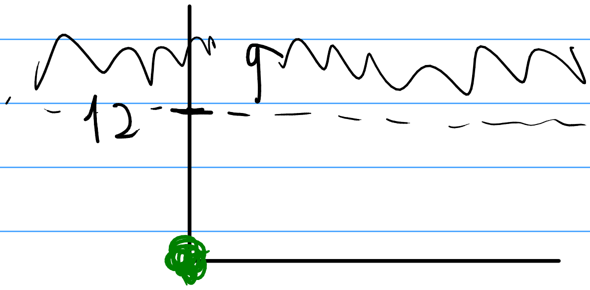
√ [I] La función f alcanza su máximo absoluto en $t = 4$. ✗ (Debería $f'(4) = 0$).

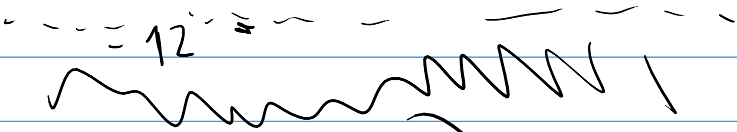
√ [II] Para todo $t \in [0,10]$, se tiene que $|f(t)| \leq 12$.

F [III] Existe $t \in [0,10]$ tal que $f(t) < 0$.

$0 \le f(t) \le 12$ $\qquad |f(t)| = f(t).$

Area $= f(10) = 3$





$(-\delta, \delta)$

Se consideran dos funciones $f, g : (0, +\infty) \to (0, +\infty)$ que cumplen las siguientes afirmaciones:

[I] $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in (0, \delta), f(x) < \epsilon$ $\qquad \lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

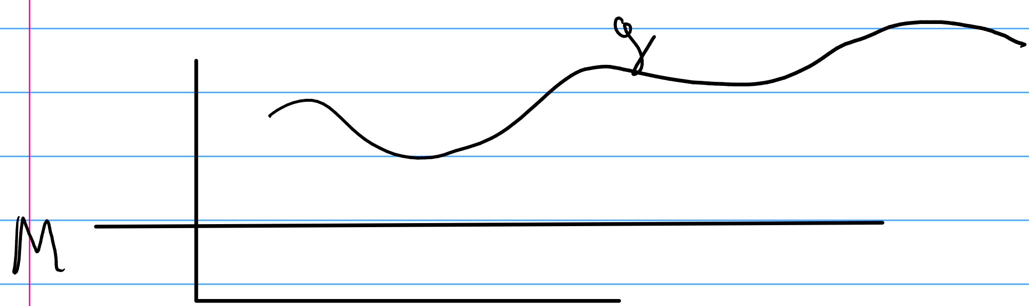
[II] $\exists M > 0, \forall x \in (0, +\infty), g(x) > M$

Indicar cuál de las afirmaciones listadas abajo es necesariamente verdadera.

$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in (0, \delta), |f(x) - 0| < \varepsilon$

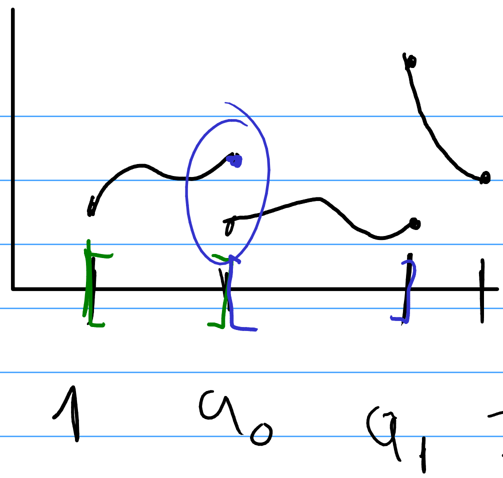
Seleccione una:

- a. $\lim_{x \to 0^+} g(x) = +\infty$ y $\lim_{x \to 0^+} f(x)g(x) = 0.$
- b. $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$ y $\lim_{x \to 0^+} g(x)/f(x) = 0.$
- c. $\lim_{x \to 0^+} g(x) = +\infty$ y $\lim_{x \to 0^+} f(x)/g(x) = 0.$ $\qquad 0 < \dfrac{f(x)}{g(x)} < \dfrac{f(x)}{M} \to 0$
- d. No respondo esta pregunta
- e. $\lim_{x \to 0^+} g(x) = +\infty$ y $\lim_{x \to 0^+} g(x)/f(x) = 0.$
- f. $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$ y $\lim_{x \to 0^+} f(x)/g(x) = 0.$
- g. $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$ y $\lim_{x \to 0^+} f(x)g(x) = 0.$



$f: [a, b] \to \mathbb{R}$ seccionalmente continua es integrable.

Dem: Llamemosle $a_0, \dots, a_n$ a los puntos de discontinuidad



$f : [a, a_0] \to \mathbb{R}$ es continua.

$\Rightarrow f$ es integrable en $[a, a_0]$.

$f : [a_0, a_1] \to \mathbb{R}$ es continua

$\Rightarrow f$ es integrable en $[a_0, a_1]$

Por inducción, f es integrable en
- $[a, a_0]$
- $[a_i, a_{i+1}] \ \forall\, i = 0, \ldots, n-1$
- $[a_n, b]$

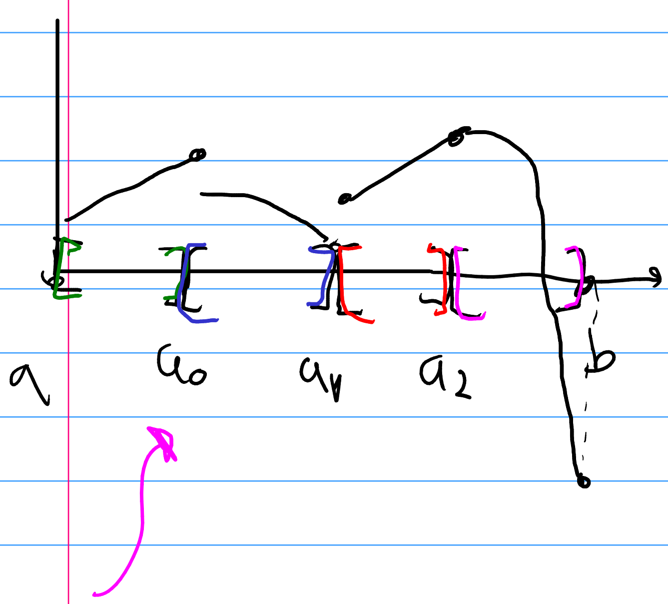
$\Rightarrow f$ es integrable en $[a, a_0] \cup [a_0, a_1] \cup \ldots \cup [a_n, b]$

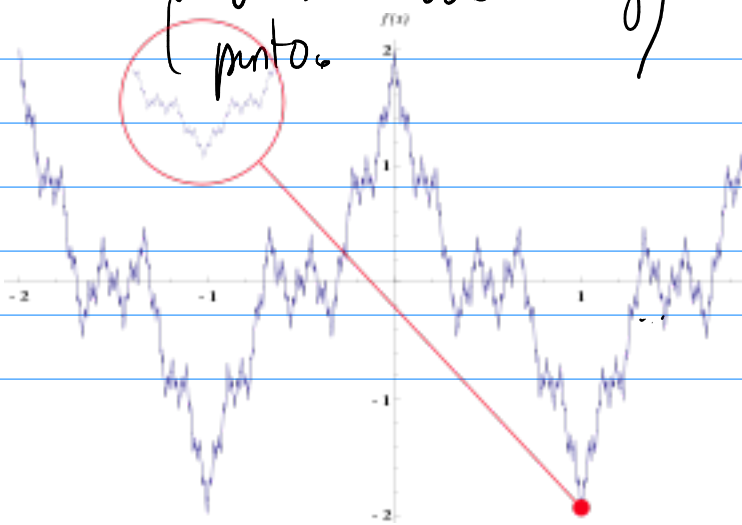
$= [a, b]$.

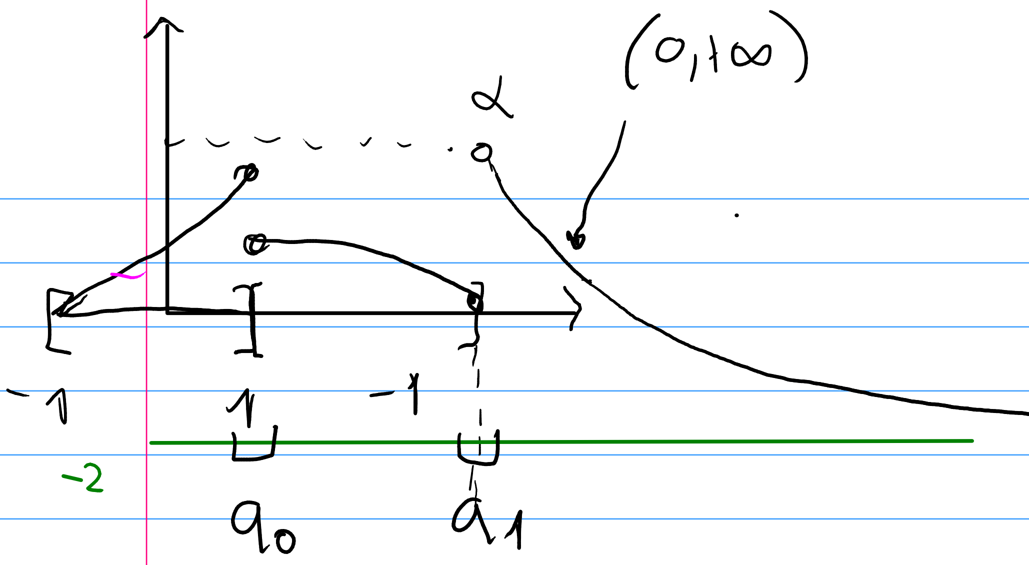
- $\boxed{x \sin 1/x}$

- Función de Weierstrass

(No es derivable en ningún punto.)



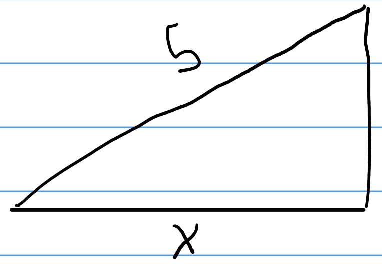




$$\lim_{x\to+\infty} f'(x) = -2$$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \alpha > c$$

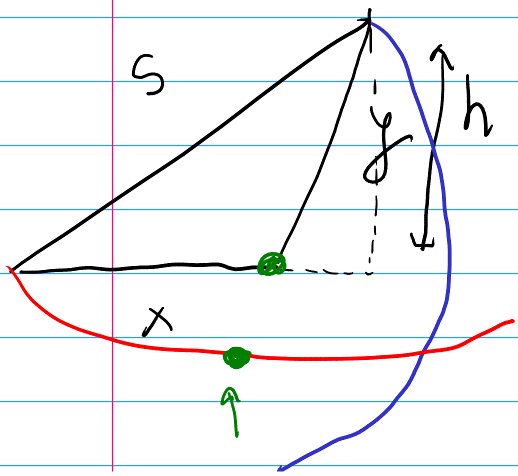
$x \in (0,5)$



$y = \sqrt{5^2 - x^2} \Rightarrow A = \dfrac{x\sqrt{5\cdot x^2}}{2}$

$$\lim_{x\to 0^+} A = 0$$

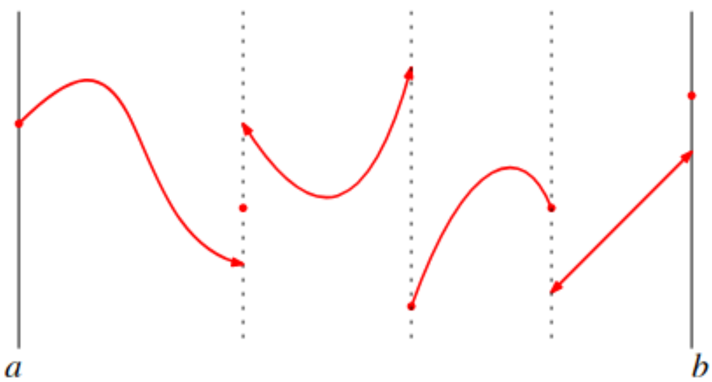
$$\lim_{x\to 5^-} A = 0.$$



Definición 123 (Función seccionalmente continua)**.** Se dice que una función $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ definida en un intervalo cerrado $[a,b]$ (con $a < b$) es *seccionalmente continua* cuando existe una partición $P = \{a_0, a_1, \ldots, a_n\} \subset [a,b]$ tal que para todo $i = 0, \ldots, n-1$:

(1) la función f es continua en el intervalo abierto (a_i, a_{i+1});

(2) en el intervalo (a_i, a_{i+1}), la función f tiene límites finitos en el punto a_i (por la derecha) y en el punto a_{i+1} (por la izquierda).



egunta 5
n finalizar
n calificar
Marcar
regunta

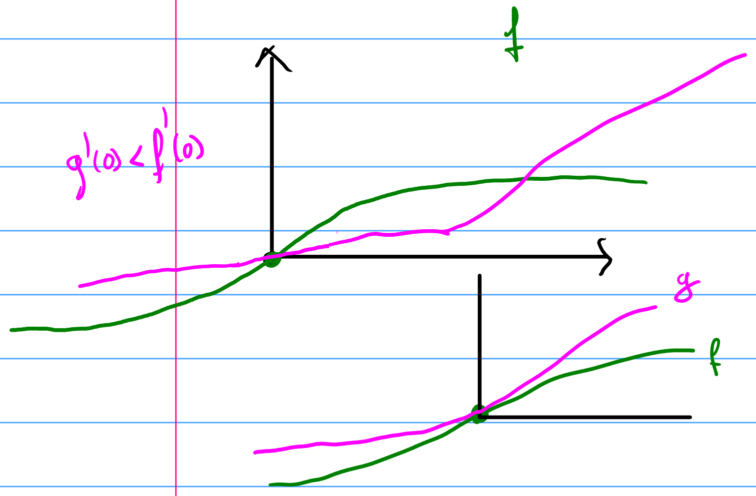
Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dos funciones dos veces derivables tales que $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $f(0) = g(0)$.
Entonces $f'(0) = g'(0)$.

Seleccione una:
- Verdadero
- Falso

Comprobar

$f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dos veces derivables con $f(x) \leq g(x) \ \forall x \in \mathbb{R}$
$f(0) = g(0) = 0$

$\Rightarrow f'(0) = g'(0)$.



$g \geq f$

$$f'(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - g(0)}{x - 0} \leq \lim_{x \to 0^+} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = g'(0)$$

$\Rightarrow f'(0) \leq g'(0)$

Y haciendo el límite con $x \to 0^-$ se ve que $f'(0) \geq g'(0)$.