Cálculo diferencial e integral en una variable

1er semestre de 2023

Simulacro de primer parcial

Abril de 2023

N° Parcial	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

Respuestas al MÚLTIPLE OPCIÓN							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**

Llenar cada casilla con las respuestas **A**, **B**, **C**, **D**, **E** o **F** según corresponda.

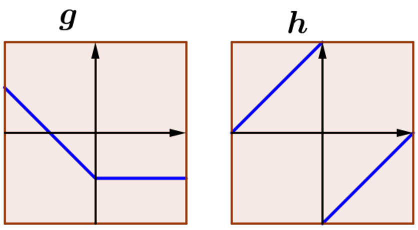
Correctas: 5 puntos. Incorrectas: -1 puntos. Sin responder: 0 puntos.

La duración del parcial es de 3 horas y media y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

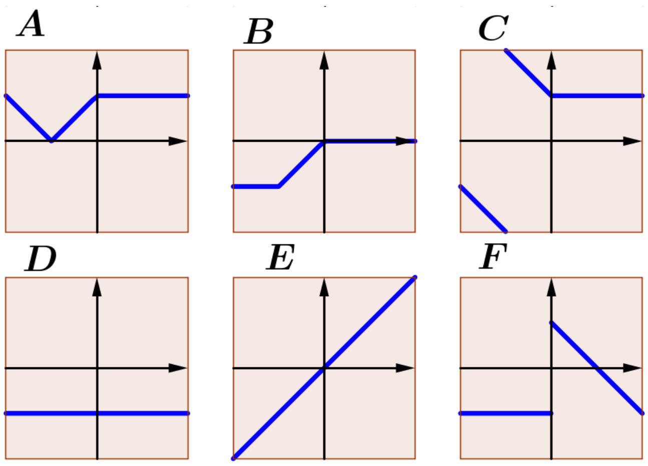
SÓLO PARA USO DOCENTE

MÚLTIPLE OPCIÓN								**Total**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	

1. En la siguiente imagen se muestran los gráficos de las funciones g y h.



Indicar cuál opción corresponde al gráfico de la composición $f = h \circ g$,



2. Consideremos el conjunto $A \subset \mathbb{R}$ dado por

$$A = ([-3,4] \setminus [-4,-2]) \cup \mathbb{N}.$$

Indicar cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

(A) A es acotado superior e inferiormente. Tiene máximo y mínimo.

(B) A es acotado superior e inferiormente. Tiene máximo pero no mínimo.

(C) A es acotado inferiormente pero no superiormente. Tiene mínimo pero no tiene máximo.

(D) A es acotado inferiormente pero no superiormente. No tiene ni máximo ni mínimo.

(E) A tiene supremo pero no tiene ínfimo.

(F) A no tiene ni ínfimo ni supremo.

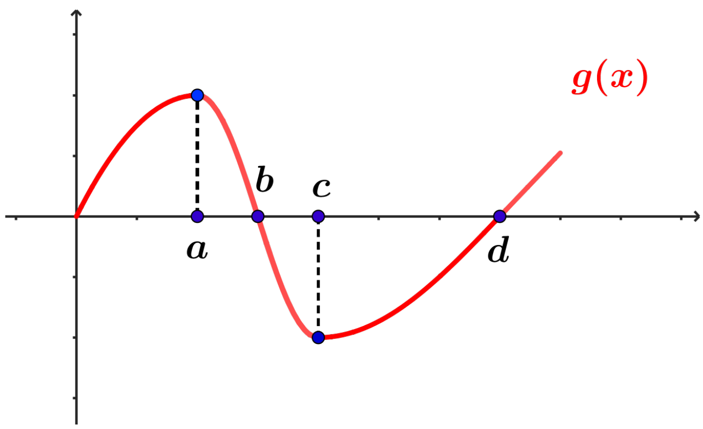
3. Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x(x-2)$ y $P = \{-2, -1, 2, 3, 5\}$ una partición del intervalo $[-2, 5]$.

   La suma inferior $S_*(f, P)$ vale:

   (A) 5
   (B) 6
   (C) 9
   (D) 12
   (E) $\frac{70}{3}$
   (F) 26

4. Sea $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ una función continua. Sea $g : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por la expresión $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$.

   Sabiendo que el gráfico de g es el de la siguiente figura



   indique la opción correcta relativa al signo de f:

   (A) $f^{-1}((-\infty, 0)) = \{x \in I : f(x) < 0\} = (a, c)$
   (B) $f^{-1}((-\infty, 0)) = \{x \in I : f(x) < 0\} = (b, d)$
   (C) $f^{-1}((-\infty, 0)) = \{x \in I : f(x) < 0\} = (a, d)$
   (D) $f^{-1}((-\infty, 0)) = \{x \in I : f(x) < 0\} = (b, c)$
   (E) $f^{-1}((-\infty, 0)) = \{x \in I : f(x) < 0\} = I$
   (F) $f^{-1}((-\infty, 0)) = \{x \in I : f(x) < 0\} = \emptyset$

5. Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \sqrt{|x+1|}, g(x) = |x-3| - 2$

   El área encerrada entre los graficos de las funciones f y g es:

(A) $\frac{32\sqrt{2}}{3} - 1$

(B) $\frac{32\sqrt{2}}{3} - 9$

(C) $\frac{25}{3}$

(D) $40 - \frac{32\sqrt{2}}{3}$

(E) $\frac{49}{3}$

(F) $\frac{68}{3}$

6. Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función y $\epsilon > 0$ un número real. Se consideran las siguientes afirmaciones

   (I) Para todo $a \in \mathbb{R}$ existe $\delta > 0$ tal que, para todo $x \in (a-\delta, a+\delta)$ se cumple que $f(x) \in (f(a)-\epsilon, f(a)+\epsilon)$.

   (II) Existe $\delta > 0$ que verifica que para cualquier $a \in \mathbb{R}$ se cumple que si $x \in (a-\delta, a+\delta)$ entonces $f(x) \in (f(a)-\epsilon, f(a)+\epsilon)$.

   (III) Existen $a \in \mathbb{R}$ y $\delta > 0$ tal que para todo $x \in (a-\delta, a+\delta)$ se cumple que $f(x) \in (f(a)-\epsilon, f(a)+\epsilon)$.

   Indique la opción correcta

   (A) (I) $\Rightarrow$ (II) y (II) $\Rightarrow$ (III)

   (B) (I) $\Rightarrow$ (III) y (III) $\Rightarrow$ (II)

   (C) (II) $\Rightarrow$ (I) y (I) $\Rightarrow$ (III)

   (D) (II) $\Rightarrow$ (III) y (III) $\Rightarrow$ (I)

   (E) (III) $\Rightarrow$ (I) y (I) $\Rightarrow$ (II)

   (F) (III) $\Rightarrow$ (II) y (II) $\Rightarrow$ (I)

7. Se considera el límite $\lim\limits_{x\to+\infty} \lfloor x \rfloor - \sqrt{x^2-3}$

   Indique la opción correcta:

   (A) $\lim\limits_{x\to+\infty} \lfloor x \rfloor - \sqrt{x^2-3} = +\infty$

   (B) $\lim\limits_{x\to+\infty} \lfloor x \rfloor - \sqrt{x^2-3} = -\infty$

   (C) $\lim\limits_{x\to+\infty} \lfloor x \rfloor - \sqrt{x^2-3} = 1$

   (D) $\lim\limits_{x\to+\infty} \lfloor x \rfloor - \sqrt{x^2-3} = 3$

   (E) $\lim\limits_{x\to+\infty} \lfloor x \rfloor - \sqrt{x^2-3} = 0$

(F) El límite no existe

8. Sea $A = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que f es continua, biyectiva y $f(0) = 0\}$.
Se consideran las siguientes afirmaciones

(I) Toda función $f \in A$ es estrictamente monótona.
(II) Existen $f, g \in A$ tales que $f + g \in A$.
(III) Existen $f, g \in A$ tales que $fg \in A$.

Indicar la opción correcta:

(A) Las tres afirmaciones son verdaderas.
(B) La afirmación (I) es verdadera, las afirmaciones (II) y (III) son falsas.
(C) Las afirmaciones (I) y (II) son verdaderas, la afirmacion (III) es falsa.
(D) Las afirmaciones (II) y (III) son verdaderas, la afirmacion (I) es falsa.
(E) La afirmación (II) es verdadera, las afirmaciones (I) y (III) son falsas.
(F) La afrimación (III) es verdadera, las afirmaciones (I) y (II) son falsas.