Cálculo diferencial e integral en una variable **2do semestre de 2020**

SIMULACRO Primer parcial

La duración del parcial es de dos horas y media, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

Ejercicios: Verdadero/Falso (Total: 4 puntos)

Correctos: 1 punto. Incorrectos: −1 punto. Sin responder: 0 puntos.

1. Sea $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una función tal que $f(n) < f(n+1)$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Entonces f es estrictamente creciente.

2. Sea A una conjunto no vacío y acotado superiormente. El conjunto $B \subset \mathbb{R}$ definido por $B = \{\alpha \in \mathbb{R} : \alpha \text{ es cota superior de } A\}$ es no vacío y acotado inferiormente.

3. Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funcion acotada y P, Q dos particiones del intervalo $[0,3]$ tales que $P \subset Q$ entonces $S^*(f,P) \leq S^*(f,Q)$.

4. Sea $f : [0,2] \to [4,5]$ un función continua tal que $f(0) = 5$ y $f(2) = 4$. Entonces f es sobreyectiva.

Ejercicios: Múltiple opción (Total: 36 puntos)

Correctos: 6 puntos. Incorrectos: −2 puntos. Sin responder: 0 puntos.

1. Sea $f : [1,+\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{1}{\lfloor x \rfloor}$.

El valor de la integral $\int_1^{\frac{7}{2}} 2f(x)\,dx$ es:

(A) $2\log(\lfloor \frac{7}{2} \rfloor)$
(B) $2\lfloor \log(\frac{7}{2}) \rfloor$
(C) $\lfloor \frac{10}{3} \rfloor = 3$
(D) $\frac{10}{3}$

2. Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \lfloor x \rfloor$ y P la partición del intervalo $[1,5]$ definida por $P = \{1,3,4,5\}$. La suma superior $S^*(f,P)$ vale:

(A) 15
(B) 12
(C) 9
(D) 8

3. Sean $A = (\{\cos(x) : x \in [-\pi/4, \pi/4]\} \setminus \mathbb{Q})$ y $B = \{y : \frac{1}{y} \in A\}$.

Indica la opción correcta

(A) El conjunto A tiene máximo y mínimo. El conjunto B tiene máximo pero no mínimo.
(B) El conjunto A tiene máximo y mínimo. El conjunto B tiene mínimo pero no máximo.
(C) El conjunto A tiene mínimo pero no máximo. El conjunto B tiene máximo pero no mínimo.
(D) El conjunto A tiene mínimo pero no máximo. El conjunto B tiene mínimo pero no máximo.

4. Se consideran las funciones continuas $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tales que

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$$

Indicar la opción correcta.

(A) Todas estas funciones tienen máximo y mínimo.
(B) Alguna de estas funciones no estan acotadas.
(C) Todas estas funciones estan acotadas. Además hay algunas que no tienen máximo ni mínimo.
(D) Todas estas funciones estan acotadas. Además todas tienen o bien máximo o bien mínimo, pero no necesariamente ambos.

5. Dados parámetros $a, b \in \mathbb{R}$, se considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)\cos(\frac{1}{x+2}) & \text{si } x < -2 \\ ax + b & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^3+3x^2-4}{x^2-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

La función f es continua para los siguientes valores de $a, b \in \mathbb{R}$:

(A) $a = 1/3$ y $b = 2/3$
(B) $a = 3/2$ y $b = 3$
(C) $a = 7/6$ y $b = 10/3$
(D) $a = 0$ y $b = 1$

6. Sea una función $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$. Suponiendo que la afirmación $\lim_{x \to 0} f(x) = 5$ es falsa, ¿cuál de la siguientes afirmaciones se puede deducir?

(A) Existe $\varepsilon > 0$ tal que para todo $\delta > 0$, se cumple que $|f(x) - 5| \geq \varepsilon$ para todo $x \in (0, \delta)$.
(B) Existe $\varepsilon > 0$ tal que para todo $\delta > 0$, se cumple que $|f(x) - 5| \geq \varepsilon$ para algún $x \in (0, \delta)$.
(C) Existen $\varepsilon > 0$ y $\delta > 0$ tales que $|f(x) - 5| \geq \varepsilon$ para todo $x \in (0, \delta)$.
(D) Para todo $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que $|f(x) - 5| \geq \varepsilon$ para todo $x \in (0, \delta)$.