Respuestas Correctas

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5
4	5	6	6	5
Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8	Ej. 9	Ej. 10
5	6	1	4	2

Ejercicio 1

Calcular el máximo de la función $f(x) = 2x\log\left(\frac{x}{4}\right)$ en el intervalo $[3,4]$.

Solución:

La derivada de $f(x) = 2x\log\left(\frac{x}{4}\right)$ es $f'(x) = 2\log\left(\frac{x}{4}\right) + 2$. Evaluando $f(x)$ en los extremos del intervalo y en las raices de f' que pertenecen al intervalo se obtiene que el máximo valor es 0.

Ejercicio 2

Calcular el área del triángulo encerrado en el cuadrante positivo por la tangente a la curva $y = 4e^{-2x}$ en el punto con $x = 1$.

Solución:

La ecuación de la recta tangente es $y = -\frac{1}{e^2}(8x-8) + \frac{4}{e^2}$. Substituyendo $x = 0$ e $y = 0$ y resolviendo la ecuación, obtenemos que la base y altura del triángulo son $\frac{3}{2}$ y $\frac{12}{e^2}$. Por lo tanto el área es $\frac{9}{e^2}$.

Ejercicio 3

Calcular $p(1)$ donde p es el polinomio de Taylor en 0 de grado 3 de la función $f(x) = \sin(2x)\cos(3x)$.

Solución:

Se obtiene $p(x) = -\frac{31x^3}{3} + 2x$ de donde $p(1) = -\frac{25}{3}$.

Ejercicio 4

Calcular el volumen de revolución alrededor del eje x de la función $f(x) = x^{\frac{3}{2}} + 3$ sobre el intervalo $[0,1]$. Recordar la fórmula $\int_a^b \pi f(x)^2 dx$ para el volumen de revolución del gráfico de una función positiva sobre un intervalo.

Solución:

El volumen es $\int_0^1 \pi f(x)^2 dx = g(1) - g(0) = \frac{233\pi}{20}$, donde $g(x) = \pi\left(\frac{12x^{\frac{5}{2}}}{5} + \frac{x^4}{4} + 9x\right)$.

Ejercicio 5

Calcular $f''(\pi/4)$ donde $f(x) = \int_0^{\sin(2x)} e^{2y^2} dy$.

Solución:

Por el teorema fundamental $f'(x) = 2e^{2\sin^2(2x)} \cos(2x)$ de donde $f''(x) = 16e^{2\sin^2(2x)} \sin(2x)\cos^2(2x) - 4e^{2\sin^2(2x)} \sin(2x)$ y $f''(\pi/4) = -4e^2$.

Ejercicio 6

Calcular la suma superior correspondiente a la integral $\int_0^3 x^2 - 4x + 9 \, dx$ para la partición del intervalo en tres partes iguales.

Solución:

Los puntos de la partición son $\{0, 1, 2, 3\}$ el máximo valor en cada intervalo de la partición correspondiente es $9, 6, 6$. Por lo tanto la suma es 21.

Ejercicio 7

Un cono se cortó con dos planos perpendiculares a su eje de manera que quedaron dos tapas circulares de radio 1 y 7 respectivamente a distancia 6 entre ellas. Calcular la superficie del cono sin contar las tapas.

Recordemos que la superficie de revolución de una función positiva $f(x)$ alrededor de un intervalo $[a, b]$ es $\int_a^b 2\pi f(x)\sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

Solución:

Se pide la superficie de revolución de $f(x) = x + 1$ alrededor de $[0, 6]$. Para esto se debe integrar $g(x) = 2\sqrt{2}\pi (x + 1)$ en dicho intervalo lo cual da como resultado $48\sqrt{2}\pi$.

Ejercicio 8

Calcular la longitud de la parte de la curva de ecuación $y = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}$ con x en $[0,3]$.

Recordemos que la longitud de arco del gráfico de una función $f(x)$ en un intervalo $[a,b]$ es $\int_a^b \sqrt{1+f'(x)^2}dx$

Solución:

Integrando $g(x) = \sqrt{x+1}$ en $[0,3]$ se obtiene $\frac{14}{3}$.

Ejercicio 9

Una calle recta va en subida con inclinación de 45 grados durante 1 kilómetros y luego 60 grados durante 2 kilómetros. ¿Cuál es la diferencia de altura en kilómetros entre el punto inicial y final de la calle?

Solución:

La altura ganada al recorrer a kilómetros con inclincación α en radianes es $a\sin(\alpha)$. Convirtiendo los ángulos a radianes la altura ganada es $\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}$.

Ejercicio 10

Calcular $\int_0^\pi x\sin(2x)dx$.

Solución:

Aplicando partes derivando x se obtiene que $-\frac{x}{2}\cos(2x) + \frac{1}{4}\sin(2x)$ es un primitiva de $x\sin(2x)$ y por lo tanto la integral vale $-\frac{\pi}{2}$.
