

**Respuestas Correctas**

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5
3	5	2	1	2
Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8	Ej. 9	Ej. 10
2	5	2	4	3

### Ejercicio 1

Calcular el máximo de la función  $f(x) = 2x \log\left(\frac{x}{3}\right)$  en el intervalo  $[3, 4]$ .

#### Solución:

La derivada de  $f(x) = 2x \log\left(\frac{x}{3}\right)$  es  $f'(x) = 2 \log\left(\frac{x}{3}\right) + 2$ . Evaluando  $f(x)$  en los extremos del intervalo y en las raíces de  $f'$  que pertenecen al intervalo se obtiene que el máximo valor es  $-8 \log(3) + 8 \log(4)$ .

---

### Ejercicio 2

Calcular el área del triángulo encerrado en el cuadrante positivo por la tangente a la curva  $y = 4e^{-2x}$  en el punto con  $x = 1$ .

#### Solución:

La ecuación de la recta tangente es  $y = -\frac{1}{e^2}(8x - 8) + \frac{4}{e^2}$ . Substituyendo  $x = 0$  e  $y = 0$  y resolviendo la ecuación, obtenemos que la base y altura del triángulo son  $\frac{3}{2}$  y  $\frac{12}{e^2}$ . Por lo tanto el área es  $\frac{9}{e^2}$ .

---

### Ejercicio 3

Calcular  $p(1)$  donde  $p$  es el polinomio de Taylor en 0 de grado 3 de la función  $f(x) = \sin(x) \cos(2x)$ .

#### Solución:

Se obtiene  $p(x) = -\frac{13x^3}{6} + x$  de donde  $p(1) = -\frac{7}{6}$ .

---

### Ejercicio 4

Calcular el volumen de revolución alrededor del eje  $x$  de la función  $f(x) = \sqrt{x} + 1$  sobre el intervalo  $[0, 1]$ . Recordar la fórmula  $\int_a^b \pi f(x)^2 dx$  para el volumen de revolución del gráfico de una función positiva sobre un intervalo.

#### Solución:

El volumen es  $\int_0^1 \pi f(x)^2 dx = g(1) - g(0) = \frac{17\pi}{6}$ , donde  $g(x) = \pi \left( \frac{4x^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right)$ .

---

### Ejercicio 5

Calcular  $f''(\pi/4)$  donde  $f(x) = \int_0^{\sin(x)} e^{2y^2} dy$ .

#### Solución:

Por el teorema fundamental  $f'(x) = e^{2\sin^2(x)} \cos(x)$  de donde  $f''(x) = 4e^{2\sin^2(x)} \sin(x) \cos^2(x) - e^{2\sin^2(x)} \sin(x)$  y  $f''(\pi/4) = \frac{\sqrt{2}e}{2}$ .

---

### Ejercicio 6

Calcular la suma superior correspondiente a la integral  $\int_0^3 x^2 - 2x + 3 \, dx$  para la partición del intervalo en tres partes iguales.

#### Solución:

Los puntos de la partición son  $\{0, 1, 2, 3\}$  el máximo valor en cada intervalo de la partición correspondiente es 3, 3, 6. Por lo tanto la suma es 12.

---

### Ejercicio 7

Un cono se cortó con dos planos perpendiculares a su eje de manera que quedaron dos tapas circulares de radio 1 y 7 respectivamente a distancia 5 entre ellas. Calcular la superficie del cono sin contar las tapas.

Recordemos que la superficie de revolución de una función positiva  $f(x)$  alrededor de un intervalo  $[a, b]$  es  $\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

#### Solución:

Se pide la superficie de revolución de  $f(x) = \frac{6x}{5} + 1$  alrededor de  $[0, 5]$ . Para esto se debe integrar  $g(x) = \frac{2\pi}{5} \sqrt{61} \left( \frac{6x}{5} + 1 \right)$  en dicho intervalo lo cual da como resultado  $8\sqrt{61}\pi$ .

---

### Ejercicio 8

Calcular la longitud de la parte de la curva de ecuación  $y = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}$  con  $x$  en  $[0, 8]$ .

Recordemos que la longitud de arco del gráfico de una función  $f(x)$  en un intervalo  $[a, b]$  es  $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

#### Solución:

Integrando  $g(x) = \sqrt{x+1}$  en  $[0, 8]$  se obtiene  $\frac{52}{3}$ .

---

### Ejercicio 9

Una calle recta va en subida con inclinación de 45 grados durante 1 kilómetros y luego 60 grados durante 2 kilómetros. ¿Cuál es la diferencia de altura en kilómetros entre el punto inicial y final de la calle?

#### Solución:

La altura ganada al recorrer  $a$  kilómetros con inclinación  $\alpha$  en radianes es  $a \sin(\alpha)$ . Conviertiendo los ángulos a radianes la altura ganada es  $\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}$ .

---

### Ejercicio 10

Calcular  $\int_0^\pi 2x \sin(x) dx$ .

#### Solución:

Aplicando partes derivando  $x$  se obtiene que  $-2x \cos(x) + 2 \sin(x)$  es una primitiva de  $2x \sin(x)$  y por lo tanto la integral vale  $2\pi$ .

---