

**Respuestas Correctas**

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5
2	4	3	6	2
Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8	Ej. 9	Ej. 10
2	2	6	2	4

### Ejercicio 1

Calcular el máximo de la función  $f(x) = 2x \log\left(\frac{x}{2}\right)$  en el intervalo  $[3, 4]$ .

#### Solución:

La derivada de  $f(x) = 2x \log\left(\frac{x}{2}\right)$  es  $f'(x) = 2 \log\left(\frac{x}{2}\right) + 2$ . Evaluando  $f(x)$  en los extremos del intervalo y en las raíces de  $f'$  que pertenecen al intervalo se obtiene que el máximo valor es  $8 \log(2)$ .

---

### Ejercicio 2

Calcular el área del triángulo encerrado en el cuadrante positivo por la tangente a la curva  $y = 3e^{-3x}$  en el punto con  $x = 1$ .

#### Solución:

La ecuación de la recta tangente es  $y = -\frac{1}{e^3}(9x - 9) + \frac{3}{e^3}$ . Substituyendo  $x = 0$  e  $y = 0$  y resolviendo la ecuación, obtenemos que la base y altura del triángulo son  $\frac{4}{3}$  y  $\frac{12}{e^3}$ . Por lo tanto el área es  $\frac{8}{e^3}$ .

---

### Ejercicio 3

Calcular  $p(1)$  donde  $p$  es el polinomio de Taylor en 0 de grado 3 de la función  $f(x) = \sin(2x) \cos(x)$ .

#### Solución:

Se obtiene  $p(x) = -\frac{7x^3}{3} + 2x$  de donde  $p(1) = -\frac{1}{3}$ .

---

### Ejercicio 4

Calcular el volumen de revolución alrededor del eje  $x$  de la función  $f(x) = x^{\frac{3}{2}} + 3$  sobre el intervalo  $[0, 1]$ . Recordar la fórmula  $\int_a^b \pi f(x)^2 dx$  para el volumen de revolución del gráfico de una función positiva sobre un intervalo.

#### Solución:

El volumen es  $\int_0^1 \pi f(x)^2 dx = g(1) - g(0) = \frac{233\pi}{20}$ , donde  $g(x) = \pi \left( \frac{12x^{\frac{5}{2}}}{5} + \frac{x^4}{4} + 9x \right)$ .

---

### Ejercicio 5

Calcular  $f''(\pi/4)$  donde  $f(x) = \int_0^{\sin(x)} e^{2y^2} dy$ .

#### Solución:

Por el teorema fundamental  $f'(x) = e^{2\sin^2(x)} \cos(x)$  de donde  $f''(x) = 4e^{2\sin^2(x)} \sin(x) \cos^2(x) - e^{2\sin^2(x)} \sin(x)$  y  $f''(\pi/4) = \frac{\sqrt{2}e}{2}$ .

---

### Ejercicio 6

Calcular la suma superior correspondiente a la integral  $\int_0^3 x^2 - 2x + 3 \, dx$  para la partición del intervalo en tres partes iguales.

#### Solución:

Los puntos de la partición son  $\{0, 1, 2, 3\}$  el máximo valor en cada intervalo de la partición correspondiente es 3, 3, 6. Por lo tanto la suma es 12.

---

### Ejercicio 7

Un cono se cortó con dos planos perpendiculares a su eje de manera que quedaron dos tapas circulares de radio 1 y 7 respectivamente a distancia 2 entre ellas. Calcular la superficie del cono sin contar las tapas.

Recordemos que la superficie de revolución de una función positiva  $f(x)$  alrededor de un intervalo  $[a, b]$  es  $\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

#### Solución:

Se pide la superficie de revolución de  $f(x) = 3x + 1$  alrededor de  $[0, 2]$ . Para esto se debe integrar  $g(x) = 2\sqrt{10}\pi(3x + 1)$  en dicho intervalo lo cual da como resultado  $16\sqrt{10}\pi$ .

---

### Ejercicio 8

Calcular la longitud de la parte de la curva de ecuación  $y = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{3}$  con  $x$  en  $[0, 21]$ .

Recordemos que la longitud de arco del gráfico de una función  $f(x)$  en un intervalo  $[a, b]$  es  $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

#### Solución:

Integrando  $g(x) = \sqrt{\frac{x}{4} + 1}$  en  $[0, 21]$  se obtiene 39.

---

### Ejercicio 9

Una calle recta va en subida con inclinación de 30 grados durante 3 kilómetros y luego 45 grados durante 4 kilómetros. ¿Cuál es la diferencia de altura en kilómetros entre el punto inicial y final de la calle?

#### Solución:

La altura ganada al recorrer  $a$  kilómetros con inclinación  $\alpha$  en radianes es  $a \sin(\alpha)$ . Conviertiendo los ángulos a radianes la altura ganada es  $\frac{3}{2} + 2\sqrt{2} = \frac{3}{2} + 2\sqrt{2}$ .

---

### Ejercicio 10

Calcular  $\int_0^\pi 2x \sin(2x) dx$ .

#### Solución:

Aplicando partes derivando  $x$  se obtiene que  $-x \cos(2x) + \frac{1}{2} \sin(2x)$  es una primitiva de  $2x \sin(2x)$  y por lo tanto la integral vale  $-\pi$ .

---