Respuestas Correctas

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4
3	5	1	4
Ej. 5	Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8
1	2	3	5

Ejercicio 1

Calcular el máximo de la función $f(x) = x^3 - 12x + 1$ en el intervalo $[-3, 3]$.

Solución:

La derivada de $f(x) = x^3 - 12x + 1$ es $f'(x) = 3x^2 - 12$. Evaluando $f(x)$ en los extremos del intervalo y en las raices de f' que pertenecen al intervalo se obtiene que el máximo valor es 17.

Ejercicio 2

Aplicar dos pasos del método de Newton a la función $f(x) = x^3 - 6$, empezando en $x = 1$.

Solución:

Se pide calcular $g(g(1))$ donde $g(x) = x - (x^3 - 6)/(3 * x^2)$. Se obtiene $g(g(1)) = g(8/3) = 593/288$.

Ejercicio 3

Calcular $p(1)$ donde p es el polinomio de Taylor en 0 de grado 4 de la función $f(x) = \sin^2(x) + \sin(x) + 1$.

Solución:

Se obtiene $p(x) = -x^4/3 - x^3/6 + x^2 + x + 1$ de donde $p(1) = 5/2$.

Ejercicio 4

Calcular el volumen de revolución alrededor del eje x de la función $f(x) = -x^2 + 1$ sobre el intervalo $[-1, 1]$.

Solución:

El volumen es $\int\_ 1^1 \pi f(x)^2 dx = g(1) - g(-1) = 16 * pi/15$, donde $(g(x) = pi * x * * 5/5 - 2 * pi * x * * 3/3 + pi * x$.

Ejercicio 5

Calcular $f''(\pi/2)$ donde $f(x) = \int_0^{\sin(x)} e^{y^2} dy$.

Solución:

Por el teorema fundamental $f'(x) = e^{\sin^2(x)} \cos(x)$ de donde $f''(x) = 2e^{\sin^2(x)} \sin(x) \cos^2(x) - e^{\sin^2(x)} \sin(x)$ y $f''(\pi/2) = -e$.

Ejercicio 6

Calcular la suma superior correspondiente a la integral $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{1}{x^2+1} dx$ para la partición del intervalo en tres partes iguales.

Solución:

Los puntos de la partición son $\{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\}$ el máximo valor en cada intervalo de la partición se da en el extremo izquierdo. Por lo tanto la suma es $\left(1 + \frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} = \frac{23}{20}$.

Ejercicio 7

Calcular la superficie de revolución de la curva $x^2 + (y-4)^2 = 1$ alrededor del eje x. Sugerencia: Expresar la curva como unión de dos gráficos. Calcular la suma de las dos integrales correspondientes directamente, no cada integral por separado. Recordemos que la superficie de revolución de una función positiva $f(x)$ alrededor de un intervalo $[a,b]$ es $\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

Solución:

La curva es unión del gráfico de $f(x) = \sqrt{-x^2+1} + 4$ y $g(x) = -\sqrt{-x^2+1} + 4$ sobre el intervalo $[-1,1]$. Observamos que $f'(x)^2 = g'(x)^2$. Por lo tanto la superficie es $\int_{-1}^{1} 2\pi(f(x) + g(x)) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx = \int \frac{16\pi}{\sqrt{-x^2+1}} dx = 16\pi^2$.

Ejercicio 8

Una pirámide cuya base es un triángulo regular de lado 1 tiene altura 5, donde el punto de máxima altura está sobre el centro del tríangulo base. Calcular la distancia entre un vértice de la base y el punto más alto de la pirámide. Sugerencia: El centro de la base está a distancia $2h/3$ de cualquier vértice en dirección del punto medio del lado opuesto, siendo h la altura del triángulo base.

Solución:

La altura del triángulo base es $\frac{\sqrt{3}}{2}$ de donde la distancia a cualquier vértice es $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Usando el teorema de Pitágoras se obtiene $L = \frac{2\sqrt{57}}{3}$.
