Problema 1

1. Planteando nudo en v_o obtenemos la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i - v_o = 0 \implies \sum_{i=1}^{n} v_i = n v_o \implies \boxed{v_o = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i} \tag{1}$$

   También se puede resolver usando superposición y divisores de tensión pero es algo más engorroso.

2. El operacional del circuito es un comparador que tiene salida V_{CC} cuando la pata + es mayor que V_{ref} y 0 en caso contrario.

   Para lograr lo que pide la letra necesitamos que V_{ref} esté por debajo del valor de v_+ cuando todas las entradas son V_{CC} y por encima de v_+ cuando al menos una de ellas sea 0.

   Como el circuito de la parte anterior hace un promedio cuando una de las entradas sea nula, el valor de v_+ será mayor que si dos o más lo son. Por lo tanto alcanza ver el valor que toma v_+ cuando una de las entradas es nula e imponer que V_{ref} sea superior.

   Si una de las entradas es nula, usando la parte anterior tenemos que:

$$v_+ = \frac{n-1}{n} V_{CC} \tag{2}$$

   Por lo tanto V_{ref} debe cumplir que

$$\boxed{\frac{n-1}{n} V_{CC} < V_{ref} < V_{CC}} \tag{3}$$

3. Lo primero que hacemos es identificar bloques conocidos, esto se muestra en la figura 1

   a) El voltaje v_s que es la salida de un Schmitt Trigger cuyas salidas sólo pueden tomar valores $\pm V_{CC}$.

   Cuando la salida del operacional A_S es V_{CC}: Asumimos que el diodo está en OFF. El diodo se puede verificar inmediatamente ya que por la tierra virtual su polo positivo está a 0V, mientras que su polo negativo está a V_{CC}. Por lo tanto $v_D = -V_{CC} < 0$ y la hipótesis se verifica ✓.
   Luego al no haber corriente por las resistencias del inversor, el voltaje de salida v_o es 0V.

   Cuando la salida del operacional A_S es $-V_{CC}$: Asumimos el diodo en ON. Esto se verifica fácil ya que la corriente por el es $i_D = \frac{0-V_{CC}}{R} = \frac{V_{CC}}{R} > 0$ por la tierra virtual del inversor. ✓
   Luego el inversor tendrá a su entrada $-V_{CC}$ por lo que su salida será $v_o = V_{CC}$.

   b) Reemplazando $n = 2$ en la ecuación 3 obtenemos el rango $V_{ref} \in \left(\frac{V_{CC}}{2}, V_{CC}\right)$.

   El valor de el medio de dicho intervalo es $V_{ref} = \frac{3}{4} V_{CC}$

   c) En este circuito sólo hay dos componentes que mantienen estado, el condensador y el Schmitt Trigger. Solo tenemos que suponer un estado para el Schmitt Trigger y una condición inicial para el condensador con las condiciones propuestas y verificar que pasa lo que se solicita.

   El bloque “compuerta and” se comporta como una compuerta and dado que por lo solicitado en la parte anterior V_{ref} cumple con lo necesario para que así sea.

   Sabemos que $v_i = 0$ por lo tanto la compuerta and va a tener como salida $v_2 = 0$, que inicialmente el condensador está cargado a un voltaje $v_{Co} \in [\frac{-V_{CC}}{2}, \frac{V_{CC}}{2}]$ y el operacional A_s puede encontrarse en cualquiera de sus dos estados de saturación.

   Por el inversor sabemos que $v_1 = 0$. Por lo tanto el integrador sumador tiene sus dos entradas nulas y por lo tanto el voltaje del condensador v_C no cambia.

   Al no cambiar v_C que es la entrada del Schmitt Trigger, tampoco cambia su estado.

   d) Ahora $v_i = V_{CC}$, por lo tanto $v_1 = \frac{-V_{CC}}{2}$ y no cambia.
   La compuerta and ahora tendrá como salida el valor de v_o ya que la otra entrada (v_i) está a V_{CC} (i.e. true) y $\top \wedge v_o \equiv v_o$. Por lo tanto $v_2 = v_o$.
   El operacional A_s se encuentra inicialmente en la zona de saturación negativa por lo tanto inicialmente $v_o = V_{CC}$ (por parte anterior).

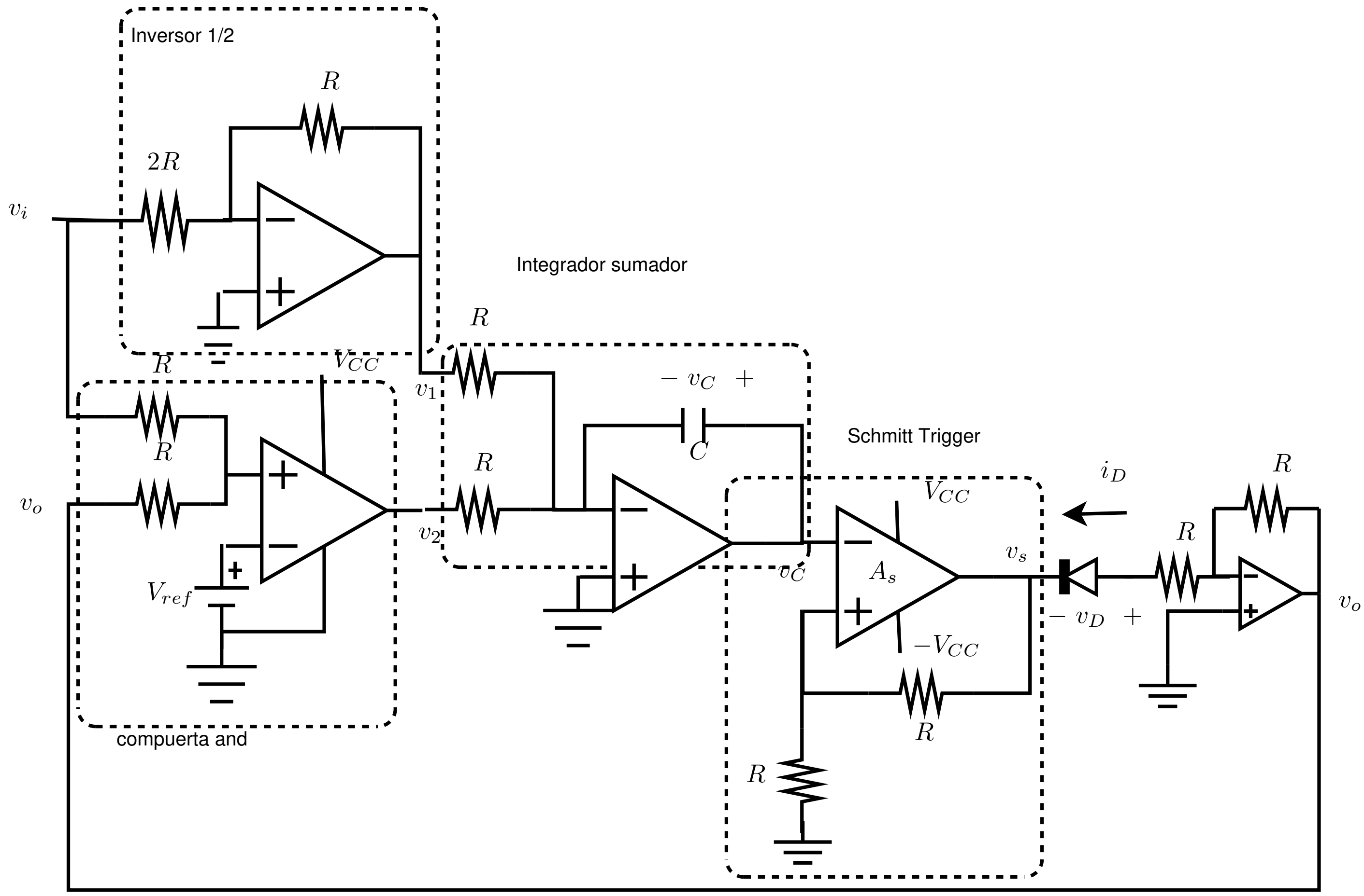

Figura 1: Reloj controlado por entrada v_i, de lo que sale de las últimas partes se puede observar que el reloj queda suspendido cuando $v_i = 0$ y retoma su funcionamiento en donde quedó cuando $v_i = V_{CC}$

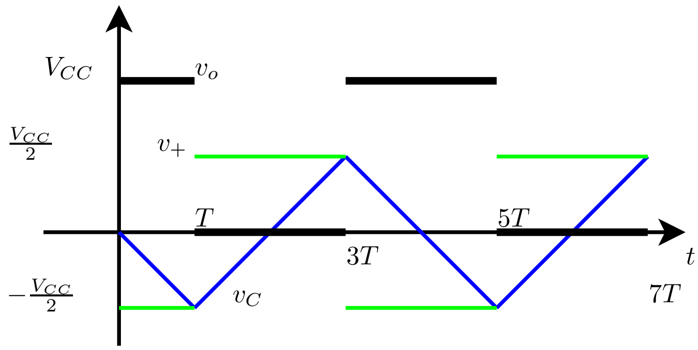

Figura 2: Gráfica de v_o (negro), v_C (azul) y v_+ (verde)

El condensador se encuentra con un voltaje inicial $v_C(0) = 0$ y la salida del integrador sumador será

$$v_c(t) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_1(u) + v_2(u)\; du = -\frac{1}{T}\int_0^t v_1(u) + v_2(u)\; du$$

Reemplazando v_1 y v_2 por sus valores en este intervalo queda: $v_c(t) = -\frac{V_{CC}}{2}\frac{t}{T}$
Este estado se mantendrá mientras $v_c > -\frac{V_{CC}}{2}$, que es el voltaje en la entrada positiva del Schmitt Trigger. Es fácil ver que esto ocurre cuando $t < T$
Luego el Schmitt Trigger pasa a estar en saturación positiva, por lo tanto $v_o = 0$.
A partir de este momento $v_2 = 0$, y el voltaje en el condensador pasa a ser:

$$v_C(t') = -\frac{V_{CC}}{2} + \frac{V_{CC}}{2}\frac{t'}{T} = \frac{V_{CC}}{2}\left(-1 + \frac{t'}{T}\right)$$

Donde definimos $t' = t - T$.
La entrada positiva del Schmitt Trigger ahora está a $v_+ = \frac{V_{CC}}{2}$, por lo cual el mismo cambiará de estado cuando $v_C = \frac{V_{CC}}{2}$, lo cual ocurre para $t' = 2T$.
En el siguiente intervalo $t' > 2T \equiv t > 3T$, volvemos a estar como al comienzo pero con el condensador cargado inicialmente a $v_C(3T) = \frac{V_{CC}}{2}$
Definiendo $t" = t' - 2T = t - 3T$. Podemos escribir la ecuación del condensador en el tercer tramo:

$$v_C(t") = \frac{V_{CC}}{2} - \frac{V_{CC}}{2}\frac{t"}{T} = \frac{V_{CC}}{2}\left(1 - \frac{t"}{T}\right)$$

Al final de este intervalo estamos exactamente en las mismas condiciones del comienzo del segundo tramo, por lo que a partir de aquí el sistema entra en régimen. En la figura 2 se muestran las señales v_C, v_+ y v_o.