Sistemas Lineales 2

Examen, febrero de 2017

- Escriba **nombre y apellido** en todas las hojas.
- Utilice las hojas de un solo lado. Resuelva problemas diferentes en hojas diferentes.
- Sea prolijo. Exprese sus resultados exactamente en el formato pedido. Explique y detalle todos sus pasos. Si algo no es claro para el evaluador, Ud. podría perder los puntos de la pregunta.
- Al entregar cuente las hojas y firme la planilla.
- No escriba ni raye el sobre.

Problema 1

1. En el circuito de la figura 1, todos los potenciales están referidos a la misma referencia, hallar v_0 en función de $v_i,\ i \in [1, n],\ n > 0$.

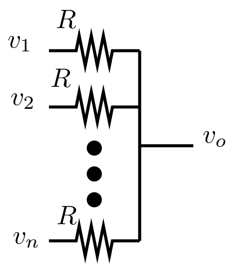

Figura 1:

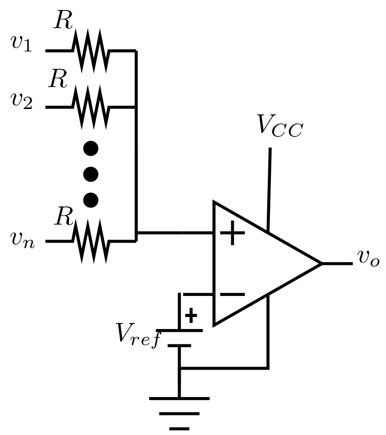

Figura 2: Compuerta AND.

2. En el circuito de la figura 2, el operacional está alimentado entre tierra y V_{CC}. Los voltajes v_i sólo pueden tener valores 0 o V_{CC} y están referidos a tierra. Halle el rango de valores que puede tener V_{ref} para que el circuito se comporte como una compuerta lógica AND, es decir, que $v_o = 0$ si al menos alguna de las entradas v_i es 0 y $v_o = V_{CC}$ si todas las entradas son V_{CC}. Exprese el rango exclusivamente en función de n y V_{CC}.

3. En el circuito de la figura 3 la señal v_i puede tomar sólo valores V_{CC} y 0 y definimos $T = RC$. La alimentación de los operacionales es entre V_{CC} y $-V_{CC}$ salvo uno que se indica en la figura.

   a) Verificar que la señal v_o sólo puede tomar valores 0 y V_{CC}. Justifique.

   b) Hallar V_{ref} para que tenga el valor del medio del intervalo hallado en la parte anterior con $n = 2$ y asumir dicho valor de aquí en adelante. Exprese su resultado exclusivamente en función de V_{CC}

   c) Asuma que $v_i = 0$, que inicialmente el condensador está cargado a un voltaje $v_{Co} \in [\frac{-V_{CC}}{2}, \frac{V_{CC}}{2}]$ y el operacional A_s puede encontrarse en cualquiera de sus dos estados de saturación. Verifique que mientras $v_i = 0$, el estado del circuito no va a cambiar, es decir, v_c es constante y el operacional A_s no cambia de estado. Justifique.

   d) Asuma ahora que $v_i = V_{CC}$, el condensador se encuentra con un voltaje inicial $v_C(0) = 0$ y que el operacional A_s se encuentra inicialmente en la zona de saturación negativa.
   Halle y grafique $v_o(t)$ $\forall t > 0$. Exprese su resultado exclusivamente en función de V_{CC} y T.

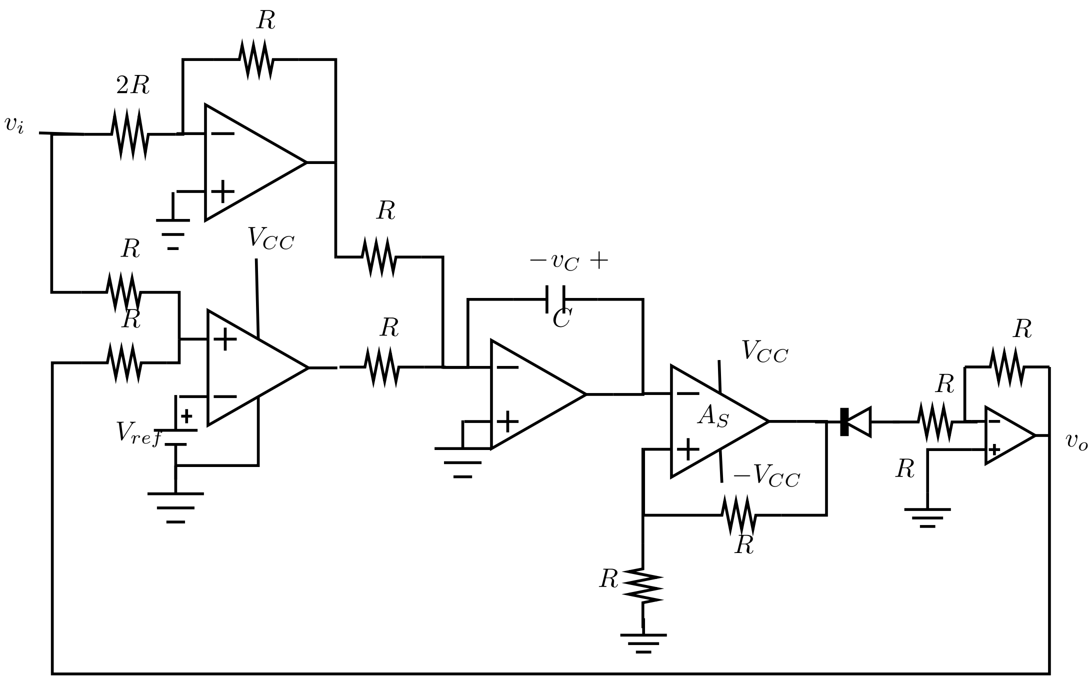

Figura 3:

Problema 2

1. Defina los conceptos de reciprocidad y simetría para cuadripolos.
2. Para el cuadripolo de la figura 4, hallar su representación en matriz de impedancias.
   a) Es simétrico? Justifique.
   b) Es recíproco? Justifique.

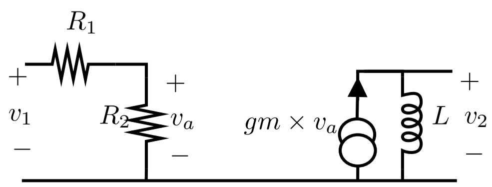

Figura 4:

3. En el circuito de la figura 5, el condensador se encuentra inicialmente a una tensión V_0 y en $t = 0$ la llave S se cierra (la bobina del cuadripolo se encuentra descargada). Se sabe además que: $R_1 + R_2 = R$, $\frac{1}{LC} = 1seg^{-2}$.
   a) Hallar la tensión del condensador para todo instante de tiempo positivo.
   b) Hallar la tensión de la resistencia R (segundo puerto) para todo instante de tiempo positivo.
   c) Cuánta energía se entrega al cuadripolo en el intervalo $[0, +\infty]$?. Justifique.

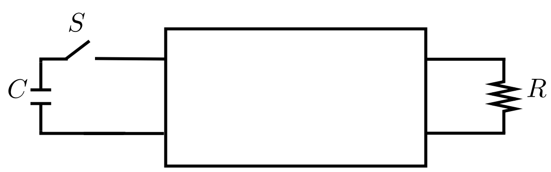

Figura 5:

Problema 3

Trabajaremos con un sistema mecánico compuesto por un émbolo accionado por una bomba para controlar su posición $z(t)$, ver figura 6. Modelamos al émbolo con un resorte de constante u y un amortiguador de constante B.

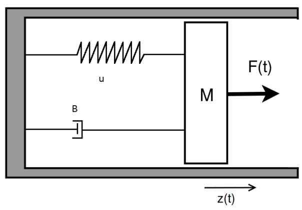

Figura 6: Modelo del émbolo.

a. La ecuación que describe el movimiento de un sistema mecánico como el de la Fig. 6 puede expresarse como $M.\frac{d^2z}{dt^2} = F(t) - u.z - B.\frac{dz}{dt}$. Hallar un modelo en variables de estado para este sistema y determinar la función de transferencia $H(s) = \frac{Z(s)}{F(s)}$.

La bomba genera una presión $P(t)$ en función del voltaje $v(t)$ que se le aplica; su función de transferencia se modela como $H_B(s) = \frac{P(s)}{V(s)} = \frac{1}{s+0,1}$. La fuerza aplicada $F(t) = A.P(t)$, siendo A el área del émbolo. Por lo tanto, el sistema émbolo-bomba puede representarse como se muestra en la Fig. 7.

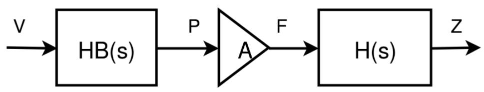

Figura 7: Diagrama de bloques de sistema émbolo-bomba.

Para controlar la posición $z(t)$ nos valdremos del circuito mostrado en la Fig. 8.

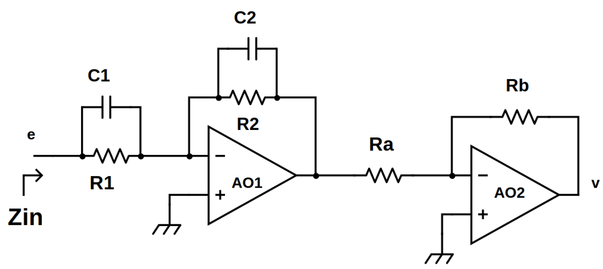

Figura 8: Circuito de transferencia $Co(s)$.

b. Considerando $AO2$ ideal y $AO1$ con $R_i = \infty$, $ro = 0$ y ganancia G finita, utilizar el teorema de *Miller* para calcular la impedancia de entrada Z_{in}, Fig.8.

c. Considerando ahora ambos amplificadores ideales, hallar la transferencia $Co(s) = \frac{V(s)}{E(s)}$.

Para controlar la posición $z(t)$ con el voltaje de referencia $r(t)$, además del circuito mostrado, se utiliza un transductor lineal de ganancia unitaria ($T(s) = 1$). Se los conecta de la forma mostrada en la Fig. 9 con el controlador $C(s) = K.Co(s)$. Consideramos los siguientes valores: $A = 0,01m^2$, $M = 1kg$, $B = 1\frac{N.seg}{m}$, $u = 10\frac{N}{m}$, $R_1.C = 10seg$, $\frac{R_2}{R_1} = 0,5$, $R_a = 1K\Omega$ y $R_b = 100K\Omega$ y $C_1 = C_2 = C$.

d. Si la entrada es un escalón $r(t) = Y(t).R_0$, hallar el error $e = r - l$ en régimen, ¿es capaz el sistema de alcanzar el valor de referencia especificado R_0? Discutir según $K \in R$.

e. Estudiar la estabilidad del sistema utilizando el criterio de Nyquist y elegir un K que minimice el error en régimen y mantenga al sistema estable.

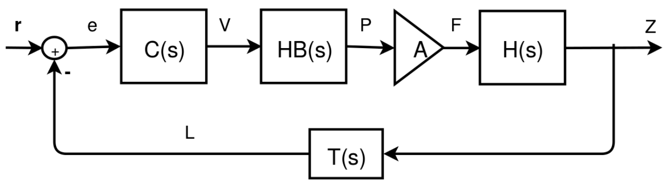

Figura 9: Lazo de control para el sistema émbolo-bomba.