(17) 1/17

INSTITUTO DE INGENIERIA ELECTRICA - Departamento de POTENCIA

Curso de Máquinas Eléctricas (5602) – Examen Febrero 2014 – 14 de Febrero 2014.

Examen Parcial

Pregunta No. 1 (35%): Estabilidad de Máquinas sincrónicas de polos lisos en régimen lineal

Una MS trifásica de rotor cilíndrico y sin saturación, de la cual se conocen sus parámetros (reactancia sincrónica Xs y resistencia de estator Rs despreciable), se encuentra funcionando como generador movida por un motor primario, y conectada en sus bornes a su tensión nominal Vs (entre fase y neutro) a una red trifásica de frecuencia constante y cuya tensión es independiente de la corriente inyectada.

a) (8/35) Suponiendo que ni la potencia del motor primario ni la corriente de estator limitan la potencia eléctrica entregable por MS, sino que en este caso la limitación está dada por la corriente de excitación ($E_{máx} = k*i_{exc\ máx}$) y el ángulo de guarda γ, expresar la máxima potencia activa entregable en régimen permanente por MS en sus bornes, en función de Vs_{nom}, $E_{máx}$, Xs y el ángulo γ.

Suponiendo ahora que, estando en la situación anterior de máxima potencia activa entregada por MS, se produce una reducción de tensión permanente en la red (y por lo tanto en bornes de MS) de Vs_{nom} a $\alpha*Vs_{nom}$ ($\alpha < 1$):

b) (10/35) Calcular la máxima reducción de tensión teóricamente posible de modo de tener aún un funcionamiento que pueda ser estable en régimen permanente, entregando la misma potencia activa que en a), y sin modificar la corriente de excitación de su valor máximo. Se expresará ese valor mínimo de α en función de Vs_{nom}, $E_{máx}$, Xs y el ángulo γ.

c) (17/35) Empleando la "Ley de las Áreas" determinar la máxima reducción realista de tensión admisible en las mismas condiciones anteriores, de forma que durante el transitorio resultante del cambio de tensión MS permanezca estable. Hacer un gráfico explicando la forma de aplicación de la "Ley de las Áreas" en este caso, y expresar las relaciones que determinan el valor mínimo de α, sin resolver esas ecuaciones.

Pregunta No. 2 (35%): Fuerzas y pares en circuitos magnéticos

Se tiene un convertidor electromecánico de rotación con 2 bobinas eléctricas, una en el rotor (subíndice 1) y otra en el estator (subíndice 2). Se conoce la matriz de los flujos totales ψ_1 y ψ_2 enlazados por ambas bobinas en función de las corrientes:

$$\begin{bmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}L_1 & M\cos\theta\\ M\cos\theta & L_2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_1\\ i_2\end{bmatrix}$$

Donde θ representa la coordenada angular de posición del rotor. El dispositivo trabaja en régimen lineal, las inductancias L_1, L_2 y M son constantes.

Se pide (justificando las respuestas):

a) (5/35) Determinar la expresión del par electromagnético Γ de este dispositivo.

b) (12/35) Suponiendo que el rotor está girando a una velocidad dada Ω, constante, que la corriente i_1 es continua, de valor constante, y que la corriente i_2 es alterna sinusoidal de pulsación eléctrica ω, indicar cuál debe ser la frecuencia de i_2 (o su pulsación eléctrica) para que el par electromagnético medio sea distinto de cero.

c) (18/35) Suponiendo que el bobinado 1 tiene resistencia despreciable (=0 en la práctica) y, a diferencia de b) se encuentra ahora cortocircuitado, determinar la expresión del par electromagnético Γ en este caso e indicar cuál debe ser la frecuencia de i_2 para que el par electromagnético medio sea distinto de cero cuando el rotor gira a velocidad Ω constante.

Pregunta No. 3 (30%): Diagrama de Mordey.

a) (15/30) Describir el diagrama de Curvas "en V" (o diagrama de Mordey) de una Máquina Sincrónica (MS) de polos lisos en régimen lineal. Indicar qué parámetros del funcionamiento de la máquina se grafica en abscisas y en ordenadas, y qué familia de curvas se representa en el diagrama, bajo qué hipótesis.

b) (15/30) A partir del diagrama fasorial de la MS, supuesta con resistencia de fase de estator despreciable, dar una explicación a la forma general de la familia de curvas representada en el diagrama de Mordey, para P≠0 y P=0.

FACULTAD DE INGENIERIA
Depto. De Documentación y Biblioteca
Montevideo - Uruguay

(17)

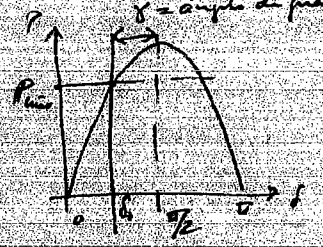
217

INSTITUTO DE INGENIERIA ELECTRICA - Departamento de POTENCIA
Curso de Máquinas Eléctricas (5602) – Examen Febrero 2014 – 14 de Febrero 2014.

Pregunta 1

Pregunta N°1

a)



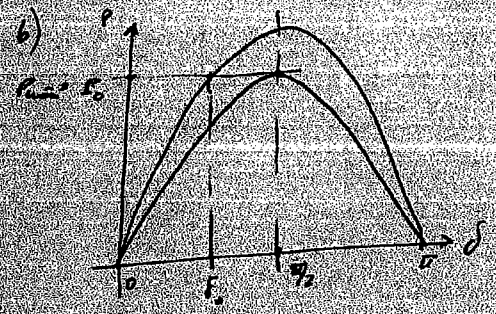
$$P = \frac{3 V_S E}{X_S} \sin\delta$$

$$P_{máx} = \frac{3 V_{S\,nom} \cdot E_{máx}}{X_S} \underbrace{\sin\delta_0}_{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right) = \cos\gamma}$$

con $\delta_0 = \frac{\pi}{2} - \gamma$

$$\Rightarrow \boxed{P_{máx} = \frac{3 V_{S\,nom} E_{máx}}{X_S} \cos\gamma}$$

b)



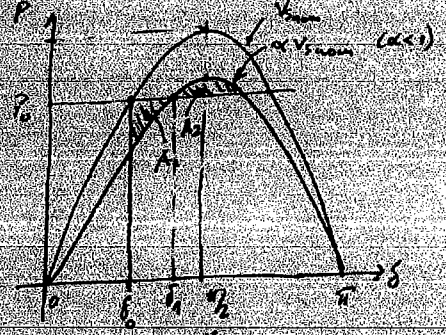
Reducción máxima teórica de tensión:

$$P_{máx} = \frac{3 \cdot \alpha V_{S\,nom} \cdot E_{máx}}{X_S} = P_0$$

$$\cancel{3} \cdot \alpha \frac{\cancel{V_{S\,nom}} \cdot \cancel{E_{máx}}}{\cancel{X_S}} = \frac{\cancel{3} \cancel{V_{S\,nom}} \cancel{E_{máx}}}{\cancel{X_S}} \cos\gamma$$

$$\boxed{\alpha_{máx} = \cos\gamma}$$

c)



Estabilidad transitoria aplicando la ley de las áreas: $A_1 = A_2$

$$\boxed{\delta_0 : \alpha \sin\delta_1 = \sin\delta_0} \quad \boxed{\delta_0 = \frac{\pi}{2} - \gamma}$$

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_1} (\sin\delta_0 - \alpha \sin x)\, dx$$

$$A_2 = 2\int_{\delta_1}^{\pi/2} (\alpha \sin x - \sin\delta_0)\, dx$$

$$A_1 = \underbrace{\sin\delta_0}_{\cos\gamma} \cdot (\delta_1 - \delta_0) + \alpha\left[\cos\delta_1 - \cos\delta_0\right]$$

$$A_2 = 2\left[\alpha\left(\cos\delta_1 - \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0}\right) - \sin\delta_0\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right)\right] = 2\alpha\cos\delta_1 - 2\underbrace{\sin\delta_0}_{\cos\gamma}\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right)$$

$$(1) \quad (\delta_1 - \delta_0)\cos\gamma + \alpha\cos\delta_1 - \alpha\cos\delta_0 = 2\alpha\cos\delta_1 - 2\cos\gamma\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} (1) & (\delta_1 - \delta_0)\cos\gamma - \alpha\cos\delta_0 = \alpha\cos\delta_1 - 2\cos\gamma\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right) \\ (2) & \alpha\sin\delta_1 = \sin\delta_0 \end{array}}$$

δ_0: dado de ⊘ y ⊕ se determinan α y δ_1

FACULTAD DE INGENIERIA
Depto. De Documentación y Biblioteca
Montevideo - Uruguay

INSTITUTO DE INGENIERIA ELECTRICA - Departamento de POTENCIA
Curso de Máquinas Eléctricas (5602) – Examen Febrero 2014 – 14 de Febrero 2014.

Pregunta 2

Pregunta 2 (1)

$$\begin{bmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M\cos\theta \\ M\cos\theta & L_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\end{bmatrix} \qquad [\psi] = [\mathcal{L}(\theta)][i]$$

Régimen Lineal:

$$\Gamma = \frac{1}{2}[i]^t\left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial\theta}\right][i] \quad \text{(resultado general para sist. lineales)}$$

$$\Gamma = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} i_1 & i_2\end{bmatrix}\frac{\partial}{\partial\theta}\begin{bmatrix} L_1 & M\cos\theta \\ M\cos\theta & L_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\end{bmatrix} =$$

$$\Gamma = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} i_1 & i_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & M\sin\theta \\ M\sin\theta & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\end{bmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} i_1 & i_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix} M i_2\sin\theta \\ M i_1\sin\theta\end{bmatrix}$$

a) $\boxed{\Gamma = -M\, i_1\, i_2 \sin\theta}$

b) $i_1 = cte = I_{10}$

$\theta = \theta(t) = \Omega t + \theta_0$

$i_2(t) = \sqrt{2}\, I_2 \cos(\omega t - \varphi)$

$$\Gamma = -M I_{10}\sqrt{2} I_2 \sin(\Omega t + \theta_0)\cos(\omega t - \varphi)$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\Gamma = -M I_{10}\sqrt{2} I_2 \frac{1}{2}\left\{\sin[\underbrace{(\Omega+\omega)}_{>0 \text{ siempre}}t + (\theta_0 - \varphi)] + \sin[\underbrace{(\Omega-\omega)}_{\geq 1\ ?}t + (\theta_0+\varphi)]\right\}$$

Para que $\Gamma_m = \frac{1}{T}\int_0^T \Gamma(t)\,dt \neq 0 \Rightarrow \boxed{\Omega = \omega}$ (coincide con la "condición de permanencia")

$$\boxed{\Gamma_m = -\frac{\sqrt{2}}{2} M I_{10} I_2 \sin(\theta_0 + \varphi)}$$

c) Bobina 1 en cortocircuito:

$v_1 = r_1 i_1 + \frac{d\psi_1}{dt}$, si $r_1 = 0$, y $v_1 = 0 \Rightarrow \frac{d\psi_1}{dt} = 0$

como debe ser en alterna: $\Rightarrow \omega\vec{\psi}_1 = 0$

$\Rightarrow \psi_1 = 0$

$$0 = L_1 i_1 + M\cos\theta\, i_2$$

$$\psi_2 = M\cos\theta\, i_1 + L_2 i_2$$

$$i_1 = -\frac{M}{L_1}\cos\theta\, i_2 \Rightarrow \psi_2 = M\cos\theta\left(-\frac{M}{L_1}\cos\theta\, i_2\right) + L_2 i_2$$

$$\psi_2 = \underbrace{L_2\left[1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\cos^2\theta\right]}_{L_2(\theta)} i_2$$

$$\boxed{\Gamma = \frac{1}{2}\frac{\partial L_2}{\partial\theta} i_2^2}$$

FACULTAD DE INGENIERIA
Depto. De Documentación y Biblioteca
Montevideo - Uruguay

$$\Gamma = \frac{1}{2} L_2 \left[-\frac{M^2}{L_1 L_2} 2\cos\theta(-\sin\theta) \right] i_2^2$$

$$\Gamma = \frac{M^2}{L_1} \underbrace{\sin\theta\cos\theta}_{\frac{1}{2}\sin 2\theta} i_2^2 \qquad \left(\sqrt{2}\, I_2 \cos(\omega t - \varphi)\right)^2$$

$$\Gamma = \frac{M^2 I_2^2}{L_1} \sin 2\theta \underbrace{\cos^2(\omega t - \varphi)}_{\frac{1+\cos 2(\omega t-\varphi)}{2}}$$

$$\boxed{\Gamma = \frac{1}{2} \frac{M^2 I_2^2}{L_1} \sin 2(\Omega t + \theta_0)\left[1 + \cos 2(\omega t - \varphi)\right]}$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} \frac{M^2 I_2^2}{L_1} \left\{ \sin 2(\Omega t + \theta_0) + \underbrace{\sin 2(\Omega t + \theta_0)\cos 2(\omega t - \varphi)}_{\frac{1}{2}\left[\sin\left[2(\underbrace{\Omega+\omega}_{>0})t + 2(\theta_0 + \varphi)\right] + \sin\left[2(\underbrace{\Omega-\omega}_{\gtrless 0})t + 2(\theta_0 + \varphi)\right]\right]} \right\}$$

$\Gamma_m = \frac{1}{T}\int_0^T \Gamma(t)\,dt \neq 0$ sólo si $\boxed{\Omega = \omega}$, (también coincidente con la "condición de frecuencia o de sincronismo)

Obs. conceptual: Este funcionamiento es similar al de una máquina de inducción "monofásica" (En este caso ideal tienen monofásicos estator y rotor, como en las máquinas monofásicas de inducción, que sólo tiene monofásico el estator.).
Pero la condición de rotor con resistencia = 0 impone que el rotor no puede tener pérdidas, y por lo tanto el único funcionamiento posible es en el modo sincrónico $\omega = \Omega$.

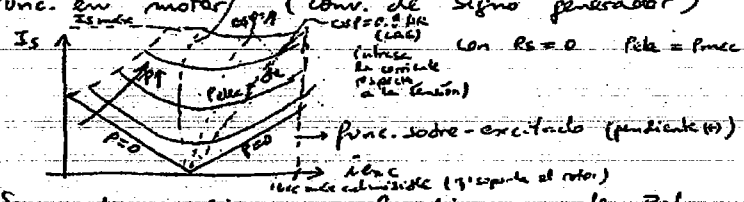
FACULTAD DE INGENIERIA
Depto. De Documentación y Biblioteca
Montevideo - Uruguay

Pregunta 3

-

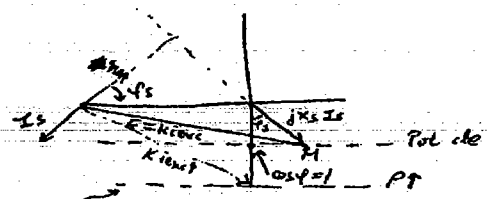
Curvas en "V" o curvas de Mordey

Func. en motor (conv. de signo generador)



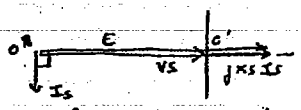
con Rs = 0 Pela = Pmec

Se pueden explicar con el diagrama de Behn-Eschenburg.



La Is ↓ hasta cos φ=1 y luego ↑ (ver curvas V y este dibujo)

Al ↑ Pot ⇒ el mínimo se produce para iexc > (se ve td. en las curvas V)



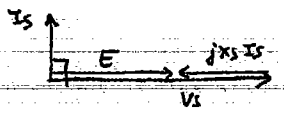
func. sobreexcitado (entrego Q)

→ $E = V_s + X_s I_s$

$k\,i_{exc} = V_s + X_s I_s$

$I_s = \frac{1}{X_s}(k\,i_{exc} - V_s)$ → relación lineal entre Is y iexc. (pendiente (+))

(I en atraso, pues curvas en V se hacen con conv. sg. motor) (ver) (?)



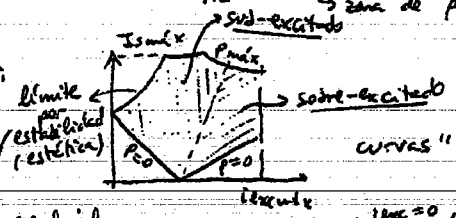
$E = V_s - X_s I_s$

$k\,i_{exc} = V_s - X_s I_s$

$I_s = \frac{1}{X_s}(V_s - k\,i_{exc})$

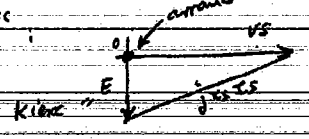
zona de pendiente (−) de curvas "V"

Hay límites:



relación no lineal entre Is e iexc

arranca con iexc = 0, hasta Is máx ↑



(estoy en límite de estabilidad)

Las curvas "V" pueden relevarse experimentalm. (o sacarse del modelo de Behn-Eschenburg). ⇒ al ↑ iexc puede aparecer saturación (con iexc e Is alta). Se tiene en cuenta entonces q' Xs no es cte.

FACULTAD DE INGENIERIA
Depto. De Documentación y Biblioteca
Montevideo - Uruguay