INSTITUTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
Examen de: MAQUINAS ELECTRICAS (Plan 1997)

5210 4445

30 de Julio 2003.

Problema No. 1 (60% del práctico)

Una fábrica, que normalmente está alimentada desde la red de 6 kV, 50 Hz, mediante una línea trifásica de impedancia X_ℓ, decide instalar una máquina sincrónica para tener autogeneración. Dicha máquina MS, funcionando como alternador, es movida a su velocidad nominal por el motor primario de uno de los procesos industriales de la fábrica, que es capaz de suministrar una potencia mecánica de 100 kW al eje del alternador.

Datos:
X_ℓ = 50 Ohm por fase (supuesta puramente inductiva)

MS: 125 kVA, 6 kV, 50 Hz, trifásica conectada en estrella, rotor cilíndrico.

Ensayo en vacío:

i_{exc} (A)	5	10	15	20	25	30	39
U_0 (entre fases) (kV)	2.20	4.40	6.00	6.88	7.49	7.82	8.25

Ensayo en cortocircuito: $i_{exc} = 10$ A, $I_{cc} = 12$ A
Ensayo en devatado bajo tensión nominal: $i_{exc} = 28.33$ A, $I_d = 12$ A.

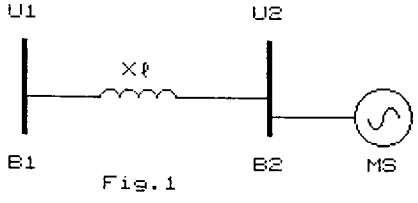


Fig.1

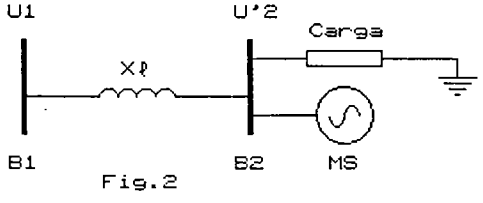


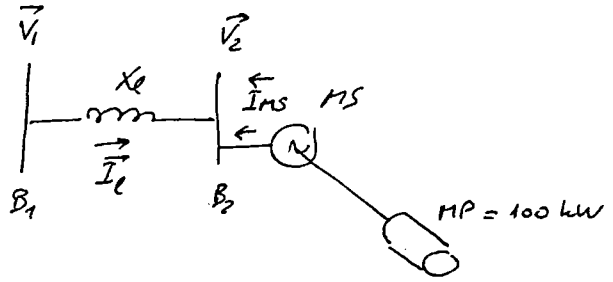
Fig.2

Se pide:
1) a) Admitiendo que la red de 6 kV se comporta como de potencia infinita en la barra B1 (U1 = cte.= 6 kV), y suponiendo que no hay cargas eléctricas conectadas a la barra B2 de la fábrica, aplicando el método de Potier determinar la corriente de excitación de MS para que, cuando se encuentre generando 100 kW a 50 Hz en esas condiciones, la tensión de la barra B2 sea también de 6 kV (fig.1).
b) Calcular la corriente de línea inyectada por la fábrica a la red en esas condiciones.

2) Se conecta la carga eléctrica de la fábrica a la barra B2 (fig.2). Se sabe que con alimentación a tensión y frecuencia nominales (6 kV, 50 Hz) la fábrica consume 100 kW con factor de potencia igual a 1. Si no se modifica la corriente de excitación de MS ni la potencia suministrada por el motor primario respecto de los valores de 1), y admitiendo que la carga se comporta como una impedancia constante, mostrar que no es posible un funcionamiento sin intercambio de potencia activa con la red.

Notas:
- Las pérdidas de MS se consideran despreciables.
- Se admite interpolaciones lineales en la curva de vacío.
- Para la pregunta 2) se admitirá que se obtiene una aproximación suficientemente buena de MS modelándola como una fem E en serie con una reactancia sincrónica Xs, donde ambas dependen exclusivamente de la corriente de excitación.

Pb. nº1. Solución propuesta.



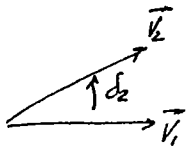
$\vec{V}_1 = V_1 \angle 0 \quad (\delta_1 = 0)$

$\vec{V}_2 = V_2 \angle \delta_2$

$|V_1| = cte$

1) Sólo MS conectada, funcionando como generador. (alternador)

$\Rightarrow \vec{I}_\ell = -\vec{I}_{MS}$

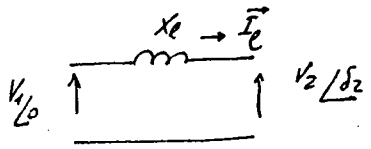


$$P_{MS} = 100\ kW = 3\,\frac{V_1 V_2}{X_\ell}\sin\delta_2$$

$$V_1 = V_2 = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{6\ kV}{\sqrt{3}}$$

$$\sin\delta_2 = \frac{P_M X_\ell}{3 V_1 V_2} = \frac{P_M X_\ell}{U_n^2} = \frac{100\,10^3 \cdot 50}{(6 \cdot 10^3)^2} = 0{,}13889 \Rightarrow \delta_2 = 7{,}98^\circ$$

$$\boxed{\delta_2 \simeq 8^\circ}$$



$$\vec{I}_\ell = \frac{\vec{V}_1 - \vec{V}_2}{j X_\ell} = \frac{1}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{j50}\left(6000\angle 0 - 6000\angle 8^\circ\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{j50}\,\underbrace{\left(6000 + j0 - 5941{,}6 - j\,835{,}0\right)}_{58{,}4 - j\,835{,}0}$$

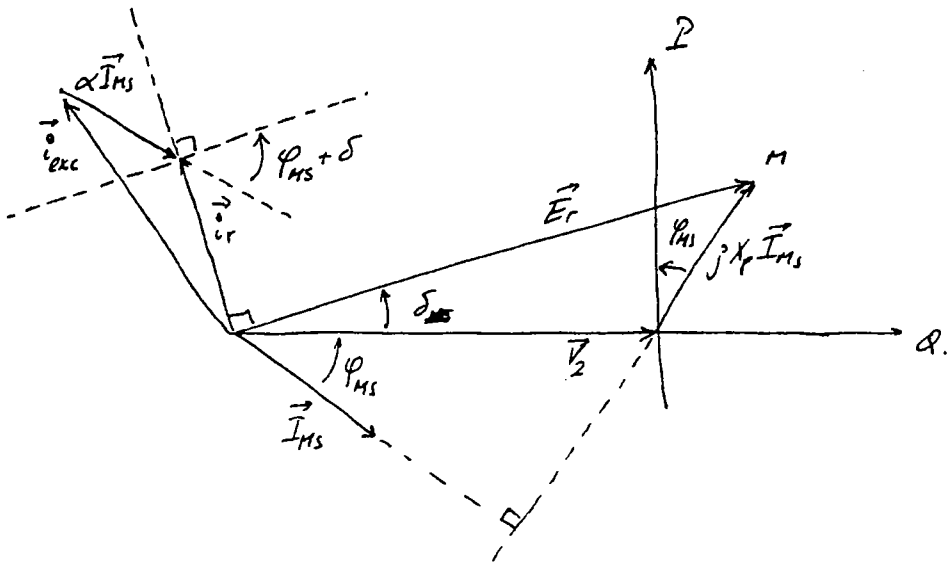
$$= -\frac{1}{50\sqrt{3}}\left(835{,}0 + j\,58{,}4\right) = -\left(9{,}67\angle 4^\circ\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{-\vec{I}_\ell = \vec{I}_{MS} = 9{,}67\ A\angle 4^\circ} \Rightarrow \boxed{\vec{I}_\ell = 9{,}67\ A\angle -176^\circ}$$

Funcionamiento de MS como alternador, con una corriente de línea = $\vec{I}_{MS}$

Parámetros de Potier (Ver identificación por ensayo gráfico)

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \alpha &= 0{,}646 \\ X_p &= 45{,}71\ \Omega \end{aligned}}$$



$$E_r^2 = (V_2 + X_p I_{MS} \sin\varphi_{MS})^2 + (X_p I_{MS} \cos\varphi_{MS})^2$$

$$(1) \quad \boxed{E_r^2 = V_2^2 + X_p^2 I_{MS}^2 + 2 V_S X_p I_{MS} \sin\varphi_{MS}}$$

$$(2) \quad \boxed{\sin\delta = \frac{X_p I_{MS} \cos\varphi_{MS}}{E_r}}$$

$$i_{exc}^2 = i_r^2 + (\alpha I_{MS})^2 - 2 i_r \alpha I_{MS} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_{MS} + \delta\right)$$

$$(3) \quad \boxed{i_{exc}^2 = i_r^2 + (\alpha I_{MS})^2 + 2 i_r \alpha I_{MS} \sin(\varphi_{MS} + \delta)}$$

Aplicación:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{V}_2 = V_2 \angle \delta_2 = \frac{6000\,V}{\sqrt{3}} \angle 8^\circ \\ \vec{I}_{MS} = 9{,}67\,A \angle 4^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\varphi_{MS} = 8^\circ - 4^\circ = 4^\circ.}$$

$$(1) \Rightarrow E_r^2 = \left(\frac{6000}{\sqrt{3}}\right)^2 + (45{,}71 \cdot 9{,}67)^2 + 2 \cdot \frac{6000}{\sqrt{3}} \cdot 45{,}71 \cdot 9{,}67 \sin 4^\circ = 12408998$$

$$\boxed{E_r = 3522{,}6\ V}$$

$$\boxed{\sqrt{3}\, E_r = 6101{,}4\ V} \Rightarrow \boxed{i_r} = 15 + \frac{20-15}{6{,}88-6{,}00}(6{,}101 - 6{,}00) = \boxed{15{,}57\ A}$$

$$(2) \quad \sin\delta = \frac{45{,}71 \cdot 9{,}67 \cdot \cos 4^\circ}{3522{,}6} = 0{,}1252 \Rightarrow \boxed{\delta = 7^\circ{,}19.}$$

$$\varphi_{MS} + \delta = 4^\circ + 7^\circ{,}19 = 11^\circ{,}19.$$

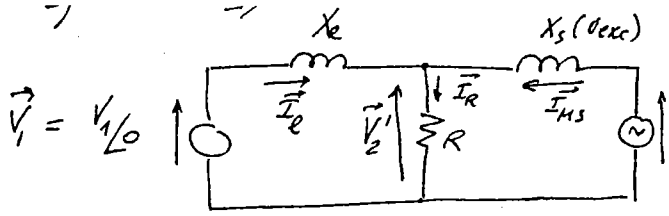
$$(3) \Rightarrow i_{exc} = \sqrt{15{,}57^2 + (0{,}646 \cdot 9{,}67)^2 + 2 \cdot 15{,}57 \cdot (0{,}646 \cdot 9{,}67) \sin(11{,}19)}$$

$$\boxed{i_{exc} = 17{,}87\ A.}$$

---

2) Curva $X_S(i_{exc})$ $\qquad I_{cc}(i_{exc}) = \frac{12\,A}{10\,A}\, i_{exc} = 1{,}2\, i_{exc}.$

i_{exc} (A)	5	10	15	20	25	30	39
U_0 (kV)	2,20	4,40	6,00	6,88	7,49	7,82	8,25
$E(i_{exc}) = \frac{U_0}{\sqrt{3}}$ (kV)	1,270	2,540	3,464	3,972	4,324	4,515	4,763
$I_{cc} = 1{,}2\, i_{exc}$ (A)	6,0	12,0	18,0	24,0	30,0	36,0	46,8
$X_S(i_{exc}) = \frac{E}{I_{cc}}$ (Ω)	211,7	211,7	192,4	165,5	144,1	125,4	101,8



$R: \quad P_c = 3\,\frac{V_n^2}{R} = 100\ kW$

$R = \dfrac{3\cdot\left(\frac{6000^2}{3}\right)}{100\ 10^3}$

$\boxed{R = 360\ \Omega.}$

$\vec{V}_1 = V_1\angle 0$, con $V_1 = V_{1n} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3464,1$

$\vec{V}_2' = V_2'\angle\delta_2'$, incógnitas.

$\sqrt{3}E(i_{exc}) = \sqrt{3}E\,(i_{exc} = 17,87\,A) = 6,00 + \left(\frac{6,88-6,00}{20-15}\right)(17,87-15) = 6,505\ kV$

$\boxed{E(i_{exc}) = \frac{6,505\ kV}{\sqrt{3}} = 3756\ V.}$

$\boxed{X_s(i_{exc})} = 192 - \left(\frac{192-165}{20-15}\right)(17,87-15) = \boxed{176,5\ \Omega}$

interpolación lineal en la tabla

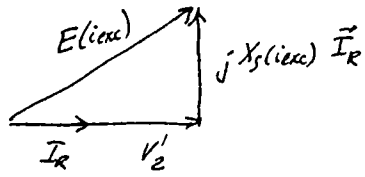
$\boxed{P_1 = 3\,\frac{V_1 V_2'}{X_\ell}\sin(\delta_2'-0)}$, si $P_1 = 0 \Rightarrow \sin\delta_2' = 0 \Rightarrow \boxed{\delta_2' = 0}$ (se descarta $\delta_2' = \pi$)

Además $P_{MS} = 100\ kW$, y debe ser $P_{MS} = 3\,\frac{V_2'^2}{R} \Rightarrow \boxed{V_2' = V_{2n} = \frac{6000}{\sqrt{3}}\ V}$

$\Rightarrow \vec{I}_\ell = 0.\ ;\ \boxed{\vec{I}_{MS} = \vec{I}_R}$

$\Rightarrow \vec{I}_R = \frac{\vec{V}_2'}{R} = \frac{6000}{\sqrt{3}\cdot 360\angle 0} = 9,622\ A\angle 0$

Pero se observa que



$\sqrt{V_2'^2 + (X_s(i_{exc})\cdot I_R)^2} = \sqrt{\frac{6000^2}{(\sqrt{3})^2} + (176,5\cdot 9,622)^2} = \underbrace{3858\ V}_{\neq\ E(i_{exc}) = 3756\ V.} \Rightarrow$ Funcionamiento imposible.

... con $P_1 = 0$. ... $V_2' = V_1 = \frac{6000}{\sqrt{3}}\ V$

INSTITUTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
Examen de: MAQUINAS ELECTRICAS (Plan 1997)

30 de Julio 2003.

Problema No. 2 (40% del práctico)

De un motor sincrónico trifásico de rotor cilíndrico, conectado en estrella, se conoce sus características nominales, según los datos de placa:

V_n : tensión nominal entre fase y neutro
f_n : frecuencia nominal
P_n : potencia nominal del motor ($= C_n \cdot \Omega_n$)
$\cos \varphi_n = 1$ (para $V=V_n$, y $P=P_n$, se tiene $I=I_n$ para $\cos \varphi = 1$)

Se dispone de los siguientes ensayos:

a) Alimentado desde una red de potencia infinita, bajo tensión $V=V_n$ y $f=f_n$, se comprueba que con una corriente de excitación iexc tal que, como generador en vacío tendría una tensión = 0.6 V_n, el motor se desengancha del sincronismo, es decir da su máxima potencia, para una potencia de carga $P= (4/3)\ P_n$
b) El motor se conecta a la red de potencia inifinita, de V_n y f_n, mediante un cable de reactancia X_c por fase. En esas condiciones el motor se desengancha del sincronismo para una carga $P = (10/9)\ P_n$ con una corriente de excitación iexc tal que como generador en vacío tendría una tensión = 0.8 V_n

Se pide:

1) Calcular los valores de la reactancia sincrónica X_s del motor, y de la reactancia del cable X_c, expresados en por unidad, es decir calcular las expresiones $X_s.I_n/V_n$ y $X_c.I_n/V_n$
2) Para iexc = 1.2 $Iexc_n$, determinar la potencia de la carga que desenganchará del sincronismo al motor en la instalación indicada, con la alimentación a partir de la fuente infinita mediante el cable de reactancia X_c, expresándola en función de P_n.
3) Calcular la tensión en bornes del motor en el caso de la pregunta anterior, expresándola en función de V_n.

Se supondrá que el motor trabaja siempre en régimen lineal, y que sus pérdidas son despreciables.

Solución propuesta.

Datos. MS polos lisos, régimen lineal (motor)

a) para i_{exc_1}: $E_1 = 0{,}6\,V_n \Rightarrow$ desenganche para $P = \frac{4}{3} P_n$.

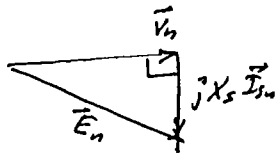
b) para i_{exc_2}: $E_2 = 0{,}8\,V_n \Rightarrow$ desenganche para $P = \frac{10}{9} P_n$, cuando alimentado por una carga de X_c.

En funcionamiento nominal: $E_n = E(i_{exc_n})$

V_n

I_n

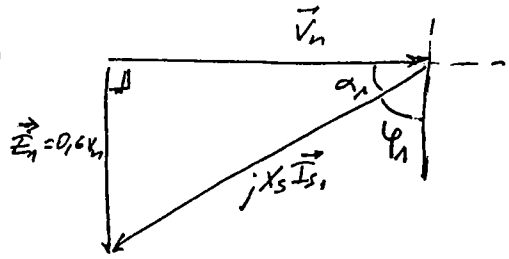
$\cos\varphi_n = 1.$



---

1)

a)



$$\boxed{V_n^2 + (0{,}6\,V_n)^2 = X_s^2 I_{s_1}^2}$$

$$\varphi_1 = \pi/2 - \alpha_1 \Rightarrow \cos\varphi_1 = \sin\alpha_1$$

$$\boxed{tg\,\alpha = 0{,}6} \Rightarrow \alpha = 30^\circ{,}964$$

$$X_s I_{s_1} = V_n\sqrt{1+0{,}6^2} = 1{,}1662\,V_n$$

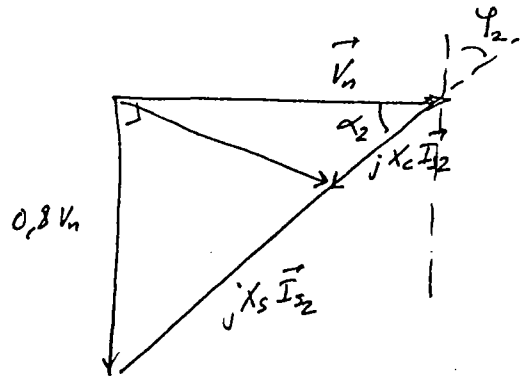
$$\boxed{P_1 = \frac{4}{3} P_n}$$

$$\cancel{3}\cancel{V_n} I_{s_1}\cos\varphi_1 = \frac{4}{3}\cdot\cancel{3}\cancel{V_n} I_n$$

$$\Rightarrow I_{s_1} = \frac{4}{3}\frac{I_n}{\sin\alpha_1} = 2{,}5915\,I_n$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{X_s I_n}{V_n} = \frac{1{,}1662}{2{,}5915} = 0{,}45}$$

b)



$$\boxed{V_n^2 + (0{,}8\,V_n)^2 = (X_s + X_c)^2 I_{s_2}^2}$$

$$\boxed{tg\,\alpha_2 = 0{,}8} \Rightarrow \alpha_2 = 38^\circ{,}66$$

$$\boxed{P_2 = \frac{10}{9} P_n}$$

$$\cancel{3}\cancel{V_n} I_{s_2}\cos\varphi_2 = \frac{10}{9}\cancel{3}\cancel{V_n} I_n$$

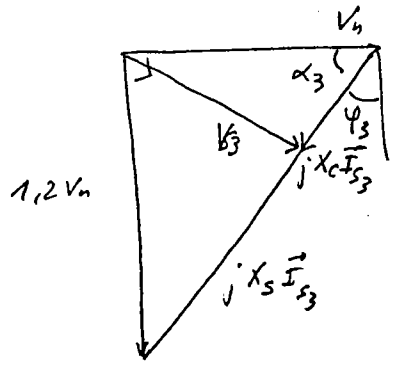
$$I_{s_2} = \frac{10}{9}\frac{1}{\sin\alpha_2} I_n = 1{,}7786\,I_n$$

$$(X_s + X_c)\cdot 1{,}7786\,I_n = V_n\underbrace{\sqrt{(1+0{,}8^2)}}_{1{,}2806} =$$

$$\Rightarrow \frac{(X_s+X_c)I_n}{V_n} = \frac{1{,}2806}{1{,}7786} = 0{,}72$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{X_c I_n}{V_n} = 0{,}72 - 0{,}45 = 0{,}27}$$

2)



$$tg\,\alpha_3 = 1{,}2 \Rightarrow \alpha_3 = 50°,1944$$

$$\boxed{(X_s+X_c)^2 I_{S_3}^2 = V_n^2\left(1+1{,}2^2\right)}$$

$$I_{S_3} = \frac{V_n}{(X_s+X_c)}\ 1{,}56205$$

$$\frac{P_{S_3}}{P_n} = \frac{\cancel{3}\,\cancel{V_n}\,I_{S_3}\sin\alpha_3}{\cancel{3}\,\cancel{V_n}\,I_n} = \frac{I_{S_3}\sin\alpha_3}{I_n} = \frac{1{,}56205}{0{,}72}\sin 50°,1944$$

$$\boxed{\frac{P_{S_3}}{P_n} = 1{,}6666} \quad \boxed{\simeq \left(\frac{5}{3}\right)P_n}$$

$$\frac{I_{S_3}}{I_n} = \frac{1{,}56205}{0{,}72} = 2{,}1695$$

---

3) V_{S_3} ?

$$V_{S_3}^2 = V_n^2 + X_c^2 I_{S_3}^2 - 2V_n X_c I_{S_3}\cos\alpha_3$$

$$V_{S_3}^2 = V_n^2 + X_c^2 I_n^2 \cdot 2{,}1695^2 - 2V_n X_c I_n \cdot 2{,}1695\cos\alpha_3$$

$$\frac{V_{S_3}^2}{V_n^2} = 1 + 0{,}27^2\, 2{,}1695^2 - 2\cdot 0{,}27\cdot 2{,}1695\cos\alpha_3 = 0{,}593$$

$$\boxed{\frac{V_{S_3}}{V_n} = 0{,}77}$$