52104334

Parcial-Examen de Máquinas Eléctricas (Plan 97)

Miércoles 12 de Febrero 2003

Preguntas de teórico (60%)

1) Armónicos en los transformadores trifásicos. (20%)

a) Explicar cuáles son las causas que normalmente provocan la aparición de armónicos en las corrientes y tensiones de un transformador trifásico, aún cuando se lo alimente en su primario con un sistema de tensiones trifásicas, equilibradas y directas, perfectamente sinusoidales, sin armónicos.

b) Indicar los métodos constructivos que conoce para reducir o limitar la amplitud de los armónicos de tensiones y corrientes en los bobinados primario y secundario de un transformador trifásico YNyn, justificando los mismos e indicando el campo de aplicación de cada método.

2) Máquinas sincrónicas de polos lisos. (20%)

a) Describir el diagrama de Curvas "en V" (o diagrama de Mordey) de una Máquina Sincrónica (MS) de polos lisos en régimen lineal. Indicar qué parámetros del funcionamiento de la máquina se grafica en abscisas y en ordenadas, y qué familia de curvas se representa en el diagrama, bajo qué hipótesis.

b) A partir del diagrama fasorial de la MS, supuesta con resistencia de fase de estator despreciable, dar una explicación a la forma general de la familia de curvas representada en el diagrama de Mordey.

c) Indicar el andamiento particular que tienen las curvas correspondientes a potencia activa nula, y cómo se puede explicar el mismo.

3) Máquina Sincrónica de polos salientes en régimen lineal. (20%)

A partir de la expresión general de la tensión en bornes de una MS de polos salientes en régimen permanente sinusoidal:

$$\vec{V}_s + R_s \vec{I}_s = -j\omega\vec{\psi}_s \qquad \text{con} \quad \vec{\psi}_s = \vec{\psi}_d + \vec{\psi}_q \quad \text{y} \quad \vec{\psi}_d = M_{rs}\vec{I}_r + L_d \vec{I}_d$$

$$\vec{\psi}_q = L_q \vec{I}_q$$

Se pide deducir la expresión de la potencia activa **P = función (E , δ)** , suponiendo conocidos los parámetros de MS : R_s (se admitirá $R_s \approx 0$), $X_d = \omega L_d$, $X_q = \omega L_q$ y el régimen de funcionamiento: V_s constante, frecuencia constante, e I_s dato (módulo y fase).

Notación: $E = \omega M_{rs} |\vec{I}_r|$, y δ = ángulo interno de la máquina, entre $\vec{V}_s$ y $-j\omega M_{rs}\vec{I}_r$

Parcial-Examen de Máquinas Eléctricas (Plan 97)

12 de Febrero 2003

Ejercicio N°1 (20%)

Se tiene un motor sincrónico MS de rotor cilíndrico, de 10 kW de potencia útil nominal, y cuyos demás datos se indica a continuación, conectado a las barras de 380 V, 50 Hz de una instalación trifásica industrial.

MS: Valores nominales: 10 kW, 380 V, 50 Hz, 1500 rpm, montaje estrella.
Factor de potencia nominal = 0.85 inductivo (como carga eléctrica)

Ensayado como generador en vacío a la velocidad nominal, no se detectó efectos de saturación en la curva de vacío para tensiones hasta 20% superiores a la tensión nominal.

Ensayado como generador en cortocircuito a la frecuencia nominal, con corriente de línea igual a la nominal, se requirió una corriente de excitación tal que, al abrir el cortocircuito la tensión en bornes resultó igual al 60% de la tensión nominal.

Se fija la corriente de excitación en el valor correspondiente al funcionamiento nominal, dejando la misma constante en todo el resto del ejercicio. Las pérdidas de MS se consideran no significativas en este contexto.

Se pide:
1) Suponiendo que MS está siempre alimentado bajo tensión y frecuencia nominales, calcular la corriente de vacío consumida por MS.
2) Suponiendo siempre tensión y frecuencia de alimentación nominales, mostrar que para el valor de la corriente de excitación adoptado, existe un funcionamiento posible con factor de potencia unitario. Calcular la corriente de línea y la potencia en ese caso.
3) Admitiendo ahora que, manteniendo la frecuencia nominal, la tensión de alimentación de MS puede variar según la carga, y para la misma corriente de excitación y carga útil que en 2), calcular la tensión que se tendría en bornes de la máquina, sabiendo que con ninguna carga conectada se mide 400 V entre fases en la instalación, y que en un cortocircuito trifásico en barras, la corriente de línea sería de 46.2 A.

Ejercicio N°2 (20%)

Se dispone de máquina sincrónica MS que se empleará como motor sincrónico. La alimentación se realiza a partir de una red trifásica en cuyos bornes, en vacío, se mide tensión y frecuencia iguales a las nominales de MS. La carga mecánica movida ofrece un par resistente que depende sólo de la velocidad.

MS: Valores nominales: 6 kV (entre fases), 15 A, 50 Hz, cos φ = 0.8, conexión del estator en estrella.
Ensayo en vacío:

i_{exc} (A)	5	10	15	20	25	30	39
U_0 (entre fases) (kV)	2.20	4.40	6.00	6.88	7.49	7.82	8.25

Ensayo en cortocircuito: i_{exc} = 10 A, I_{cc} = 12 A
Ensayo en devatado bajo tensión nominal: i_{exc} = 32 A, I_d = 15 A.

Se pide:
1) Sabiendo que a la velocidad de sincronismo la carga consume 125 kW, determinar la corriente de excitación de MS de modo tal de minimizar la corriente de línea, suponiendo que la alimentación se realiza bajo tensión y frecuencia nominales. Calcular la corriente de línea resultante. En est a pregunta se empleará el método de Potier.
2) Se observa que con la corriente de excitación fija en el valor determinado en 1), cuando se conecta efectivamente la carga, la corriente de línea consumida hace caer 10% la tensión medida en bornes, debido a una impedancia interna de la red no despreciable. No se observa cambio en la frecuencia.
   a) Calcular la corriente efectivamente consumida en estas condiciones, y su factor de potencia.
   b) Determinar el valor de la impedancia interna de la fuente de alimentación, admitiendo que la misma es puramente inductiva.

Para la pregunta 2) se admitirá que, para un valor fijo de la corriente de excitación, un modelo suficientemente preciso de MS es el constituído por una fuente de tensión $E(i_{exc})$ en serie con una reactancia sincrónica $Xs(i_{exc})$.
A los efectos de la resolución, se despreciará las pérdidas de MS así como la caída de tensión óhmica en los bobinados de estator de MS, y se admitirá la linealización por tramos de la curva de vacío.

MS: datos

$$\begin{cases} P_n = 10\ kW \\ U_n = 380\ V \\ f_n = 50\ Hz \\ n_n = 1500\ rpm \quad (4\ polos,\ p=2) \\ \cos\varphi_n = 0{,}85 \text{ inductivo (como carga)} \end{cases}$$

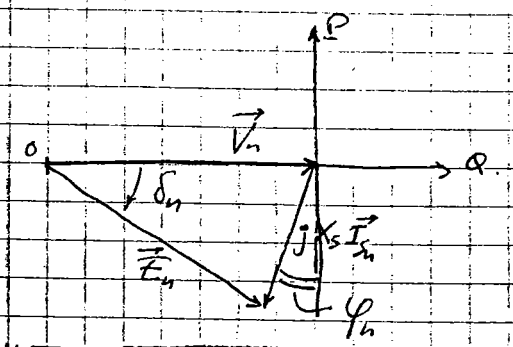
Determinación de X_s:

Ensayo en c.c.: $X_s I_{cc} = E_{cc} \Rightarrow X_s = \dfrac{0{,}6\,(U_n/\sqrt{3})}{I_{cc}} = 0{,}6\,\dfrac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{I_n}$

I_n? $\rightarrow P_n = \sqrt{3}\,U_n I_n \cos\varphi_n \Rightarrow I_n = \dfrac{P_n}{\sqrt{3}\,U_n \cos\varphi_n} = \dfrac{10000}{\sqrt{3}\,380 \cdot 0{,}85} = 17{,}87$

$$\boxed{X_s = 0{,}6 \cdot \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)}{17{,}87} = 7{,}366\ \Omega}$$

Determinación de E_n: $\cos\varphi_n = 0{,}85$ inductivo como carga eléctrica $\Rightarrow$ MS subexc.



$E_n^2 = V_n^2 + (X_s I_{s_n})^2 - 2V_n I_{s_n}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_n\right)$

$= V_n^2 + X_s^2 I_{s_n}^2 - 2V_n I_{s_n}\sin\varphi_n$

$\cos\varphi_n = 0{,}85 \Rightarrow \sin\varphi_n = 0{,}5268$

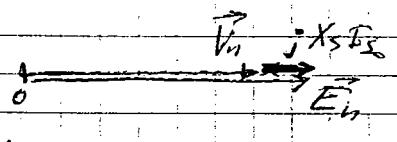
$$\boxed{E_n = \sqrt{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2 + (7{,}366 \cdot 17{,}87)^2 - 2\,\frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 17{,}87 \cdot 0{,}5268} = 247{,}6\ V}$$

$V_n = \dfrac{380}{\sqrt{3}} = 219{,}4\ V$

$E_n = 247{,}6 \Rightarrow e_n = \dfrac{E_n}{V_n} = 1{,}128 < 1{,}2 \Rightarrow$ régimen lineal

1) Corriente de vacío.

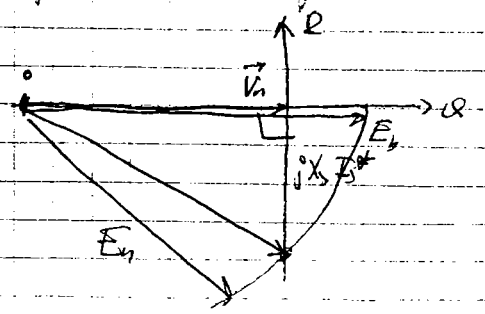
$P = 0 \Rightarrow \delta = 0$



$$\boxed{I_{s_0} = \frac{E_n - V_n}{X_s} = \frac{247{,}6 - 219{,}4}{7{,}366} = 3{,}83\ A}$$

2) Funcionamiento con factor de potencia máximo

Hay un funcionamiento posible con $fp = 1$ $(\cos\varphi^* = 1,\ \varphi^* = 0)$



$E_n^2 = V_n^2 + X_s^2 I_s^{*2}$

$$\boxed{I_s^* = \frac{1}{X_s}\sqrt{E_n^2 - V_n^2}}$$

$= \dfrac{1}{7{,}366}\sqrt{247{,}6^2 - 219{,}4^2} = 15{,}58$

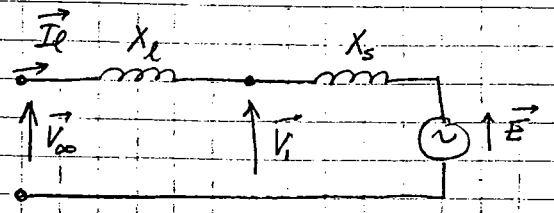
2) Factor de potencia máximo

$$\boxed{P^* = \sqrt{3}\, U_n I_s^* = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 15{,}58\,A = 10{,}254\ kW}$$

Se tiene mayor potencia que la nominal, pero menor corriente que la nominal, al tenerse $Q=0$.

---

3) Datos: En vacío se tiene 400 V entre fases en bornes de la instalación. En cc. trifásico en bornes, se tiene una corriente de 46,2 A por línea.



$$X_\ell = \frac{\left(\frac{V_\infty}{\sqrt{3}}\right)}{I_\ell} = \frac{\frac{400}{\sqrt{3}}\ V}{46{,}2\ A} = 4{,}999\ \Omega \simeq 5{,}0\ \Omega$$

~~Consumo~~ Para MS entregando la misma potencia P^* que en 2), calcular la tensión real en bornes, y la corriente de línea resultante.

Sean:
$$\left\{\begin{array}{l} \vec{V_\infty} = V_\infty \angle 0 \\ \vec{V_1} = V_1 \angle \delta_1 \\ \vec{E} = E \angle \delta \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{ll} P^* = 3\,\dfrac{V_1 V_\infty}{X_\ell} \sin\delta_1 & (1) \\ P^* = 3\,\dfrac{V_1 E}{X_s} \sin(\delta-\delta_1) & (2) \\ P^* = 3\,\dfrac{V_\infty E}{(X_\ell + X_s)} \sin\delta & (3) \end{array}}$$

Cálculo de V_1:

$$(2)/(1) \Rightarrow (4) \quad 1 = \underbrace{\frac{\left(\frac{E}{X_s}\right)}{\left(\frac{V_\infty}{X_\ell}\right)}}_{=\alpha} \frac{\sin(\delta-\delta_1)}{\sin\delta_1}$$

$$(4) \quad 1 = \alpha \cdot \frac{\sin\delta\cos\delta_1 - \sin\delta_1\cos\delta}{\sin\delta_1}$$

$$1 = \alpha\left[\sin\delta\left(\frac{1}{tg\,\delta_1}\right) - \cos\delta\right]$$

$$\Rightarrow (5) \quad \boxed{tg\,\delta_1 = \frac{\sin\delta}{\frac{1}{\alpha} + \cos\delta}}$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\left(\frac{V_\infty}{X_\ell}\right)}{\left(\frac{E}{X_s}\right)} = \frac{\left(\frac{400}{\sqrt{3}\cdot 5}\right)}{\left(\frac{247,6}{7,366}\right)} = 1,374$$

$$\sin\delta = \frac{P^*(X_\ell + X_s)}{3\,V_\infty\,E} = \frac{10254\,(5+7,366)}{3\cdot\frac{400}{\sqrt{3}}\cdot 247,6} = 0,7392$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta = 47,66^\circ}$$

$$\operatorname{tg}\delta_1 = \frac{0,7392}{1,374 + 0,6735} = 0,3610 \qquad \cos\delta = 0,6735$$

$$\Rightarrow \delta_1 = 19^\circ,85$$

$$\sin\delta_1 = 0,3396$$

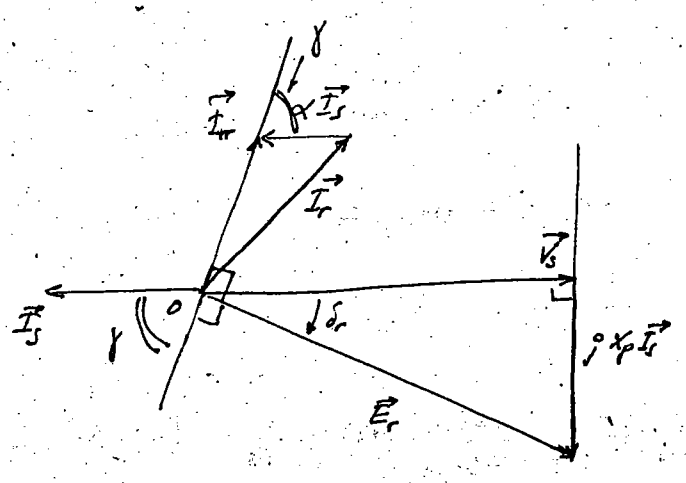
$$\boxed{V_1 = \frac{P^*\cdot X_\ell}{3\,V_\infty\sin\delta_1} = \frac{10254\cdot 5}{3\cdot\frac{400}{\sqrt{3}}\cdot 0,3396} = 217,91}$$

$$\boxed{U_1 = \sqrt{3}\,V_1 = 377,4\ V}$$

Determinación de los parámetros α y X_p de Potier: Ver hoja adjunta. $\alpha = 0{,}664$ $X_p = 44{,}26\ \Omega$

1) Determinación de i_{exc} para alimentar una carga que consume 125 kW con I_S mínimo.

Hipótesis: tensión nominal en bornes de MS.



MS funcionando como motor síncrónico.

Diagrama fasorial en convención de signo

$I_{S\,min} \Rightarrow |\cos\varphi_S| = 1$

$\varphi_S = 0$ ó π

En realidad, como motor en conv. de signo generador debe ser $\boxed{\varphi_S = \pi}$

$$P = 3\,V_S\,I_S\cos\varphi_S = 3\,V_{Sn}\,I_{S\,min}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{S\,min} = \frac{P}{3V_{Sn}} = \frac{P}{\sqrt{3}\,U_{Sn}} = \frac{125\cdot 10^3}{\sqrt{3}\,6\cdot 10^3} = 12{,}028\ A}$$

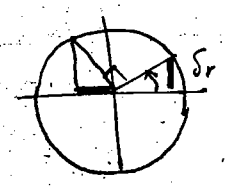
$$\gamma + \frac{\pi}{2} + \delta_r = \pi \Rightarrow \pi - \gamma = \delta_r + \frac{\pi}{2}$$

$$E_r = \sqrt{V_{Sn}^2 + (X_p\,I_{S\,min})^2} = \sqrt{3464^2 + (44{,}26\cdot 12{,}028)^2} = 3504{,}8\ V$$

$$P = 3\,\frac{V_{Sn}\cdot E_r}{X_p}\sin\delta_r$$

$$\sin\delta_r = \frac{P\cdot X_p}{3V_{Sn}\,E_r} = \frac{125\cdot 10^3\cdot 44{,}26}{3\cdot\frac{6\cdot 10^3}{\sqrt{3}}\cdot 3504{,}8} = 0{,}15187 \Rightarrow \delta_r = 8{,}737°$$

$$I_r^2 = I_{rr}^2 + (\alpha I_S)^2 - 2\,I_{rr}(\alpha I_S)\underbrace{\cos(\pi-\gamma)}_{\cos(\frac{\pi}{2}+\delta_r)\,=\,-\sin\delta_r}$$



$$I_r = \sqrt{I_{rr}^2 + (\alpha I_S)^2 + 2\,I_{rr}(\alpha I_S)\sin\delta_r}$$

I_{rr}: $E_r = 3504{,}8\ V \Rightarrow \sqrt{3}\,E_r = 6070{,}5\ V \Rightarrow I_{rr} = 15 + \frac{20-15}{6{,}88-6{,}00}(6{,}07-6)$

$$I_{rr} = 15{,}40\ A$$

$$I_r = \sqrt{15{,}40^2 + (0{,}667 \cdot 12{,}028)^2 + 2 \cdot 15{,}40\,(0{,}667 \cdot 12{,}028) \cdot 0{,}15189}$$

$$\boxed{I_r = 18{,}41 \text{ A.}} = i_{exc}$$

---

2). Pruebo.

$i_{exc} = 18{,}41$ A : Determ. de $X_s(i_{exc})$

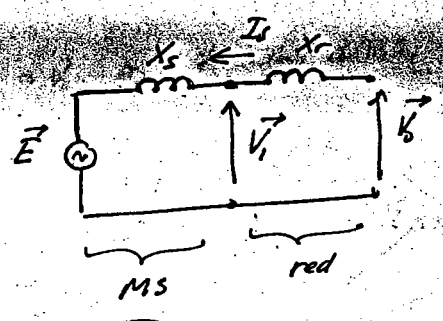
MS en cc : $E(i_{exc}) = X_s(i_{exc}) \cdot I_{scc}(i_{exc})$

$$\Rightarrow \boxed{X_s(i_{exc})} = \frac{E(i_{exc})}{I_{scc}(i_{exc})} = \frac{3810{,}6}{22{,}09} = \boxed{172{,}5\ \Omega}$$

$$E(18{,}41\text{ A}) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[6000 + \frac{(6880-6000)}{(20-15)}(18{,}41-15)\right] = \frac{6600{,}16}{\sqrt{3}} = 3810{,}6 \text{ V}$$

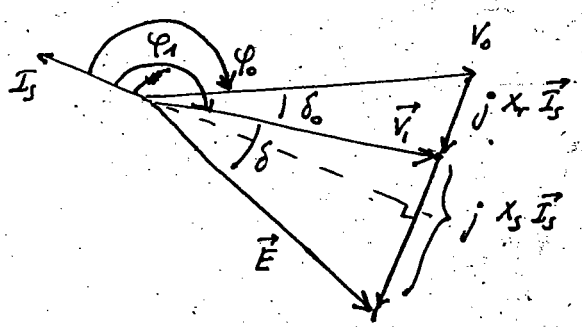
$$I_{scc}(18{,}41\text{ A}) = \frac{18{,}41\text{ A}}{10\text{ A}} \cdot 12\text{ A} = 22{,}09 \text{ A}$$

Modelo de MS : $\left.\begin{matrix} E(i_{exc}) \\ X_s(i_{exc}) \end{matrix}\right\}$ (a i_{exc} dado, fijo, quedan E y X_s fijos.)



Si $I_s = 0$ $\begin{cases} I_s = 0 \\ V_1 = V_{1n} = V_0 \end{cases}$

si $i_{exc} = 18{,}41$ A $\Rightarrow V_1 = 0{,}9$



(1) $P = 3\,\dfrac{E V_1}{X_s} \sin\delta$

$$\Rightarrow \sin\delta = \frac{P X_s}{3 E V_1} \Rightarrow \boxed{\delta}$$

(2) $(X_s I_s)^2 = E^2 + V_1^2 - 2 E V_1 \cos\delta$

$$\boxed{I_s} = \frac{1}{X_s}\sqrt{E^2 + V_1^2 - 2 E V_1 \cos\delta}$$

(3) $\cos\varphi_1 = \dfrac{P}{3 V_1 I_s} \Rightarrow \boxed{\varphi_1}$

$V_1 \cancel{I_s} \cos\varphi_1 = V_0 \cancel{I_s} \cos\varphi_0 \Rightarrow \cos\varphi_0 = \dfrac{V_1}{V_0}\cos\varphi_1 \Rightarrow \boxed{\varphi_0}$

(4) $P = 3\,\dfrac{V_1 V_0}{X_r}\sin\delta_0 = 3\,\dfrac{V_1 V_0}{X_r}\sin(\varphi_1 - \varphi_0) \Rightarrow \boxed{X_r = \dfrac{3 V_1 V_0}{P}\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}$

$$\sin\delta = \frac{P X_s}{3 E V_1} = \frac{125.10^3 \cdot 172,5}{3 \cdot 3810,6 \cdot 0,9 \cdot 3464,1} = 0,60499 \Rightarrow \boxed{\delta = 37,228°}$$

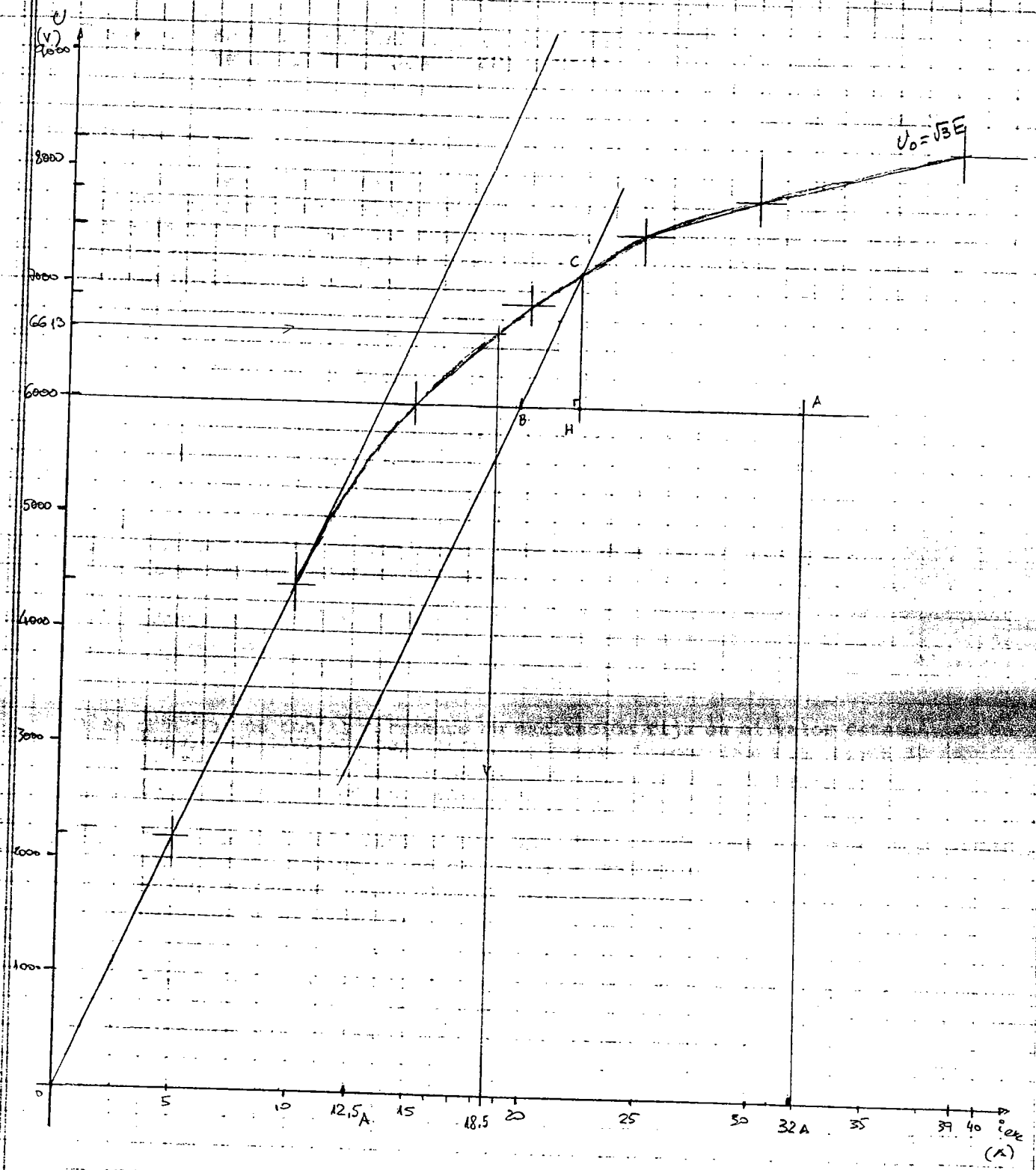
$$I_s = \frac{1}{172,5}\sqrt{3810,6^2 + (0,9 \cdot 3464,1)^2 - 2 \cdot 3810,6 \cdot (0,9 \cdot 3464,1) \cos 37,228}$$

$$\boxed{I_s = 13,373 \text{ A}}$$

$$\boxed{\cos\varphi_1} = \frac{P}{3 V_1 I_s} = \frac{125\ 10^3}{3 \cdot 0,9 \cdot 3464,1 \cdot 13,373} = \boxed{0,99934} \Rightarrow \varphi_1 = 2,076°$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{V_1}{V_0}\cos\varphi_1 = 0,9 \cdot 0,99934 = 0,89941 \Rightarrow \varphi_0 = 25,919°$$

$$\boxed{X_r} = \frac{3 \cdot 0,9 \cdot (3464,1)^2 \sin(25,919 - 2,076)}{125\ 10^3} = \boxed{104,78\ \Omega}$$



$AH = \alpha I_{sd} = (39{,}5\ mm) = 9{,}8\ A \simeq 10\ A$

$CH = \sqrt{3} X_p I_{sd} = (23\ mm) = 1150\ V$

$I_{sd} = 15\ A \Rightarrow$

$$\boxed{\alpha = \frac{9{,}8\ A}{15\ A} = 0{,}653 \simeq \frac{10}{15} = 0{,}667}$$

$$\boxed{X_p = \frac{1150\ V}{\sqrt{3} \cdot 15\ A} = 44{,}26\ \Omega}$$