INSTITUTO DE INGENIERIA ELECTRICA - Departamento de POTENCIA

Examen de: **MAQUINAS ELECTRICAS (Planes 1997 y 1974)**
MAQUINAS ELECTRICAS I (Planes 1991 y 1987)
CONVERSION ELECTROMECANICA (Opc. Plan 1991)

26 de Febrero 2002.

Problema No. 1

Se tiene un motor trifásico de inducción, de rotor de jaula, con sólo tres bornes del estator accesibles y cuyos demás datos se indica más abajo. El mismo se alimenta a partir del secundario de un transformador cuyo primario está conectado a una red trifásica de 6 kV, 50 Hz, supuesta de potencia infinita.

A los efectos de reducir la corriente tomada de la red durante el arranque, se cambia el conexionado del secundario del transformador, pasándolo de estrella (Y) a triángulo (D) sólo durante el proceso de arranque. Este cambio se realiza automáticamente mediante contactores controlados por un relé accionado por la velocidad del motor.

El motor debe mover una carga mecánica de par resistente constante, independiente de la velocidad, e igual a su par nominal

Datos del motor de inducción:

Valores nominales: 20 HP (aprox.), 220 V, 50 Hz, estator D, 1480 rpm.
Resistencia del bobinado estator (por fase): 0.15 Ω.
Ensayos a 50 Hz, con estator en D:
Ensayo en vacío: 220 V, 19.54 A. La potencia activa consumida es insignificante.
Ensayo rotor bloqueado: 36 V, 80.50 A, 1750 W.

Datos del transformador:

Trifásico, 20 kVA, conectado Yy, 6 kV/220 V.
Ensayo en vacío a 50 Hz (conectado Yy): alimentado el primario bajo tensión nominal, se midió 225 V entre bornes del secundario. La potencia y la corriente consumidas resultaron despreciables.
Ensayo en cortocircuito a 50 Hz (conectado Yy): con el secundario cortocircuitado, se alimentó el primario con 220 V entre fases, siendo la corriente consumida de 595 mA, con potencia consumida despreciable.

Se pide:

1) Calcular la corriente inicial de arranque en el primario del transformador, cuando su secundario está conectado en triángulo (D).

2) Mostrar que con el transformador y el dispositivo de arranque indicado, el motor no puede arrancar con la carga mecánica indicada aplicada en su eje.

3) La carga se aplica al motor empleando el mismo automatismo de arranque, de la siguiente forma: se arranca el motor en vacío con el secundario del transformador en triángulo, y cuando llega a la velocidad de 1400 rpm, simultáneamente:
   1°) Se cambia el conexionado del secundario del transformador de triángulo a estrella.
   2°) Se conecta la carga mecánica al eje del motor.

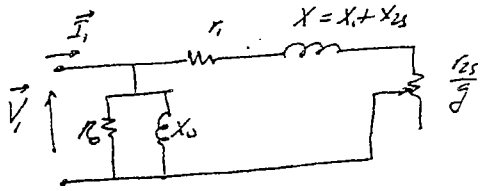
   Calcular la velocidad de régimen que resultaría si falla la primera etapa, quedando el secundario del transformador conectado en triángulo y el motor con la carga mecánica aplicada.

Notas: A los efectos de facilitar la resolución del problema, en el ensayo a rotor bloqueado se considerará despreciables la corriente magnetizante y las pérdidas en el hierro del motor.

B. 1. Solución propuesta.

Previo: Circuito equivalente del motor y del transformador.

A) Circuito del motor: (En λ equiv, por fase)



a) Ensayo en vacío

$P_{10} \simeq 0 \Rightarrow R_0 = \infty$

$$\boxed{X_m} = \frac{U_{10}}{\sqrt{3}\, I_{10}} = \frac{220\ V}{\sqrt{3} \cdot 19{,}54} = \boxed{6{,}50\ \Omega}$$

Dato: $r_{1\,fase} = 0{,}15\ \Omega$

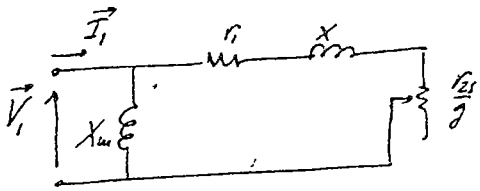
$$\Rightarrow \boxed{r_{1\,\lambda\,equiv}} = \frac{r_{1\,fase}}{3} = \boxed{0{,}05\ \Omega}$$

b) Ensayo a rotor bloqueado:

$$r_1 + r_{2s} = \frac{P_{1cc}}{3\, I_{1cc}^2} = \frac{1750\ W}{3 \times 80{,}5^2} = 0{,}0900\ \Omega \Rightarrow \boxed{r_{2s}} = 0{,}09 - 0{,}05 = \boxed{0{,}04\ \Omega}$$

$$\boxed{X} = X_1 + X_{2s} = \sqrt{Z^2 - (r_1 + r_{2s})^2} = \sqrt{\frac{(U_{1cc}/\sqrt{3})^2}{I_{1cc}^2} - (r_1 + r_{2s})^2} = \sqrt{\left(\frac{36}{\sqrt{3} \cdot 80{,}5}\right)^2 - 0{,}09^2} = \boxed{0{,}242\ \Omega}$$

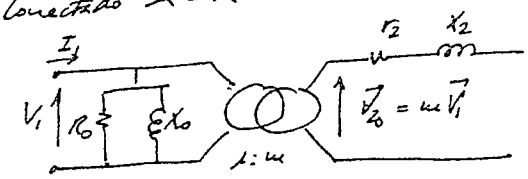
⇒ Motor: (en λ equiv, por fase)



$X_m = 6{,}50\ \Omega$
$r_1 = 0{,}05\ \Omega$
$r_{2s} = 0{,}04\ \Omega$
$X = 0{,}242\ \Omega$
$|\vec{V}_1| = \frac{|\vec{U}_1|}{\sqrt{3}}$

B) Circuito equiv. del transformador:

1º) Conectado λ - λ



a) Ensayo en vacío:

$U_1 = U_{1n} = 6\ kV$

$U_{20} = 225\ V$

$$\boxed{m = \frac{225}{6000} = 0{,}0375}$$

$I_{10} \simeq 0$
$P_{10} \simeq 0$
$\Rightarrow R_0 \simeq \infty$
$X_0 \simeq \infty$

b) Ensayo en cc:

$I_{1cc} = 0{,}575\ A$
$U_{1cc} = 220\ V$
$V_{1cc} = \frac{220\ V}{\sqrt{3}}$

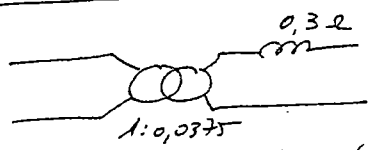
$$\Rightarrow Z_{1cc} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 0{,}575}$$

$Z_{1cc} = 213{,}474\ \Omega$

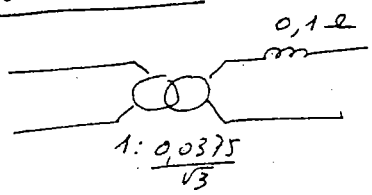
$$Z_{2cc} = m^2 Z_{1cc} = 0{,}0375^2 \cdot 213{,}474 = 0{,}300\ \Omega$$

$$P_{1cc} \simeq 0 \Rightarrow r_2 \simeq 0 \Rightarrow \boxed{X_2 = 0{,}300\ \Omega}$$

2º) Trafo conectado λ - λ: (por fase)



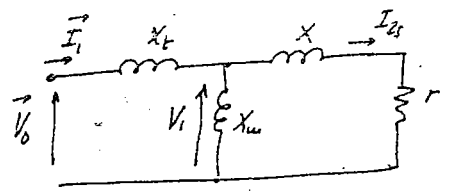
3º) Trafo conectado λ - Δ: (por fase, en λ equiv)



$$m' = \frac{m}{\sqrt{3}}$$

$$X_2' = \frac{X_2}{3}$$

1) Circuito de interés en el arranque



$$\vec{V}_0 = \vec{V}_1 + jX_t\vec{I}_1$$
$$\vec{V}_1 = (r+jX)\,\vec{I}_{2s}$$
$$\vec{V}_1 = jX_m(\vec{I}_1 - \vec{I}_{2s})$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \vec{V}_0 &= j(X_m+X_t)\vec{I}_1 - jX_m\vec{I}_{2s} \\ 0 &= -jX_m\vec{I}_1 + [r+j(X+X_m)]\vec{I}_{2s} \end{aligned}}$$

$$\begin{bmatrix}\vec{V}_0\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j(X_m+X_t) & -jX_m \\ -jX_m & r+j(X+X_m)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\vec{I}_1\\ \vec{I}_{2s}\end{bmatrix}, \quad \text{ka } \Delta = \det\begin{bmatrix} j(X_m+X_t) & -jX_m \\ -jX_m & r+j(X+X_m)\end{bmatrix}$$

$$\Delta = j(X_m+X_t)[r+j(X+X_m)] + X_m^2$$

$$\boxed{\Delta = -(XX_m + XX_t + X_tX_m) + jr(X_m+X_t)}$$

$$\boxed{\vec{I}_1 = \frac{1}{\Delta}\det\begin{bmatrix}\vec{V}_0 & -jX_m \\ 0 & r+j(X+X_m)\end{bmatrix} = \frac{\vec{V}_0}{\Delta}(r+jX_m)}$$

$$\boxed{\vec{I}_{2s} = \frac{1}{\Delta}\det\begin{bmatrix} j(X_m+X_t) & \vec{V}_0 \\ -jX_m & 0\end{bmatrix} = \frac{\vec{V}_0}{\Delta}(jX_m)}$$

Arranque con trafo $\lambda-\Delta$:

$$\vec{V}_0 = V_0\angle 0 \;;\quad V_0 = \left(\frac{225}{\sqrt{3}}\right)\Big/\sqrt{3} = 75\ V$$

$X_t = 0{,}1\ \Omega$
$X_m = 6{,}5\ \Omega$
$X = 0{,}242\ \Omega$
$r = 0{,}09\ \Omega$

$$\Delta = -2{,}2472 + j\,0{,}554\ \Omega = 2{,}3244\ \Omega\angle 165°{,}194$$

$$\boxed{\vec{I}_{1d_{\lambda-\Delta}} = 75\angle 0\ \frac{0{,}09+j(0{,}242+6{,}5)}{2{,}3244\angle 165°{,}194} = 217{,}56\ A\angle -75°{,}96}$$

Corriente del primario del trafo: $\boxed{\left|\vec{I}_{ld_{\lambda-\Delta}}\right| = \frac{0{,}0375}{\sqrt{3}}\cdot 217{,}56 = 4{,}71\ A}$

2) Par de arranque:

$$C_d = \frac{1}{\Omega_s}\cdot\frac{3r_{2s}}{(g=1)}I^2_{2s_{\lambda-\Delta}}$$

$$\vec{I}_{2s_{\lambda-\Delta}} = \frac{75\angle 0}{2{,}3244\angle 165°{,}194}\cdot 6{,}5\angle 90°$$

$$\left|\vec{I}_{2s_{\lambda-\Delta}}\right|^2 = \left(\frac{75\cdot 6{,}5}{2{,}3244}\right)^2 = (209{,}73)^2 = 43987{,}3$$

$$\boxed{C_d = \frac{1}{\left(1500\cdot\frac{\pi}{30}\right)}\cdot 3(0{,}09)\cdot 43987{,}3 = 75{,}6\ Nm}$$

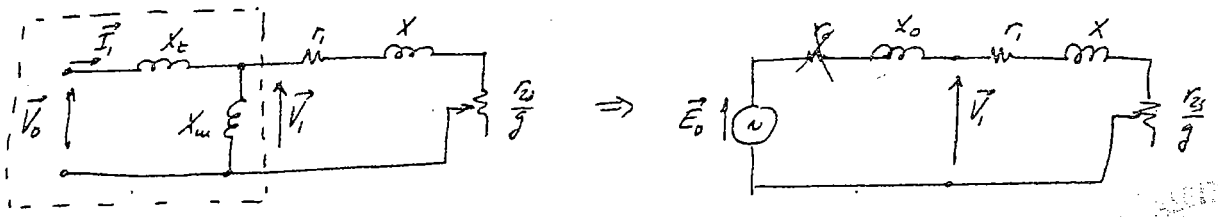
$$C(g) = \frac{3\overbrace{V_{1n}^2}^{=U_{1n}^2}}{\Omega_s} \cdot \frac{\frac{r_{2s}}{g}}{\left(r_1+\frac{r_{2s}}{g}\right)^2+X^2}$$

17 4/6

$$g_n = \frac{1500-1480}{1500} = 0{,}0133 \quad \Big\| \quad \boxed{C_n} = \frac{220^2}{\left(1500\cdot\frac{\pi}{30}\right)} \frac{\frac{0{,}04}{0{,}0133}}{\left(0{,}05+\frac{0{,}04}{0{,}0133}\right)^2+0{,}242^2} = 98{,}72\ Nm$$

Resulta si $C_d = 75{,}6$ Nm $< C_n = 98{,}72$ Nm. $\Rightarrow$ El arranque en carga no es posible.

3) Pierro: Equivalente de Thévenin de la fuente



$\Rightarrow \begin{cases} r_0 = 0 \ (\text{Pérdidas} = 0 \text{ en la fuente}) \quad \text{trafo } \lambda-\Delta. \\ X_0 = X_t \,\|\, X_m = \dfrac{X_t X_m}{X_t+X_m} = \dfrac{0{,}1\cdot 6{,}5}{0{,}1+6{,}5} = 0{,}0985\ \Omega \end{cases}$

$$\boxed{\vec{E}_0 = \vec{V}_{10} = j X_m \vec{I}_{10} = j X_m \cdot \frac{\vec{V}_0}{j(X_t+X_m)} = \frac{X_m}{X_t+X_m}\vec{V}_0 = 0{,}985\ \vec{V}_0}$$

$$\boxed{C'(g) = \frac{3E_0^2}{\Omega_s} \cdot \frac{\left(\frac{r_{2s}}{g}\right)}{\left(r_1+\frac{r_{2s}}{g}\right)^2+(X_0+X)^2}}$$

Se trata de encontrar el g' tal que $C'(g') = C_n = 98{,}72$ Nm.

$$\Rightarrow (1) \quad \frac{3E_0^2}{C_n\Omega_s}\left(\frac{r_{2s}}{g}\right) = \left(r_1+\frac{r_{2s}}{g}\right)^2+(X_0+X)^2$$

Cambio de variable: $\boxed{u = \frac{r_{2s}}{g}}$ $\Rightarrow (2) \quad \frac{3E_0^2}{C_n\Omega_s}u = r_1^2+2r_1u+u^2+(X_0+X)^2$

$$(2) \quad \boxed{u^2+\left(2r_1-\frac{3E_0^2}{C_n\Omega_s}\right)u+\left[r_1^2+(X_0+X)^2\right]=0}$$

$\left.\begin{array}{l} V_0 = 75\ V \\ X_t = 0{,}1\ \Omega \end{array}\right\}$ Trafo $\lambda-\Delta$ $\Rightarrow E_0 = 0{,}985\cdot 75 = 73{,}86$ V

$$(2) \quad u^2+\left(2\cdot 0{,}05-\frac{3\cdot 73{,}86^2}{98{,}72\cdot 50\pi}\right)u+\left[0{,}05^2+(0{,}0985+0{,}242)^2\right]=0$$

$$u^2-0{,}9554u+0{,}1184=0 \quad \begin{cases} u_1 = 0{,}808989 \rightarrow g_1' = \frac{0{,}04}{u_1} = 0{,}0494 \\ u_2 = 0{,}14641 \rightarrow g_2' = \frac{0{,}04}{u_2} = 0{,}2732 \end{cases}$$

Solución $g_1' = 0{,}0494 \Rightarrow \boxed{n_1 = 1500(1-0{,}0494) = 1426 \text{ rpm}}$

EXÁMEN DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS. FEBRERO 2002

CONVERSIÓN ELECTROMECÁNICA

PROBLEMA 1.

Se considera el sistema de la figura donde un alternador MS alimenta un motor MI.

El alternador es movido por una fuente mecánica que da en su eje un par C1 de 60 Nm, el cual es independiente de la velocidad de rotación n1.

El motor de inducción mueve varias cargas mecánicas idénticas, cuyo par resistente de cada una de ellas es de la forma $C_r = 0{,}05.n_2$, con Cr expresado en Nm, y n2 la velocidad de rotación del motor, expresada en rpm.

La excitación del alternador MS se ajusta de forma tal que en vacío y a 50 Hz se tiene la tensión nominal en bornes, quedando fija esta excitación en todo el problema.

Se pide:

1) Cuantas cargas individuales hay que conectar al eje de M1 para que su velocidad sea de aprox. 1200 rpm.
2) Se compensa el MI con condensadores de tal forma que el alternador no le aporta reactiva. Determinar en estas condiciones la tensión aplicada al motor y la frecuencia del sistema.
3) Se conecta una carga adicional a las determinadas en 1) y se ajusta la compensación de la MI de tal manera que la MS continúe sin aportar reactiva. Determinar aproximadamente el nuevo valor de la velocidad.

Nota:

- Se admite en todo el problema el uso del modelo de pequeños deslizamientos para los motores de inducción.
- Se asume que las máquinas no tienen pérdidas mecánicas, ni Joule estatóricas ni en el hierro.

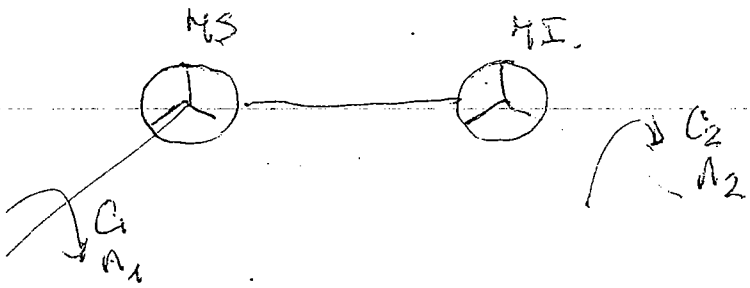
Datos:

MS: 6 kV, 100 kVA, 50 Hz, estrella 2 polos.

Ensayo en vacío a 50 Hz:	i exc. (A)	0	5	10	15	20	25	30
	U (kV) (de línea)	0	2	4	6	8	9	9.5

Ensayo en c.c : Icc = In con i exc. = 2.5. A

MI: 120 HP, 6 kV, 50 Hz, 4 polos, estator y rotor en estrella, gn = 1 %, cosφn = 0,85



P7 6/6 -

Sol:

1) $P_{alt} = C \frac{2\pi n_A}{60}$ Pot trasmitida al rotor MI $= P_{MI} = \frac{P_{util}}{(1-g)} \simeq P_M$ (g<<

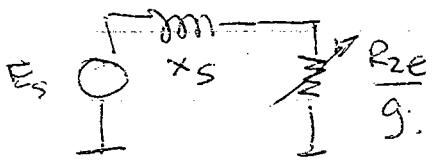
$P_{MI} = \alpha\, 0.05\, n_R \frac{2\pi}{60} n_R$. $\Rightarrow P_{alt} = P_{MI} \Rightarrow C n_A = 0.05 \alpha . n_R^2$ (1)

Pero $n_R = (1-g) n$ si $g \ll 1$. $\Rightarrow n_R \simeq n$.

Pero. $f = p_{MI} \frac{n}{60}$ y $f = p_A \frac{n_A}{60}$ $\Rightarrow$. $p_{MI} n = p_A n_A = p_{MI} n_R$. (2

(2) en (1) $\Rightarrow C . \frac{p_{MI}}{p_A} n_R = \alpha\, 0.05 . n_R^2$ (3) $\Rightarrow \boxed{\alpha = 2}$

2) Circuito equivalente. por fase $g \ll 1$. y MI compensado.



Como $i_{ex} = cte \Rightarrow \phi = cte. \Rightarrow E_s = k_A n_A$.

$X_s = X_s|_{50Hz} . \frac{f}{50}$.

De los datos $\Rightarrow R_{2e} = 4\,\Omega$. y $X_{s_{50Hz}} = 60\,\Omega$.

igualando $g \ll 1$ $P_{MMI} \simeq 3 \frac{R_{2e}}{g} \left[\frac{k_A n_A}{\left| \frac{R_{2e}}{g} + j X_{s_{50Hz}} \frac{f}{50} \right|} \right]^2 = 0{,}1 \frac{2\pi}{60} 1200^2 = \underline{15\ kW}$

Sustituyo y opero $\Rightarrow$. $g \simeq 0.003$. , $f \cong 40\,Hz$. $V = 4{,}74\ kV$. -

3) a) De (3) parte 1. $n_R = C \frac{p_{MI}}{p_A} \frac{1}{0.05 . 3} = 800$ rpm.

b) Si. c) No $\Rightarrow$ Se esta muy lejos de las pot. nominales. -