INSTITUTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA - DEPARTAMENTO DE POTENCIA

EXÁMENES DE: CONVERSIÓN ELECTROMECÁNICA (PLAN 1991)
MÁQUINAS ELÉCTRICAS I (PLAN 1987)
MÁQUINAS ELÉCTRICAS (PLAN 1974)

7 de marzo 1997

Problema Nº1

En una fábrica se tiene una máquina sincrónica MS que se emplea como motor. La alimentación se realiza a partir de la red trifásica de 6 kV propia de la fábrica, la que a su vez se alimenta desde la red de 30 kV, 50 Hz (supuesta de potencia infinita) mediante el transformador trifásico TR.

Datos MS:

Valores nominales: 125 kVA, 6 kV (entre fases), 50 Hz.
Montaje trifásico en estrella, rotor cilíndrico de 4 polos.

Ensayos a frecuencia nominal:
a) Ensayo en vacío:

i_{exc} (A)	0	2	4	6	8	10	12	15.6
U_0 (kV) (entre fases)	0	2.2	4.4	6.00	6.88	7.49	7.82	8.25.

b) Ensayo en devatado bajo tensión nominal: i_{exc}= 11.33 A, Id = 12 A
c) Ensayo en cortocircuito: i_{exc}= 3 A, Icc = 9 A

Datos TR:

Transformador trifásico, 30/6 kV, 125 kVA, 50 Hz, montaje Yyn.
u_{cc}% = 15%. Pérdidas despreciables. Alimentado con la tensión primaria nominal, en vacío la tensión secundaria es igual a la nominal.

Se pide:

1) Suponiendo que en bornes de MS se tiene tensión y frecuencia nominales constantes, determinar la corriente de excitación de MS para que este motor pueda mover una carga que consume 100 kW a 1500 rpm, absorbiendo la mínima corriente de línea, y calcular dicha corriente de línea.

2) Teniendo en cuenta que la alimentación de MS se realiza efectivamente desde el secundario del transformador TR alimentado bajo tensión nominal en su primario, y suponiendo que en esa instalación el motor MS es la única carga significativa de dicho transformador, calcular la corriente que MS consumiría si se fijara la corriente de excitación en el valor calculado en 1). Calcular la tensión que se tendría en bornes de MS en ese caso.

3) Mostrar que modificando la corriente de excitación de la máquina sincrónica es posible corregir la tensión en bornes de MS de modo de tener ésta en su valor nominal con la carga indicada. A ese efecto se determinará el valor de la corriente de excitación necesario para dicho funcionamiento. En esas condiciones calcular el valor resultante de la corriente de línea y del factor de potencia en bornes de MS.

Notas:

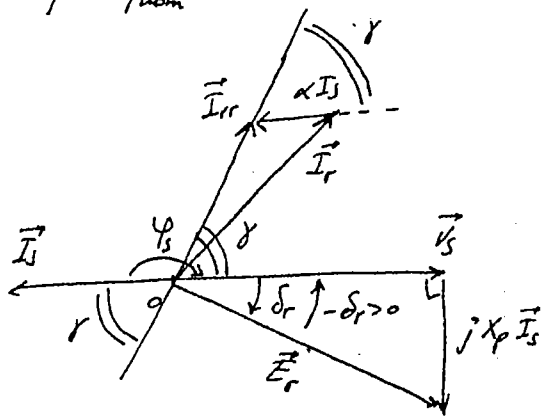
a) En las preguntas 1) y 3) se empleará el método de Potier.
b) Para la pregunta 2) se admitirá que, para un valor fijo de la corriente de excitación, un modelo suficientemente preciso de MS es el constituído por una fuente de tensión $E(i_{exc})$ en serie con una reactancia sincrónica $Xs(i_{exc})$.
c) A los efectos de la resolución, se despreciará las pérdidas de MS así como la caída de tensión óhmica en los bobinados de estator de MS, y se admitirá la linealización por tramos de la curva de vacío.

Tema N°1 - Solución propuesta.

Previo: Determinación de α y X_p de Potier: Ver hoja adjunta $\boxed{\alpha = 0{,}254 \quad X_p = 48{,}11\ \Omega}$

1) Determinación de i_{exc} para que MS pueda mover una carga de 100 kW con corriente I_s mínima.

Hip. $\begin{cases} V_s = V_{snom} = cte \\ f = f_{nom} = cte \end{cases}$ Método de Potier, Conv. de signo: generador



$|\vec{I}_s|_{min} \Rightarrow |\cos\varphi_s| = 1$

En conv. generador: $\varphi_s = \pi$

$P = 3 V_s I_s \cos\varphi_s = -3 V_{s_n} I_{s_{min}}$

$$\boxed{|I_{s_{min}}| = \frac{|P|}{3V_{s_n}} = \frac{100}{\sqrt{3}\,6} = 9{,}62\ A}$$

$$E_r = \sqrt{V_{s_n}^2 + (X_p I_{s_{min}})^2}$$

$$E_r = \sqrt{\left(\frac{6000}{\sqrt{3}}\right)^2 + (48{,}11 \cdot 9{,}62)^2} = 3494{,}9 \simeq 3495\ V$$

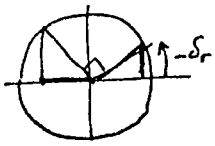
$$P = 3\,\frac{V_{s_n} E_r}{X_p}\sin\delta_r \Rightarrow \sin\delta_r = \frac{P X_p}{3 V_{s_n} E_r} = \frac{(-100\,10^3)\,48{,}11}{3\left(\frac{6\,10^3}{\sqrt{3}}\right)\cdot 3495} = -0{,}13246$$

$$\Rightarrow \delta_r = -7{,}612°$$

$$\boxed{I_r^2 = I_{rr}^2 + (\alpha I_s)^2 - 2 I_{rr}\cdot\alpha I_s \cos(\pi - \gamma)}$$

$$\gamma + (-\delta_r) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \pi - \gamma = \pi - \left[\frac{\pi}{2} + (-\delta_r)\right] = \frac{\pi}{2} + (-\delta_r)$$

$$\cos(\pi - \gamma) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + (-\delta_r)\right) = -\sin(-\delta_r)$$



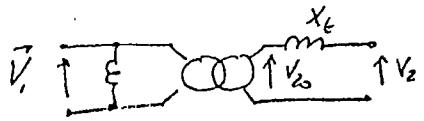
$$E_r = 3495\ V \rightarrow \sqrt{3}\,E_r = 6053{,}5\ V$$

$$\Rightarrow I_{rr} = 6 + \frac{8-6}{6{,}88-6}(6{,}054-6) = 6{,}123\ A$$

$$\Rightarrow i_{exc} = I_r = \sqrt{6{,}123^2 + (0{,}254\cdot 9{,}62)^2 + 2\cdot 6{,}123\cdot 0{,}254\cdot 9{,}62\sin 7{,}612} = 6{,}887\ A$$

$$\boxed{i_{exc} = 6{,}89\ A.}$$

) Previo: Modelo del Transformador TR (por fase)



La corriente de vacío no interesa (está siempre alimentada desde el primario)

$|\vec{V}_1| = \frac{50\ kV}{\sqrt{3}}$ (fuente de potencia infinita)

$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_{20}}{V_1} = \frac{30}{6}$$

$$Z_{b_2} = \frac{U_{2n}^2}{S_n} = \frac{6000^2}{125\ 10^3} = 288\ \Omega$$

$$\boxed{X_t = u_{cc}\% \cdot Z_{b_2} = 0,15 \cdot 288 = 43,2\ \Omega}$$

Modelo de MS (como $X_s(i_{exc})$, = cte si i_{exc} = cte)

$i_{exc} = 6,89$ A.

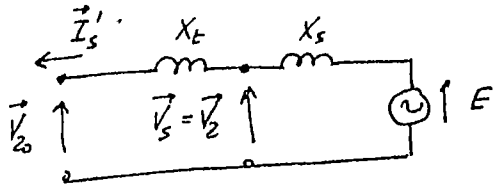
$$X_s(i_{exc}) = \frac{E(i_{exc})}{I_{sc}(i_{exc})}$$

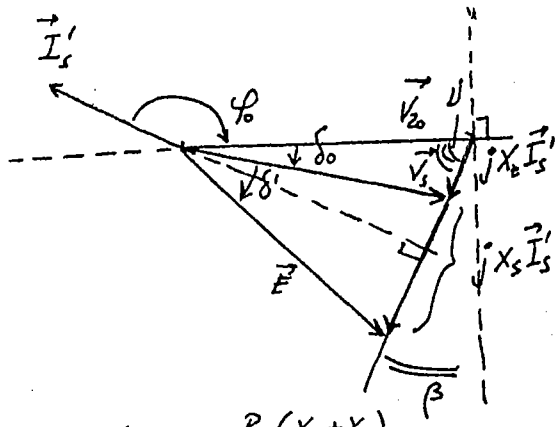
$$E(i_{exc}) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[6000 + \frac{6880-6000}{8-6}(6,89-6)\right] = 3,69\ kV$$

$$I_{sc}(i_{exc}) = 9.A \cdot \frac{6,89}{3} = 20,67\ A$$

$$\boxed{X_s(i_{exc}) = \frac{3690}{20,67} = 178,5\ \Omega}$$

MS + TR, con $i_{exc} = 6,89$ A = cte.





$$V_{20} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3464,1\ V,\ cte.$$

$$E = 3690\ V$$

(1) $$P = 3\frac{V_{20}\,E}{(X_s+X_t)}\sin(\delta_0+\delta_s') \Rightarrow \sin(\delta_0+\delta_s') = \frac{P\,(X_s+X_t)}{3\,V_{20}\,E}$$

$$\sin(\delta_0+\delta_s') = \frac{(-100\ 10^3)(43,2+178,5)}{3.\ 3464,1 \cdot 3690} = -0,5781 \Rightarrow \delta_0+\delta_s' = -35°,32$$

(2) $$(X_t+X_s)^2 I_s'^2 = V_{20}^2 + E^2 - 2\,V_{20}\cdot E\cdot\cos(\delta_0+\delta_s')$$

$$I_s' = \frac{\sqrt{V_{20}^2+E^2-2V_{20}E\cos(\delta_0+\delta_s')}}{(X_t+X_s)} = \frac{\sqrt{3464,1^2+3690^2-2.3464.1.3690\cos 35°,32}}{(43,2+178,5)}$$

$$\boxed{I_s' = 9,84\ A}$$

(3) $P = 3 V_{20} I_s' \cos\varphi_0 \Rightarrow \cos\varphi_0 = \dfrac{P}{3 V_{20} I_s'} = \dfrac{-100\ 10^3}{3 \cdot 3464{,}1 \cdot 9{,}84} = -0{,}9779$

$$\varphi_0 = 167^\circ{,}93$$
$$\beta = \pi - \varphi_0 = 12^\circ{,}07$$
$$\nu = \frac{\pi}{2} - \beta = 77^\circ{,}93$$

(4) $V_s^2 = V_{20}^2 + (X_t \cdot I_s')^2 - 2 V_{20} (X_t I_s') \cos\nu$

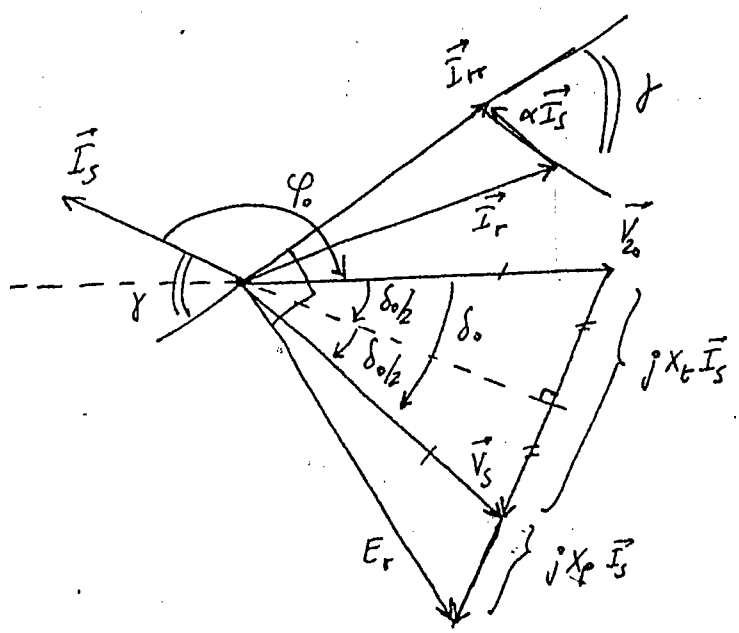
$$\boxed{V_s = \sqrt{3464{,}1^2 + (43{,}2 \cdot 9{,}84)^2 - 2(3464{,}1 \cdot 43{,}2 \cdot 9{,}84) \cos 77^\circ{,}93} = 3400{,}7\ V}$$

$$\boxed{U_s = \sqrt{3}\, V_s = 5890\ V} \Rightarrow \boxed{u_s = \frac{U_s}{U_{s_{nom}}} = 0{,}98}$$

---

3) Determinar nuevo valor de i_{exc} (Método de Potier) para que $V_s = V_{sn}$ $(= V_{20})$ para $P = -100$ kW.

$V_s = V_{20} \Rightarrow$ triángulo isoscelas.



(1) $P = 3 \dfrac{V_{20} \cdot V_s}{X_t} \sin\delta_0$

$= 3 \dfrac{V_{20}^2}{X_t} \sin\delta_0$

$\sin\delta_0 = \dfrac{P X_t}{3 V_{20}^2} \Rightarrow \boxed{\delta_0}$

(2) $P = 3 V_{20} I_s \cos\varphi_0$

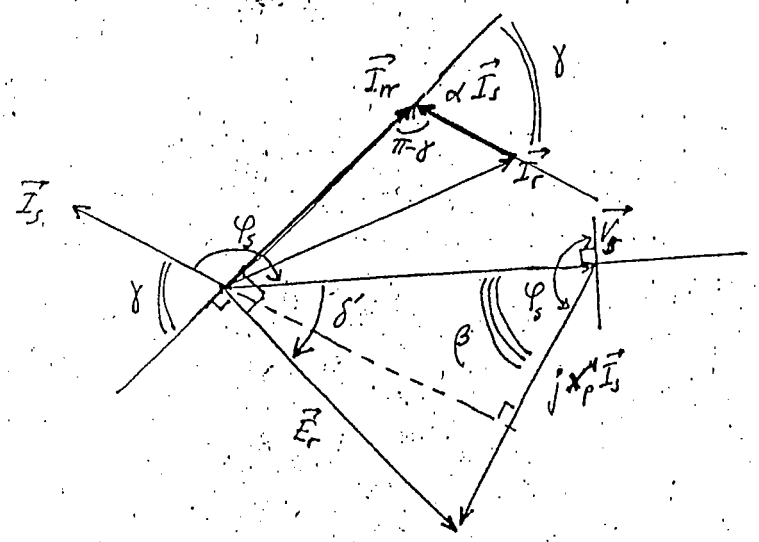
(3) $\boxed{\varphi_0 + \dfrac{\delta_0}{2} = \pi}$

El problema se puede resolver como una MS con $X_p' = X_p + X_t$, aplicando el método de Potier, alimentada con $V_{20} = cte$, y para una corriente de carga $\vec{I}_s \angle \varphi_s$, con

$$\boxed{\begin{aligned} |\vec{I}_s| &= \frac{I}{3 V_{20} \cos\left(\pi - \frac{\delta_0}{2}\right)} \\ \varphi_s = \varphi_0 &= \pi - \frac{\delta_0}{2} \end{aligned}}$$

7.3.97

<u>En general</u>: Motor síncrono por Método de Potier:



$\vec{I}_s = I_s \angle \varphi_s$

$\frac{\pi}{2} < \varphi_s < \pi$

<u>Datos</u>: V_s, α, X_p', I_s, φ_s, curva de vacío: $E_r(I_{rr})$.

<u>Incógnita</u>: I_r (= iexc)

1º) Cálculo de E_r:

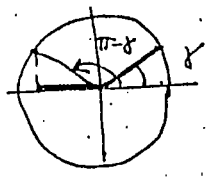
$$E_r^2 = V_s^2 + (X_p' I_s)^2 - 2 V_s (X_p' I_s) \underbrace{\cos \beta}_{\cos(\varphi_s - \frac{\pi}{2}) = \sin \varphi_s}$$

$$\beta = \varphi_s - \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{E_r = \sqrt{V_s^2 + (X_p' I_s)^2 - 2 V_s (X_p' I_s) \sin \varphi_s}}$$

2º) $I_{rr} \Rightarrow$ de la curva de vacío $E_r(I_{rr})$.

3º) Cálculo de I_r



$$I_r^2 = I_{rr}^2 + (\alpha I_s)^2 - 2 I_{rr} (\alpha I_s) \cos(\pi - \gamma)$$

pero $\gamma + \varphi_s + \delta' = \frac{3\pi}{2}$

$$\gamma = \frac{3\pi}{2} - (\varphi_s + \delta')$$

$$\pi - \gamma = \pi - \frac{3\pi}{2} + (\varphi_s + \delta') = (\varphi_s + \delta') - \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(\pi - \gamma) = \cos\left[(\varphi_s + \delta') - \frac{\pi}{2}\right] = \sin(\varphi_s + \delta')$$

$$P = 3 \frac{E_r V_s}{X_p'} \sin \delta' \Rightarrow \boxed{\sin \delta' = \frac{P X_p'}{3 E_r V_s}} \longrightarrow \boxed{\delta'}$$

$$\boxed{I_r = \sqrt{I_{rr}^2 + (\alpha I_s)^2 - 2 I_{rr} (\alpha I_s) \sin(\varphi_s + \delta')}}$$

3) Aplicación numérica

$$X'_p = X_p + X_t = 48,11 + 43,2 = 91,31\ \Omega$$

$$\sin\delta_0 = \frac{P X_t}{3 V_{20}^2} = \frac{100\ 10^3 \cdot 43,2}{3\ (3464,1)^2} = 0,1200 \Rightarrow \delta_0 = 6^\circ,892$$

$$\varphi_s = \varphi_s = \pi - \frac{\delta_0}{2} = 176^\circ,55$$

$$\boxed{|I_s| = \frac{-100\ 10^3}{3 \cdot 3464,1 \cos 176^\circ,55} = 9,64\ A}$$

$$E_r = \sqrt{3464,1^2 + (91,31 \cdot 9,64)^2 - 2 \cdot 3464,1\,(91,31 \cdot 9,64)\sin 176^\circ,55} = 3522,4$$

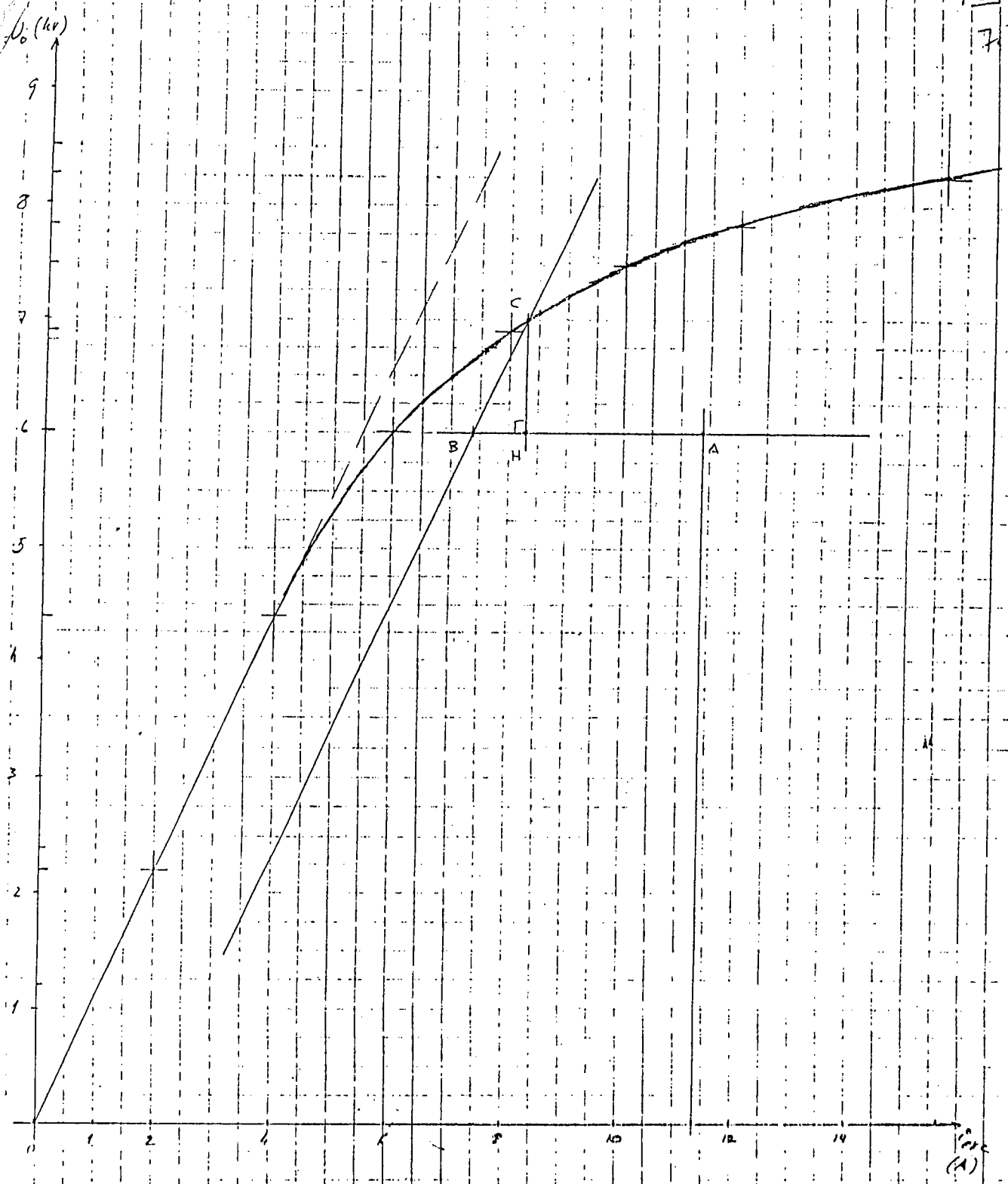
$$\sqrt{3}\,E_r = 6101,1\ V \Rightarrow \boxed{I_{rr} = 6 + \frac{8-6}{(6,88-6)}(6,1011-6) = 6,23\ A}$$

$$\sin\delta' = \frac{P X'_p}{3 E_r V_s} = \frac{100\ 10^3 \cdot 91,31}{3 \cdot 3522,47 \cdot 3464,1} = 0,2494 \Rightarrow \delta' = 14^\circ,444$$

$$I_r = i_{exc} = \sqrt{6,23^2 + (0,254 \cdot 9,64)^2 - 2\ 6,23 \cdot 0,254 \cdot 9,64 \sin(176^\circ,55 + 14,44)}$$

$$\boxed{i_{exc} = 7,115\ A}$$

factor de potencia: $\boxed{f.p. = \frac{100\ 10^3}{3 \cdot 3464,1 \cdot 9,64} = 0,9982}$



$AH = \alpha I_{sd} = 30{,}5 \text{ mm} = 3{,}05 \text{ A}$

$CH = \sqrt{3}\, X_p I_{sd} = 20 \text{ mm} = 1 \text{ kV}$

$I_{sd} = 12 \text{ A} \Rightarrow$

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha &= \frac{3{,}05 \text{ A}}{12 \text{ A}} = 0{,}254 \\ X_p &= \frac{1000 \text{ V}}{\sqrt{3}\ 12 \text{ A}} = 48{,}11\ \Omega \end{aligned}}$$

INSTITUTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA - DEPARTAMENTO DE POTENCIA

EXÁMENES DE: CONVERSIÓN ELECTROMECÁNICA (PLAN 1991)
MÁQUINAS ELÉCTRICAS I (PLAN 1987)
MÁQUINAS ELÉCTRICAS (PLAN 1974)

Problema Nº2 — 7 de marzo 1996

Se necesita mover una carga de par constante, independiente de la velocidad, y que a 300 rpm consumió 1000 HP.

Se dispone a este efecto de una red trifásica de 2.2 kV, 50 Hz, supuesta de potencia infinita, y de dos motores de inducción M1 y M2, cada uno de 500 HP, pero de distinto número de pares de polos. Se decide acoplar sus rotores a un eje común al cual se conecta la carga mediante un embrague.

Las características de los motores y del régimen de trabajo son tales que el motor M1 admite sobrecargas de hasta 40% de su potencia útil nominal, mientras que M2 no admite sobrecargas. El motor M1 es de rotor bobinado, y a su rotor se le conecta una resistencia variable R en forma permanente.

Datos:

M1: Motor trifásico de inducción, 500 HP, 2.2 kV, 50 Hz, rotor bobinado, Y-Y, 10 pares de polos.
Ensayo a rotor bloqueado, a 50 Hz: 500 V, 100 A, 21 kW.
Resistencia del estator (por fase): 0.3 Ohm.

M2: Motor trifásico de inducción, 500 HP, 2.2 kV, 50 Hz, rotor de jaula, estator Y, 11 pares de polos, gn = 2%.
Ensayo a rotor bloqueado, a 50 Hz: 500 V, 90 A, 20 kW.

Se pide:

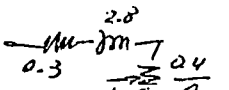
1) Determinar los valores extremos del rango de variación de la resistencia R a colocar en el rotor de M1 (expresados en valores vistos desde el estator) para que, con dicha resistencia variando en el rango definido, y los motores arrastrando la carga, no se supere los valores admisibles de cargabilidad de cada uno.

2) a) Con el valor de R en el mínimo determinado en 1), calcular la corriente total consumida de la red para un arranque simultáneo de los dos motores, sin la carga conectada.
b) Analizar y discutir cualitativamente el andamiento de las corrientes de arranque de los motores si en lugar de arrancarlos simultáneamente como en a), se arranca primero uno, y el otro se conecta a la red solamente después que el primero llegó a su velocidad de régimen.

3) Calcular la velocidad final del grupo si, funcionando previamente en régimen con la carga conectada, y con la resistencia R en su valor mínimo determinado en 1), imprevistamente se pierde la carga. Determinar cuánto vale aproximadamente el desfasaje entre la corriente total absorbida de la red, y la tensión de ésta.

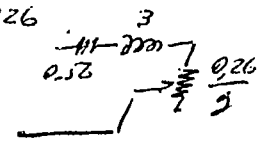
Observaciones: Corrientes de vacío compensadas. No se consideran las pérdidas de vacío y mecánicas. Fuera de la zona de arranque se admitirá la aproximación para pequeños deslizamientos.

Todos motores en λ: M1) $\bar{Z}_{1c} = \frac{500}{\sqrt{3}\,100} \angle \arccos \frac{21\,10^3}{\sqrt{3}\,500\,100}$. ⇒



M2) $P_u \approx \frac{U^2 g}{R_{2c}}$ ⇒ $500 \cdot 746 = \frac{220^2\,10^6\,0.02}{R_{2c}}$ ⇒ $R_{2c} = 0{,}26$

$Z_{1c} = \frac{500}{\sqrt{3}\,40} \angle \arccos \frac{20\,10^3}{\sqrt{3}\,500\,40}$ ⇒



Pequeños deslizs. $C_m = \frac{60}{2\pi n_s} \frac{U^2 g}{R_{2c}}$. $C_{carga} = \frac{P}{\omega_m} = \frac{1000 \cdot 746 \cdot 60}{2\pi\, 300} = \underline{23.746\ J}$.

$C_{carga} = C_{m1} + C_{m2} = \frac{30}{\pi} 220^2 10^6 \left(\frac{g_1}{n_{s1} R_{2c}} + \frac{g_2}{n_{s2}\, 0{,}26} \right) = 23.746$. (1)

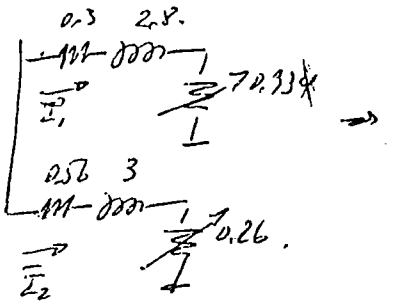
Como el eje es común $n_1 = n_2 = n$. ⇒ $(1-g_1) n_{s1} = (1-g_2) n_{s2}$ ⇒ $g_2 = 1 - \frac{n_{s1}}{n_{s2}} (1-g_1)$. (2)

Limitación. $\frac{U^2 g_1}{R_{2c}} \leq 1.4\ 500 \cdot 746$. ⇒ $\frac{g_1}{R_{2c}} \leq 0{,}108$. (3). ⇒ $\boxed{R = 0.53\,\Omega}$

De (1) (2) y (3) con el igual. (R_{2c}) ⇒ $g_2 = 0.011$, $g_1 = 10\%$. ⇒ $R_{2c} = 0.93$.

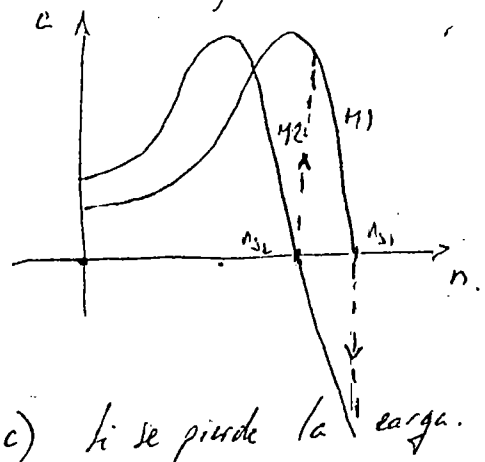
Si el M2 está nominal ⇒ $g_2 \leq 0.02$. ⇒ $g_1 = 0.11$ ⇒ $R_{2c} = 1.58$. ⇒ $\boxed{\hat{R} = 1.98\,\Omega}$

b) 1) Circuito. $g = 1$



⇒ $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \frac{2.2\,10^3}{\sqrt{3}} \angle 66 + \frac{2.2\,10^3}{\sqrt{3}} \angle 75$ ⇒ $\boxed{I \approx 7.54}$

Situación gráfica.



2a). Arranca M1 360 4 y llega a ≈ 300 rpm.
Cuando cierro M2. su g ≈ 0.1 generatriz. ⇒ corriente menor.

2b) Arranca M2 con 360 4 ≈ y llega a ≈ 272 rpm.
Cuando cierro M1 su g ≈ 0.1. ⇒ corriente menor.

c) Si se pierde la carga. $C_{m1} + C_{m2} = 0$.

Luego. $\frac{g_1}{R_{2c} n_{s1}} + \frac{g_2}{R_{2c_2} n_{s2}} = 0$. ⇒ $g_1 = 0{,}074$ ⇒ $\boxed{n = 278\ rpm}$.

$g_2 = 11 \cdot g_1 - 0.1$

La red da solo el reactivo, y pérdidas Joule. ⇒ $\boxed{\approx \frac{\pi}{2}}$