Muestreo y Procesamiento Digital
Primer Parcial

12 de octubre 1999

Ejercicio 1

1. Sean $h_1, ..., h_N$ respuestas impulsivas de **SLIT**'s.

   (a) [1 pts.] Defina estabilidad BIBO de filtros digitales.

   (b) [2 pts.] Si $h_1, ..., h_N$ son además *estables*, probar que el filtro con respuesta $h[n] = (h_1 * h_2 * ..... * h_N)[n]$ también es *estable*.

   (c) [2 pts.] Si f y g son dos filtros con respuestas frecuenciales:

   $$f[n] \longleftrightarrow F(e^{j\theta})$$

   $$g[n] \longleftrightarrow G(e^{j\theta})$$

   probar que:
   $$f[n] * g[n] \longleftrightarrow G(e^{j\theta})F(e^{j\theta}).$$

   (d) [1 pts.] Hallar la transformada de Fourier de la secuencia $z[n] = a^n u[n]$, con $\mid a \mid < 1$.

   (e) [3 pts.] Sea
   $$\hat{H}(e^{j\theta}) = \frac{1}{(1 - a_1.e^{-j\theta})(1 - a_2.e^{-j\theta})}$$

   con $0 < \mid a_1 \mid \neq \mid a_2 \mid < 1$; Hallar $\hat{h}[n]$.
   ¿ Es este sistema estable ?

2. Sea $x_c(t)$ un proceso estocástico en tiempo continuo, estacionario en sentido amplio. Este proceso se muestrea a una tasa T para obtener el proceso estocástico discreto $x[n] = x_c(nT)$.

   (a) [2 pts.] Probar que el proceso discreto es *Estacionario en Sentido Amplio.*

   (b) [3 pts.] Si $h_d[n]$ es un **SLIT** estable y $x[n]$ es su entrada, probar que la salida es *Estacionaria en Sentido Amplio.*
   Expresar la autocorrelación del proceso de salida en función de la autocorrelación del proceso de entrada y de $h_d[n]$.

   (c) [2 pts.] Si $G_{x_c}(f) = A^2.\Lambda(f/f_0)$, hallar el mínimo T para el cual el proceso discreto $x[n]$ es *blanco*. Hallar su **potencia** P_x.

(d) [3 pts.] De ahora en más el filtro $h_d[n]$ tiene respuesta frecuencial dada por :

$$H_d(e^{j\theta}) = \frac{e^{-j\theta}}{(1 - a.e^{-j\theta})},$$

donde $0 < a < 1$.
Si $y[n]$ es la respuesta de este filtro a la entrada $x[n]$, para T *en las condiciones de la parte anterior*; hallar explícitamente la **potencia** P_y del proceso de salida $y[n]$.

(e) [2 pts.] Bosqueje la *Densidad Espectral de Potencia* $G_y(e^{j\theta})$ del proceso $y[n]$.

(f) [3 pts.] Hallar explícitamente $R_y[n]$ la *autocorrelación* del proceso $y[n]$, a partir de los resultados de la parte 2b.

Ejercicio 2

1. [2 pts.] Enunciar el Teorema del Muestreo
2. [5 pts.] Demostrar el Teorema del Muestreo

Ejercicio 3

Se desea realizar un filtro pasabajos ideal con frecuencia de corte $f_0 = 1$kHz para señales en tiempo continuo **arbitrarias**.

Para ello, se dispone de un sistema de procesamiento digital que consiste en un muestreador, un filtro digital con coeficientes $h[n]$, y un reconstructor ideal. Todo el sistema funciona con frecuencia de muestreo fija $f_s = 10$kHz.

1. [2 pts.] Dar un diagrama del sistema completo a utilizar, indicando las características de los módulos que se agreguen.
2. [3 pts.] Calcular los coeficientes del filtro digital $h[n]$.

Ejercicio 4

[4 pts.] Se tiene el sistema $\mathcal{S}$ representado por la siguiente recurrencia

$$y[n] = 2.y[n-1] + x[n],$$

con $y[0] = 1$, donde $y[n]$ es la salida y $x[n]$ es la entrada al sistema en el tiempo n. Estudie la *linealidad* y la *invariancia temporal* del sistema $\mathcal{S}$. Justifique.

Duración: 3 hrs.