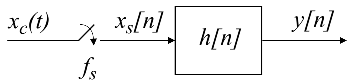
Multiple Personality Disorder

1 de Noviembre de 2002

Este es un conjunto de 3 ejercicios tomados de los parciales de MPD de años anteriores; no constituye un parcial en su globalidad. El objetivo es que tengan ejemplos de ejercicios de evaluación y puedan autoevaluarse contra un nivel.

Ejercicio 1

Sean $x_s[n]$ una secuencia obtenida a partir de las muestras de un proceso estocástico real, estacionario de tiempo continuo $x_c(t)$, muestreado con una frecuencia $f_s = 1/T_s$.



1. [2 pts.] Hallar una expresión para la autocorrelación de x_s, $R_{x_s}[n]$, en función de la autocorrelación de $x_c(t)$, $R_{x_c}(\tau)$

2. [4 pts.] Sea $G_{x_c}(\omega) = \Pi\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right)$ la densidad espectral de $x_c(t)$. Hallar todas las posibles frecuencias de muestreo de forma que no haya solapamiento en la densidad espectral de $x_s[n]$, $G_{x_s}(e^{j\theta})$. Bosquejar $G_{x_s}(e^{j\theta})$ indicando las características (altura, frecuencia particulares, etc.)

3. [4 pts.] Hallar $R_{x_s}[n]$, en las condiciones de la parte 2.

Las muestras $x_s[n]$ son filtradas con un filtro discreto de respuesta frecuencial $H(e^{j\theta})$.

4. [1 pts.] Dar una expresión (sin demostrar) para la densidad espectral de la salida del filtro, $y[n]$, $G_y(e^{j\theta})$.

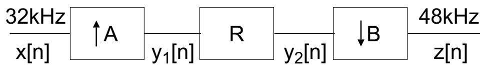
5. [4 pts.] Hallar la autocorrelación de la señal de salida, $R_y[n]$, de los siguientes filtros en función de los parámetros del problema.

   a) definido por la ecuación de recurrencia: $y[n] = x_s[n] - a\, x_s[n-1]$

   b) de transferencia $H(e^{j\theta}) = \Pi\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)$, con $\theta_0 f_s = \omega_0$.

Ejercicio 2

La señal $x[n]$ que tiene densidad espectral de potencia $G_x(\theta) = \Lambda(\frac{\theta}{\pi})$, debe ingresar a otro sistema de tiempo discreto que trabaja a frecuencia $f_s' = 48\text{kHz}$. Para ello, se propone el siguiente sistema para alterar la frecuencia de muestreo:



El bloque $\boxed{\uparrow \text{A}}$ es un expansor (entre dos muestras consecutivas de la entrada, agrega $A-1$ muestras nulas), R es un filtro digital, y $\boxed{\downarrow \text{B}}$ es un compresor (devuelve una de cada B muestras).

1. [4 pts.] Evaluar los parámetros A y B e indicar las características deseadas del filtro R.
2. [4 pts.] Graficar el espectro en todos los puntos (y, y_1, y_2, z).
3. [2 pts.] Dar la respuesta al impulso del filtro R.
4. [2 pts.] ¿Se podría utilizar el bloque compresor antes del bloque expansor?

Ejercicio 3

Sea $x_c(t)$ un proceso estocástico en tiempo continuo, estacionario en sentido amplio. Este proceso se muestrea a una tasa T para obtener el proceso estocástico discreto $x[n] = x_c(nT)$.

1. [2 pts.] Probar que el proceso discreto es *Estacionario en Sentido Amplio.*
2. [3 pts.] Si $h_d[n]$ es un **SLIT** estable y $x[n]$ es su entrada, probar que la salida es *Estacionaria en Sentido Amplio.*
   Expresar la autocorrelación del proceso de salida en función de la autocorrelación del proceso de entrada y de $h_d[n]$.
3. [2 pts.] Si $G_{x_c}(f) = A^2\,\Lambda(f/f_0)$, hallar el mínimo T para el cual el proceso discreto $x[n]$ es *blanco.* Hallar su **potencia** P_x.

De ahora en más el filtro $h_d[n]$ tiene respuesta frecuencial dada por $H_d(e^{j\theta}) = e^{-j\theta}\left(1 - a\,e^{-j\theta}\right)^{-1}$ donde $0 < a < 1$.

4. [3 pts.] Si $y[n]$ es la respuesta de este filtro a la entrada $x[n]$, para T *en las condiciones de la parte anterior*; hallar explícitamente la **potencia** P_y del proceso de salida $y[n]$.
5. [2 pts.] Bosqueje la *Densidad Espectral de Potencia*, $G_y(e^{j\theta})$ del proceso $y[n]$.
6. [3 pts.] Hallar explícitamente $R_y[n]$ la *autocorrelación* del proceso $y[n]$, a partir de los resultados de la parte 2.