Curso: Teoría, Algoritmos y Aplicaciones de Gestión Logística.

Modelos de Ubicación de Instalaciones

Departamento de Investigación Operativa
Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería
Universidad de la República, Montevideo, Uruguay

dictado semestre 2 - 2022

Contenido: (cap. 15 libro referencia)

1. Introducción
2. Problema de la p-mediana (sección 15.2)
3. Problema de ubicación de instalaciones con capacidades y fuente única (sección 15.3)
4. Diseño de un sistema de distribución (sección 15.4)

Introducción

- Localización de nuevas instalaciones (puntos de venta, almacenes, fábricas): problema frecuente en logística.

- Impacto estratégico, ya que determinan luego el flujo eficiente de materiales y productos a través de la red de distribución.

- Problemas a ver en esta clase: localizar un conjunto de almacenes en una red de distribución.

- Hipótesis: la ubicación de un almacen en un sitio específico incluye un costo fijo (p.ej, costo de construcción, alquiler, etc.), y un costo variable para el transporte (que incluye en general el costo de transportar los productos del almacen a los minoristas o puntos de venta, y el costo de transportar los productos de las fábricas a los almacenes).

- En general, el objetivo es ubicar un conjunto de instalaciones para minimizar el costo, sujeto a restricciones que podrían incluir:

– Capacidad de cada almacen, que limita el área a la que puede dar servicio.
– Envíos de productos a un punto de venta desde un único almacen.
– Distancia máxima entre el almacen y los puntos de venta, para asegurar que los tiempos de distribución no sean excesivos.

Problema de localización p-mediana (o de las p medianas, p-Median Problem)

- Modelo clásico, problema de localización más simple posible.

- Sea un conjunto de puntos de venta conocidos $N = \{1, \ldots, n\}$, distribuidos de manera geográficamente dispersa en una región. Existe un conjunto $M = \{1, \ldots, m\}$ de posibles ubicaciones para localizar almacenes de distribución. El problema consiste en ubicar p almacenes dentro de los $m > p$ lugares disponibles, sabiendo que cada punto de venta recibirá sus envíos del almacen más próximo geográficamente.

- Hipótesis: no hay costos fijos diferentes en los distintos sitios; no hay restricciones de capacidad sobre la demanda provista desde un almacen.

- Demanda conocida w_i de cada punto de venta i.

- Costos de transporte c_{ij} entre punto de venta i y ubicación potencial de almacen j.

- Variables de decisión $Y_j = 1$ si se instala un almacen en el punto j, 0 si no; $X_{ij} = 1$ si el punto de venta i es atendido por el almacen j, 0 si no.

Formulación del problema de localización p-mediana

$$\text{Problema P:} \min \quad \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} X_{ij} \tag{1}$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1, \forall i \in N, \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{m} Y_j = p, \tag{3}$$

$$X_{ij} \leq Y_j \quad \forall i \in N, \forall j \in M, \tag{4}$$

$$X_{ij}, Y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in M. \tag{5}$$

Posibles extensiones

- Costos de transporte c_{ij} pueden ser la distancia geométrica, o la distancia en una red de caminos, o incorporar un costo fijo más un costo por distancia. También pueden tener en cuenta gastos variables (por distancia y/o tipo de camino) y fijos (por ejemplo peajes).

- Es posible tener en cuenta almacenes pre-existentes, y/o asignaciones de puntos de venta pre-existentes.

- Es posible tener en cuenta límite en la cantidad de puntos de venta asignados a un almacen.

- Es posible tener en cuenta cota superior a la distancia (o tiempo) admitido de transporte entre un almacen y un punto de venta.

- Hipótesis: no hay costos fijos diferentes en los distintos sitios; no hay restricciones de capacidad sobre la demanda provista desde un almacen.

Relajación lagrangeana

- Idea general - construir un problema P_λ relajado, donde algunas restricciones son incorporadas en la f.objetivo con un multiplicador de penalización λ. Su solución Z_λ es cota inferior del óptimo Z^*; usando una búsqueda de subgradiente, se va actualizando el valor de λ iterativamente, hasta resolver el problema de inicio (o llegar a un número máximo de iteraciones). (Información complementaria: sección 6.3 libro referencia)

Formulación del problema de localización p-mediana relajado

$$\text{Problema } P_\lambda\text{: } \min \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}X_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\lambda_i\left(\sum_{j=1}^{m} X_{ij} - 1\right), \tag{6}$$

$$\tag{7}$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^{m} Y_j = p, \tag{8}$$

$$X_{ij} \le Y_j \quad \forall i \in N, \forall j \in M, \tag{9}$$

$$X_{ij}, Y_j \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in M. \tag{10}$$

Se descompone el problema por sitio j, definiendo subproblemas P_λ^j,

$$\text{Problema } P_\lambda^j\text{: } \min \quad \sum_{i=1}^{n} (c_{ij} + \lambda_i) X_{ij}, \tag{11}$$

$$\tag{12}$$

$$\text{s.a.} \quad X_{ij} \leq Y_j \quad \forall i \in N \tag{13}$$

$$X_{ij}, Y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N. \tag{14}$$

Se resuelven todos los subproblemas considerando $Y_j = 1$, con valores óptimos $Z_\lambda^j = \sum_{i=1}^{n} \min(c_{ij} + \lambda_i, 0)$, luego se seleccionan los p sitios de menores valores objetivo, y se encuentra una cota del problema original; actualizándose los valores de λ hasta llegar a una solución factible (o muy cercana a la factibilidad). Por otra parte, se van construyendo soluciones factibles corrigiendo los casos en que un punto de venta no está asignado o está asignado a más de un sitio, para ir teniendo cotas superiores.

Problema de ubicación de instalaciones con capacidades y fuente única

- Extensión del problema anterior, con los siguientes cambios: el número de almacenes a ubicar, p, no está fijo (pasa a ser variable de decisión); si se ubica un almacen en la ubicación j, hay un costo fijo f_j, y hay una capacidad máxima q_j de demanda que se puede atender. Se considera que cada punto de venta se atiende desde un único almacen.

- El problema consiste en decidir donde localizar los almacenes, y como asignar los puntos de venta a los almacenes para minimizar el costo total.

- Problema más complejo, ya que, al existir restricciones de capacidad, los puntos de venta no son necesariamente asignados a los almacenes más cercanos. Asimismo, p es una v. de decisión adicional.

Formulación del problema

$$\text{Problema CFLP: } \min \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}X_{ij} + \sum_{j=1}^{m} f_j Y_j \tag{15}$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1, \quad \forall i \in N, \tag{16}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i X_{ij} \leq q_j Y_j, \quad \forall j \in M, \tag{17}$$

$$X_{ij}, Y_j \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in M. \tag{18}$$

Problema de diseño de un sistema de distribución

- Problema más general, teniendo en cuenta transporte de las plantas a los almacenes, y de los almacenes a los puntos de venta. Consideramos varios productos, varias plantas y puntos de venta; se eligen las ubicaciones de los almacenes intermedios.

- El problema consiste en decidir donde localizar los almacenes, y como asignar el flujo de productos para minimizar el costo total.

Formulación

- Plantas $\{1, \ldots, L\}$.
- Ubicaciones potenciales para los almacenes $\{1, \ldots, J\}$.
- Puntos de venta $\{1, \ldots, I\}$.
- Productos $\{1, \ldots, K\}$.
- Número de almacenes a ubicar, W.
- Costo de envío de una unidad de producto k de la planta ℓ al almacen j, $c_{\ell jk}$.
- Costo de envío de una unidad de producto k del almacen j al punto de venta i, d_{jik}.

- Costo fijo de localización de un almacen en j, f_j.
- Oferta de producto k en la planta ℓ, $v_{\ell k}$.
- Demanda de producto k en el punto de venta i, w_{ik}.
- Volumen unitario del producto k, s_k.
- Capacidad en volumen de un almacen en el sitio j, q_j.
- v.d. $Y_j = 1$ si se localiza un almacen en el sitio j, 0 si no.
- v.d. $U_{\ell jk}$ unidades de producto k transportadas de la planta ℓ al almacen j.
- v.d. $X_{jik} = 1$ si se envía producto k al punto de venta i desde el almacen j, 0 si no.

Formulación

$$\min \quad \sum_{\ell=1}^{L}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} c_{\ell jk}U_{\ell jk} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} d_{jik}w_{ik}X_{jik} + \sum_{j=1}^{J} f_j Y_j \tag{19}$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^{J} X_{jik} = 1, \quad \forall i = 1,\ldots,I, \forall k = 1,\ldots,K, \tag{20}$$

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} s_k w_{ik} X_{jik} \leq q_j Y_j, \ \forall j = 1,\ldots,J, \tag{21}$$

$$\sum_{i=1}^{I} w_{ik}X_{jik} \leq \sum_{\ell=1}^{L} U_{\ell jk}, \ \forall j = 1,\ldots,J, \forall k = 1,\ldots,K, \tag{22}$$

$$\sum_{j=1}^{J} U_{\ell jk} \leq v_{\ell k}, \ \forall \ell = 1,\ldots,L, \forall k = 1,\ldots,K, \tag{23}$$

$$\sum_{j=1}^{J} Y_j = W, \tag{24}$$

$$X_{jik}, Y_j \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \ldots, I, \forall j = 1, \ldots, J, \forall k = 1, \ldots, K, \tag{25}$$

$$U_{\ell jk} \geq 0, \quad \forall \ell = 1, \ldots, L, \forall j = 1, \ldots, J, \forall k = 1, \ldots, K. \tag{26}$$