Máquina de Polos Salientes en Régimen Lineal.

1. Relación entre fasores espaciales y fasores temporales.

Dados:

$$\varepsilon_s = \frac{3}{2}\frac{4}{\pi}\left(K_{b_s} n_s\right) I_s \sqrt{2} cos(\omega t - \theta - \varphi)$$

$$\varepsilon_r = \frac{4}{\pi}\left(K_{b_r} n_r\right) I_r cos(\omega t - \theta + \alpha_0)$$

Sus fasores espaciales asociados son vectores que apuntan a la posición angular del máximo; puesto que en t=0 el máximo de ε_s apunta a $\theta = -\varphi$ y ε_r apunta a $\theta = \alpha_0$; luego como ambas fmm se mueven a igual velocidad (constante) el desfasaje entre ambas se mantiene, por lo que la información de la posición espacial relativa está dada por los siguientes vectores:

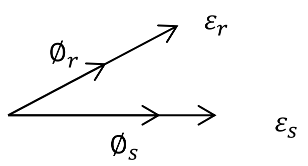
$$\vec{\varepsilon_s} = \frac{3}{2}\frac{4}{\pi}\sqrt{2}\left(K_{b_s} n_s\right) I_s < -\varphi$$

$$\overrightarrow{\varepsilon_r} = \frac{4}{\pi}\left(K_{b_r} n_r\right) I_r < \alpha_0$$

Si suponemos una máquina de rotor cilíndrico en el instante en que el flujo enlazado por la fase a debido al campo magnético producido por ε_r es máximo; en este instante ε_r se encuentra alineada con el eje magnético de la fase a.

Para que la misma fase a enlace el máximo flujo debido al campo producido ahora por ε_s la maquina debió girar un ángulo espacial igual a $\alpha_0 + \varphi$ o sea que transcurrieron $\frac{\alpha_0+\varphi}{\omega}$ segundos; en este instante ε_s se encuentra alineada con el eje magnético de la fase a.

Se concluye que el mismo desfasaje espacial que existe entre las fmm existe en el tiempo entre las magnitudes como los flujos que varían solo en el tiempo; es por esto que es posible superponer en un único diagrama fesorial estas magnitudes.



En una máquina de rotor cilíndrico en régimen lineal el circuito magnético es único tanto para ε_s como para ε_r por lo que existe una reluctancia única que asocia fmm con flujo esto es:

$$\emptyset_s = \frac{\varepsilon_s}{\mathcal{R}}$$

$$\emptyset_r = \frac{\varepsilon_r}{\mathcal{R}}$$

En el caso de una máquina de polos salientes esto no es así ya que el flujo de rotor siempre estará sobre un camino de entrehierro mínimo y el flujo de estator dependerá de la posición relativa al rotor.

2. Introducción.

Las fmm en una maquinan sincrónica son:

$$\varepsilon_s = \frac{3}{2}\frac{4}{\pi}\left(K_{b_s} n_s\right) I_s \sqrt{2} cos(\omega t - \theta - \varphi)$$

$$\varepsilon_r = \frac{4}{\pi}\left(K_{b_r} n_r\right) I_r cos(\omega t - \theta + \alpha_0)$$

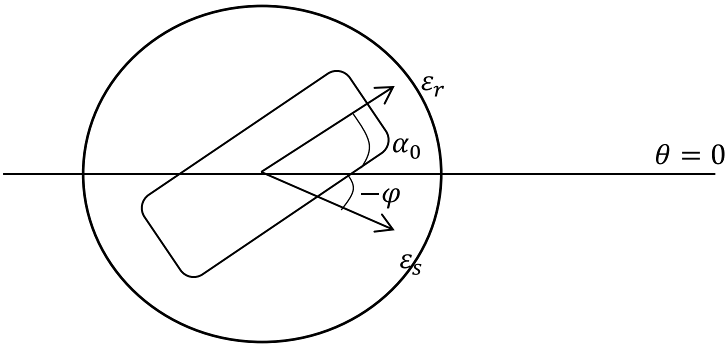
Se observa que la posición relativa de fmm de estator respecto de la fmm de rotor depende φ que es el factor de potencia de la carga.

El valor de α_0 lo fija la posición inicial del rotor.

En el instante t =0 el máximo de ε_s apunta a $\theta = -\varphi$ y ε_r apunta a $\theta = \alpha_0$; luego como ambas fmm se mueven a igual velocidad (constante) el desfasaje entre ambas se mantiene.

Se observa que:

- ε_r siempre tiene en su camino el entrehierro mínimo dado que la fmm producida por el rotor es siempre en la dirección del eje del rotor.
- El entrehierro en el camino de ε_s depende de su posición relativa al rotor (depende del factor de potencia de la carga)



La segunda observación pone de manifiesto una dificultad para el cálculo del flujo enlazado por una fase del inducido; en el caso de una máquina de rotor cilíndrico esta dificultad no existe pues el entrehierro es constante.

Observación.

Supongamos que la carga es tal que los máximos de ε_s y ε_r tienen el mismo sentido; en este caso el circuito magnético para ambas fmm es el mismo (entrehierro mínimo en ambos circuitos)

3. **Modelo: Teoría de las dos Reacciones (Blondell).**

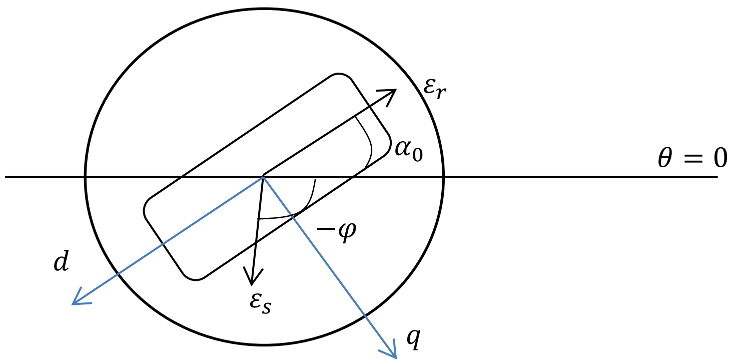
Definición:

Eje directo (d): eje en la misma dirección y sentido opuesto que la fmm de rotor.

Eje en cuadratura (q): eje a 90°(eléctricos) del eje directo.

Observación:

- El eje q coincide con la dirección de la tensión inducida debido al flujo del inductor (E); el rotor debe girar 90 grados desde el momento que el máximo de la fmm de rotor se alinea con el eje magnético de la bobina a, para que se dé el máximo en la tensión inducida (E) debido al flujo del rotor.



De esta forma es posible descomponer la fmm de estator según estos dos ejes.

$$\overrightarrow{\varepsilon_s} = \overrightarrow{\varepsilon_d} + \overrightarrow{\varepsilon_q}$$

Se observa que $\overrightarrow{\varepsilon_d}$ actúa siempre sobre un circuito magnético con una reluctancia bien definida; la que corresponde al menor entrehierro.

Se observa que $\overrightarrow{\varepsilon_q}$ actúa siempre sobre un circuito magnético con una reluctancia bien definida; la que corresponde al mayor entrehierro.

Además cuando $\overrightarrow{\varepsilon_s}$ es según el eje d no "genera" fmm según el eje q y cuando $\overrightarrow{\varepsilon_s}$ es según el eje q no "genera" fmm según el eje d; estos ejes están magnéticamente desacoplados

Cargando la máquina de forma que $\overrightarrow{\varepsilon_s}$ sea sobre el eje d se tendrá:

$$\overrightarrow{\varepsilon_s} = \overrightarrow{\varepsilon_d} = \mathcal{R}_d \overline{\emptyset_d}$$

Análogamente cargando a la máquina de forma que $\overrightarrow{\varepsilon_s}$ sea sobre el eje q se tendrá:

$$\overrightarrow{\varepsilon_s} = \overrightarrow{\varepsilon_q} = \mathcal{R}_q \overline{\emptyset_q}$$

En una situación más general donde $\overrightarrow{\varepsilon_s}$ tenga una dirección arbitraria se tendrá un flujo sobre cada eje y el flujo total será la suma de ambos (esto es válido en régimen lineal):

$\overline{\emptyset_s} = \overline{\emptyset_d} + \overline{\emptyset_q}$

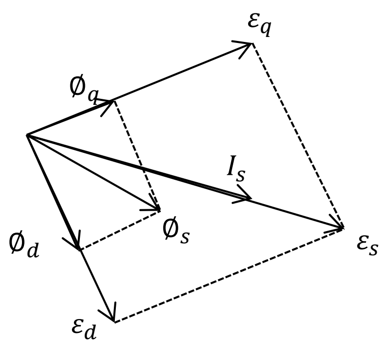
Con: $\overline{\emptyset_d} = \frac{\overrightarrow{\varepsilon_d}}{\mathcal{R}_d}$ $\quad \overline{\emptyset_q} = \frac{\overrightarrow{\varepsilon_q}}{\mathcal{R}_q}$

Entonces:

$$\overline{\emptyset_s} = \frac{\overrightarrow{\varepsilon_d}}{\mathcal{R}_d} + \frac{\overrightarrow{\varepsilon_q}}{\mathcal{R}_q} \neq \frac{\overrightarrow{\varepsilon_s}}{\mathcal{R}}$$

Esta última desigualdad denota que en una máquina de polos salientes la fmm de estator no tiene la misma dirección que el flujo neto, debido al campo de estator, aún en régimen lineal; en términos de campos la fmm no tiene la misma dirección que la inducción magnética.

Los instantes en que se dan los máximos del flujo neto, debido al campo de estator, enlazado por la fase no se dan en los instantes en que $\overrightarrow{\varepsilon_s}$ se encuentra alineada con el eje magnético de la mencionada fase.



Se descompone también la corriente de estator en dos componentes según eje d y eje q.

$$\overrightarrow{I_s} = \overrightarrow{I_d} + \overrightarrow{I_q}$$

A partir de estas definiciones y de plantear la ecuación correspondiente a la fase a se tiene:

$$v_A(t) = e_a(t) - R_s i_a(t) - L_f \frac{di_a}{dt}$$

Con:

$$e_a(t) = -\frac{d\Psi_a(t)}{dt}$$

Donde $\Psi_a(t)$ es el flujo total mutuo entre estator y rotor enlazado por la fase a y L_f es la inductancia de fugas del devanado de estator.

Pasando a régimen sinusoidal:

$$\overrightarrow{V_s} = -j\omega\overrightarrow{\Psi_s} - R_s\overrightarrow{I_s} - jX_f\vec{I_s}$$

$$\overrightarrow{\Psi_s} = \overline{\emptyset_s} + \overline{\emptyset_r}$$

Según se definio anteriormente: $\overline{\emptyset_s} = \overline{\emptyset_d} + \overline{\emptyset_q}$ entonces:

$$\overrightarrow{\Psi_s} = \overline{\emptyset_d} + \overline{\emptyset_q} + \overline{\emptyset_r}$$

$$-j\omega\overrightarrow{\Psi_s} = -j\omega\overline{\emptyset_d} - j\omega\overline{\emptyset_q} - j\omega\overline{\emptyset_r}$$

Pero:

$\overline{\emptyset_d} = L_{dm}\overline{I_d}$ $\qquad$ $\overline{\emptyset_q} = L_{qm}\overline{I_q}$

Entonces:

$$-j\omega\overrightarrow{\Psi_s} = -jX_{dm}\overline{I_d} - jX_{qm}\overline{I_q} - j\omega\overline{\emptyset_r}$$

Con: $\quad -j\omega\overline{\emptyset_r} = \bar{E}$ $\qquad$ Tensión inducida debido solo al flujo de inductor.

$$\overrightarrow{V_s} = -jX_{dm}\overline{I_d} - jX_{qm}\overline{I_q} - j\omega\overline{\emptyset_r} - R_s\overrightarrow{I_s} - jX_f\overrightarrow{I_s}$$

Sustituyendo:

$$\overrightarrow{I_s} = \overrightarrow{I_d} + \overrightarrow{I_q}$$

Se tiene:

$$\overrightarrow{V_s} = -j\left(X_{dm} + X_f\right)\overline{I_d} - j\left(X_{qm} + X_f\right)\overline{I_q} + \bar{E} - R_s\overrightarrow{I_s}$$

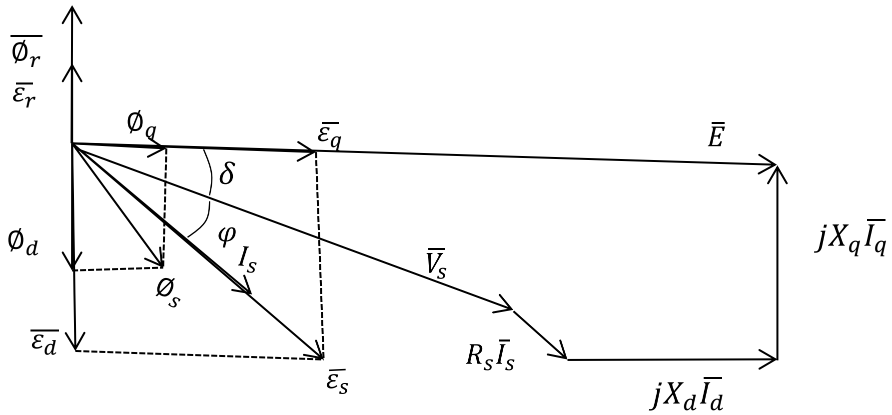
Definición (reactancias de eje directo y eje en cuadratura):

$$X_d = \left(X_{dm} + X_f\right)$$

$$X_q = \left(X_{qm} + X_f\right)$$

$$\overrightarrow{V_s} = \bar{E} - jX_d\overline{I_d} - jX_q\overline{I_q} - R_s\overrightarrow{I_s}$$

A partir de este desarrollo es posible construir un diagrama fasorial:



$$\psi = \varphi + \delta$$

Observación.

Es usual que el problema a resolver sea dada una maquina conectada en paralelo a una red de potencia infinita se quiera determinar la corriente de excitación necesaria para que la maquina funcione entregando una corriente dada bajo un factor de potencia también conocido. Además se conocen Xd y Xq.

¿Cómo se procede?

Se tiene:

$$\bar{E} = \overrightarrow{V_s} + jX_d\overline{I_d} + jX_q\overline{I_q} + R_s\overrightarrow{I_s}$$

Sustituyendo:

$$\overrightarrow{I_q} = \overrightarrow{I_s} - \overrightarrow{I_d}$$

Se tiene:

$$\bar{E} = \overrightarrow{V_s} + jX_q\overline{I_s} + R_s\overrightarrow{I_s} + j(X_d - X_q)\overline{I_d}$$

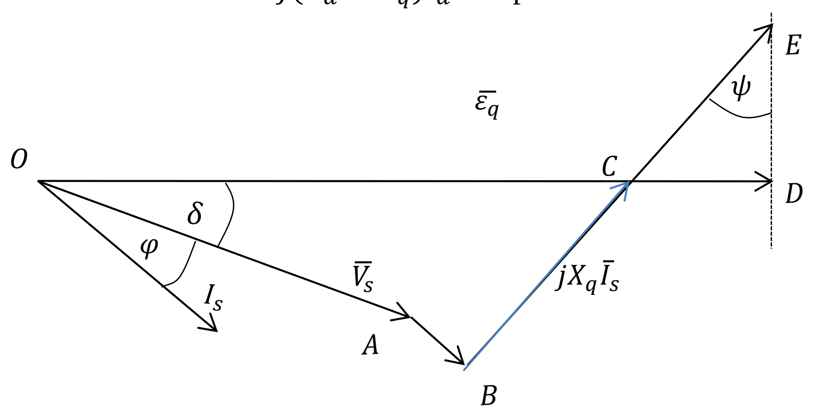
El termino: $j(X_d - X_q)\overline{I_d}$ tiene la misma dirección que $\bar{E}$ por lo tanto el siguiente termino también debe tener la misma dirección:

$$\bar{E}' = \overrightarrow{V_s} + jX_q\overline{I_s} + R_s\overrightarrow{I_s}$$

La ventaja es que $\bar{E}'$ se puede determinar a partir de los datos de partida del problema.

Una vez determinado $\bar{E}'$ se tiene la dirección del eje q y por tanto del eje d y de $\bar{E}$ con lo que se conoce δ y por tanto $\psi = \varphi + \delta$.

Luego sumando a $\bar{E}'$ la cantidad $j(X_d - X_q)\overline{I_d}$ nos permite determinar $\bar{E}$



$$\overline{OC} = \bar{E}'$$

$$\overline{OA} = V_s$$

$$\overline{AB} = R_s\bar{I}_s$$

$$\overline{CD} = j(X_d - X_q)\overline{I_d}$$

$$\overline{BC} = jX_d\overline{I_s}$$

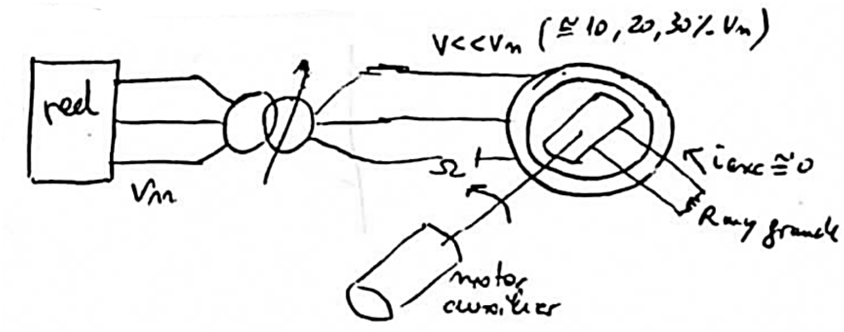
$$\overline{OD} = \bar{E}$$

Si: $\overline{BC} = jX_q\overline{I_s}$ Entonces: $\overline{CE} = j(X_d - X_q)\overline{I_s}$

Por lo que: $\overline{DE} = j(X_d - X_q)$

MS de Polos Salientes – Determinación de X_d y X_q.

Ensayo de deslizamiento



$\Omega' < \Omega_S$, pero $\Omega' \approx \Omega_S$.

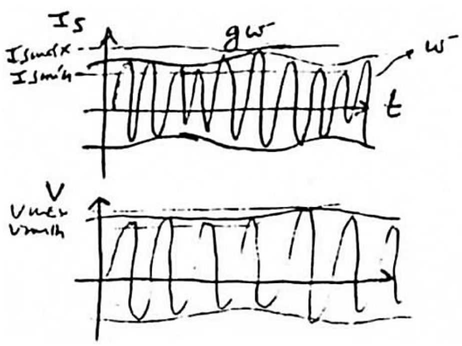
Se trabaja con un pequeño deslizamiento, del orden del 1%:

$$g = \frac{(\Omega_S - \Omega')}{\Omega_S} \cong 1\%$$

y se conecta a tensión reducida.

Trato de que $I_{rotor} \approx 0$, aunque no dejo los bornes abiertos. Coloco R muy grande $\Rightarrow i_{exc} \cong 0$. Esto es porque existen riesgos de que hayan sobretensiones en el bobinado del rotor (inductancia que ve un campo variable, y no gira a la velocidad de sincronismo). Tengo que proveer de un camino para que circule una I.

Voy girando con $\Omega' \neq \Omega_S \Rightarrow$ a veces se ve X_d y otras veces X_q; pero $X_d > X_q$.



Aparece una corriente de estator I_s modulada:

- Valor menor de I_s cuando se ve X_d, que es mayor
- Valor mayor de I_s cuando se ve X_q, que es menor.

V_S también aparece modulado, aunque en menor medida.

Luego: $\boxed{X_q = \frac{V_{MIN}}{I_S^{MAX}}}$ $\boxed{X_d = \frac{V_{MAX}}{I_S^{MIN}}}$

Observación: Si este ensayo se le hace a las máquinas sincrónicas de rotor liso, también encuentro $X_d \neq X_q$. Esto es porque tengo ranurado:

- En MS de polos salientes: $\frac{X_q}{X_d} \approx 0.5 - 0.8$
- En MS de polos lisos: $\frac{X_q}{X_d} \approx 0.90 - 0.95$

En rigor, todas las máquinas tienen este efecto que se ve más marcado en las máquinas de polos salientes.

En ensayo se basa en que la máquina no desarrolla potencia mecánica, con $g \neq 0$ y es sólo una impedancia pasiva