Estabilidad de Máquinas Síncronas

Curso Máquinas Eléctricas

Bibliografía

1- Apuntes del curso de Máquinas Eléctricas (ediciones anteriores)

https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/98573/mod_folder/content/0/Cap6_MS%20polos%20lisos_Estabilidad.pdf?forcedownload=1

https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/98573/mod_folder/content/0/Cap6_MS%20polos%20lisos_Estabilidad_Amortiguamiento.pdf?forcedownload=1

Motivación y objetivo

Mostrar qué sucede cuando la MS opera fuera de condiciones de sincronismo, las oscilaciones que pueden ocurrir o eventualmente la pérdida de sincronismo.

Se mostrará un método de análisis aproximado denominado Ley de las Áreas, que permite deducir condiciones límite de operación dinámica.

Definiciones

Si la MS funcionara a velocidad de sincronismo, la posición del rotor se puede expresar como: $\alpha(t) = \Omega_S \cdot t + \alpha_0$.

Donde Ω_S es la velocidad de sincronismo.

La velocidad de rotación del rotor la podemos expresar en general como: $\Omega = \Omega(t) = \frac{d\alpha}{dt}$.

Vamos a considerar perturbaciones en la velocidad de rotación. Esas perturbaciones se considerarán como superpuestas a la velocidad de sincronismo:

$$\boxed{\alpha(t) = \Omega_S \cdot t + \delta(t) + \alpha_0}$$

Definiciones

Se definió:

$$\alpha(t) = \Omega_S \cdot t + \delta(t) + \alpha_0$$

Donde $\delta(t)$ es el ángulo interno de la máquina, o ángulo entre la el campo rotórico y el campo resultante en el EH.

Notar que se expresa la posición instantánea del rotor ($\alpha(t)$) en función de la posición del campo más la posición del rotor respecto al campo ($\delta(t)$).

Definiciones

Hipótesis: tensión y frecuencia de estator constantes (por ejemplo, impuestas por la red):

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} V_S = cte \\ f = cte \end{array}\right\} \Rightarrow \omega = cte}$$

(campo giratorio a velocidad constante).

$\Omega(t) \neq \Omega_S = cte$, pero $\Omega(t) \cong \Omega_S$.

Formalmente:

$$\Omega(t) = \frac{d\alpha}{dt} = \Omega_S + \underbrace{\dot{\delta(t)}}_{perturbación} \rightarrow \boxed{\Omega(t) = \Omega_S + \dot{\delta(t)}}$$

Las variaciones de velocidad de rotación las expresamos como variaciones en el ángulo interno.

Ecuación mecánica del eje

Dado que el rotor de la MS es una masa rotante, y por lo tanto tiene asociado un momento de inercia J, se puede plantear la Segunda Cardinal:

$$[1] \qquad \boxed{J\frac{d\Omega}{dt} = C_m - C_r}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \ddot{\delta(t)}$$

Aceleración angular del rotor es la derivada segunda del ángulo interno. Notar que estamos trabajando relativos a la velocidad de sincronismo, o sea $\delta(t) = cte$ implica que el rotor gira a la velocidad de sincronismo.

Ecuación mecánica del eje

Multiplico [1] por $\Omega(t)$ y obtengo:

$$[2] \qquad J\Omega(t)\frac{d\Omega}{dt} = P_m - P_r$$

Se realiza ahora la aproximación $\Omega(t) \approx \Omega_S$. Luego, en función de la variación que se encuentre, se justifica esta hipótesis.

Si además se escribe para el caso de un alternador:

$$[3] \qquad \boxed{J\,\Omega_S\,\ddot{\delta}(t) = P_m - 3\frac{V_S E}{X_S}\sin\delta}$$

Variaciones entorno a un punto de equilibrio

Hipótesis sobre las condiciones de operación: $E = cte$, y además modelamos la MS según Behn-Eschemburg: $X_S = cte$.

En $t = t_0$:

$$P_m = P_{m0}$$

$$P_r = P_{r0} = 3\frac{V_S E}{X_S}\sin\delta_0$$

Donde δ_0 es el ángulo interno de la MS, operando en régimen permanente en ese punto de trabajo. Dado que estamos en equilibrio: [3] → [4].

$$\boxed{P_{m0} = 3\frac{V_S E}{X_S}\sin\delta_0} \qquad [4]$$

Variaciones entorno a un punto de equilibrio

En un entorno del punto de equilibrio:

$$P_m = P_{m0} + \Delta P_m$$
$$\delta = \delta_0 + \Delta\delta$$
$$\ddot{\delta} = \ddot{\overline{\Delta\delta}}$$

$$[3] \rightarrow J\,\Omega_S\,\ddot{\overline{\Delta\delta}} = P_{m0} + \Delta P_m - 3\,\frac{V_S E}{X_S}\,\underbrace{\sin(\delta_0 + \Delta\delta)}_{\sin\delta_0 + \cos\delta_0 \Delta\delta + \cdots}$$

$$[3] \rightarrow [5]\!: \underbrace{J\,\Omega_S}_{M_S}\,\ddot{\overline{\Delta\delta}} \cong \left(\underbrace{P_{m0} - 3\,\frac{V_S E}{X_S}\sin\delta_0}_{=0}\right) + \Delta P_m - 3\,\frac{V_S E}{X_S}\cos\delta_0\,\Delta\delta$$

Variaciones entorno a un punto de equilibrio

[5] $$M_S\,\overline{\ddot{\Delta\delta}} \cong \Delta P_m - \underbrace{3\,\frac{V_S E}{X_S}\cos\delta_0}_{\stackrel{\text{def}}{=}\,P_S(\delta_0)}\,\Delta\delta$$

Definición: "**Potencia Sincronizante**" → $\boxed{P_S(\delta) \stackrel{\text{def}}{=} 3\,\frac{V_S E}{X_S}\cos\delta}$

[5'] $$M_S\,\overline{\ddot{\Delta\delta}} + P_S(\delta_0)\Delta\delta \cong \Delta P_m$$

[5''] $$\boxed{\overline{\ddot{\Delta\delta}} + \frac{P_S(\delta_0)}{M_S}\Delta\delta \cong \frac{\Delta P_m}{M_S}}$$

Siendo esta última la ecuación que describe las pequeñas oscilaciones.

Oscilaciones libres

[5’’] → [6]

$$[6] \quad \boxed{\ddot{\overline{\Delta\delta}} + \omega_0^2\, \Delta\delta \cong 0}$$

Con $\omega_0^2 = \frac{P_S(\delta_0)}{M_S}$ (depende de δ_0)

Esta ecuación ($\ddot{x} + \omega_0^2\, x = 0$) tiene soluciones de la forma $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$, donde las pulsaciones naturales son de frecuencia $\omega_0 = \sqrt{\frac{P_S(\delta_0)}{M_S}}$

Oscilaciones forzadas

Si $\Delta P_m(t) = \Delta P_{m1}\cos(\omega_1 t + \varphi_1)$

[7] $$\boxed{\ddot{\overline{\Delta\delta}} + \omega_0^2 \Delta\delta \cong \frac{\Delta P_{m1}\cos(\omega_1 t + \varphi_1)}{M_S}}$$

En un caso general, se aplica la superposición de una solución particular de la ecuación con segundo miembro distinto de cero, más la solución general de la ecuación de oscilaciones libres (más la condición inicial $\left(x(0), \dot{x}(0)\right)$).

Frecuencia Natural de las Oscilaciones Libres

$$\boxed{\ddot{\overline{\Delta\delta}} + \omega_0^2\,\Delta\delta \cong 0}$$

Con:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{P_S(\delta_0)}{M_S}}$$ "Frecuencia de las Pulsaciones Naturales"

$$P_S(\delta_0) \stackrel{\text{def}}{=} 3\,\frac{V_S E}{X_S}\cos\delta_0$$ "Potencia Sincronizante"

No es potencia de la máquina, pero tiene dimensiones de potencia, y es la pendiente de la potencia eléctrica.

Frecuencia Natural de las Oscilaciones Libres

$$M_S = \underbrace{J}_{\substack{Momento\\de\\Inercia}} \quad \underbrace{\Omega_S}_{\substack{Velocidad\\de\\Sincronismo}}$$

En lugar del momento de inercia J, para las máquinas se suele dar la llamada "*Constante de Inercia*" H, también llamada "*Tiempo de Lanzamiento*".

$$H \stackrel{\text{def}}{=} \frac{T_n}{S_n} = \frac{Energía\ Cinética\ Nominal}{Potencia\ Aparente\ Nominal}$$

$$H = \frac{\frac{1}{2} J\, \Omega_S^2}{\sqrt{3} U_N I_N} \qquad [H] = \frac{MJoule}{MVA} = s\ (\text{"}Tiempo\ de\ Lanzamiento\text{"})$$

$$\omega_0^2 = \frac{P_S(\delta_0)}{M_S} = \frac{1}{2}\frac{P_S(\delta_0)\,\Omega_S}{H\ S_N} = \frac{\frac{1}{2}\frac{\cancel{3}V_S E}{X_S}\cos\delta_0\,\Omega_S}{H\cancel{3}V_N I_N}$$

Frecuencia Natural de las Oscilaciones Libres

Si
$$\left.\begin{aligned} V_S = V_N = cte \\ i_{exc} = cte \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} E = cte \\ V = cte \end{aligned}$$

$$X_S = x_S(p.u.)\frac{V_N}{I_N}$$

Entonces:

$$\omega_0^2 = \frac{\dfrac{1}{2}\dfrac{\cancel{V_N}E}{x_S\left(\dfrac{V_N}{\cancel{I_N}}\right)}\cos\delta_0\,\Omega_S}{H\cancel{V_N}\cancel{I_N}}$$

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{2}\frac{E}{V_N}\frac{\cos\delta_0}{x_S}\frac{\Omega_S}{H}}$$

Frecuencia Natural de las Oscilaciones Libres

Valores típicos

La tensión inducida es del orden de la tensión del estator:

$$E \approx V_N \Rightarrow \frac{E}{V_N} \approx 1$$

$$\cos \delta_0 \cong \cos 30° = 0.707$$

$$x_s(p.u.) \cong 1$$

$$\Omega_S = 314\ s^{-1} \quad (p = 1, 50\ Hz)$$

$2\ s < H < 10\ s$ Un valor típico de H puede ser, por ejemplo, $6\ s$

$$\rightarrow \omega_0^2 \cong 28 \Rightarrow \omega_0 \cong 5.3\ s^{-1} \Rightarrow f_0 \cong 0.8\ Hz$$

Ecuación de Grandes Oscilaciones

Usando la ecuación [3]: $\boxed{J\,\Omega_S\,\ddot{\delta}(t) = P_m - P_e(\delta)}$

(también podría ser $P_m(\delta)$)

"Armamos" la preintegral $\frac{d\dot{\delta}^2}{dt} = 2\dot{\delta}\ddot{\delta}$, multiplicando [3] por $2\dot{\delta}$:

$$2\,\underbrace{J\Omega_S}_{M_S}\,\dot{\delta}\,\ddot{\delta}(t) = 2[P_m(\delta) - P_e(\delta)]\dot{\delta}$$

$$2\,M_S\,\dot{\delta}\,\ddot{\delta}(t) = 2[P_m(\delta) - P_e(\delta)]\dot{\delta}$$

$$\frac{d\dot{\delta}^2}{dt} = \frac{2[P_m(\delta) - P_e(\delta)]}{M_S}\,\dot{\delta}$$

Ecuación de Grandes Oscilaciones

Entonces:

$$\dot{\delta}^2 = \int_{t_0}^{t} \frac{2[P_m(\delta) - P_e(\delta)]}{M_S} \frac{d\delta}{\cancel{dt}} \cancel{dt}$$

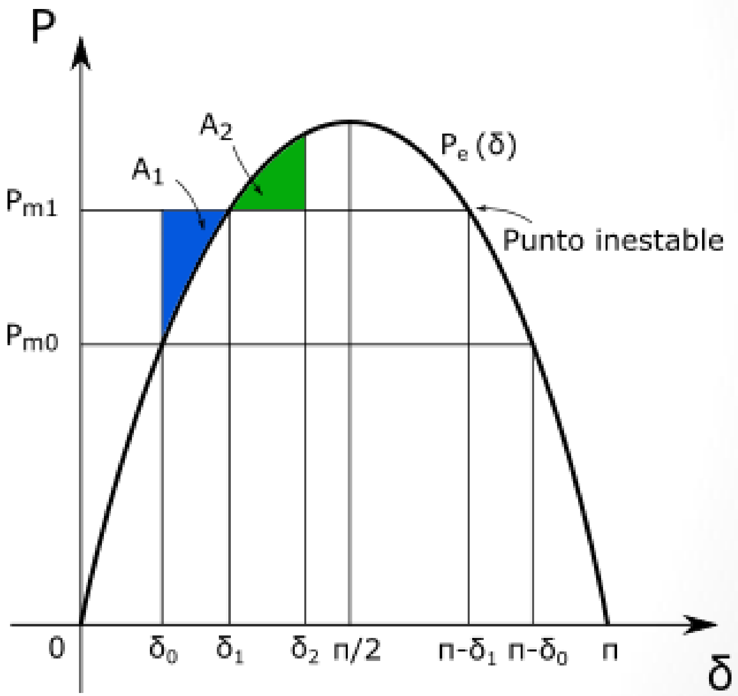
$$\boxed{\dot{\delta} = \pm \sqrt{\int_{\delta_0}^{\delta} \frac{2[P_m(\delta) - P_e(\delta)]}{M_S} d\delta}}$$

$$\boxed{\ddot{\delta} = \frac{[P_m(\delta) - P_e(\delta)]}{M_S}}$$

Ecuación de Grandes Oscilaciones

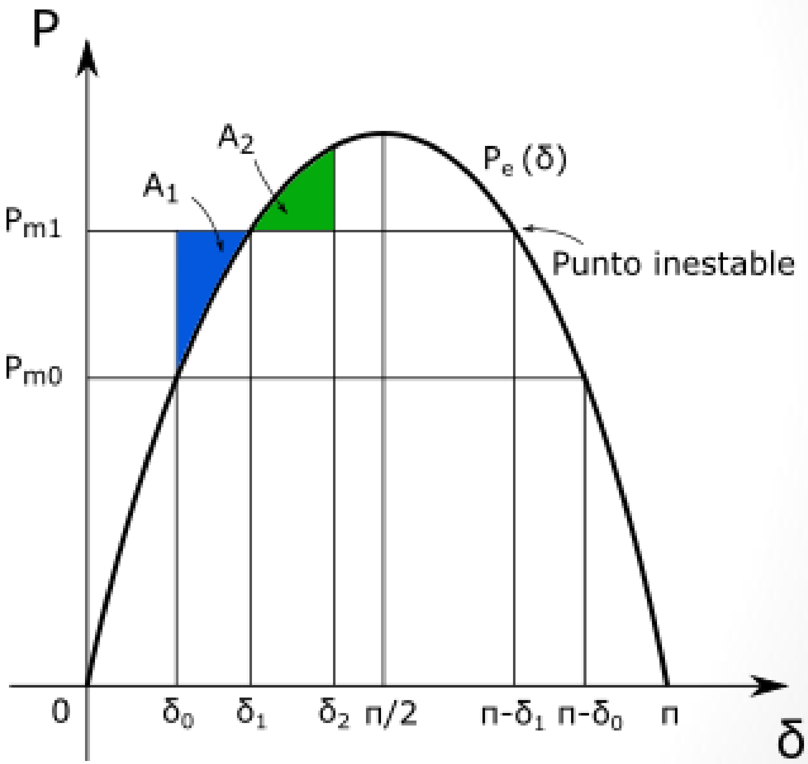
Inicialmente se trabaja en el punto (δ_0, P_{m0}). Por una perturbación $P_{m0} \rightarrow P_{m1}$. De este modo, δ comienza a crecer. Se va de δ_0 a δ_1 con $\dot{\delta} > 0$.

En δ_1 se equilibran $P_m(\delta)$ y $P_e(\delta)$, por lo que $\ddot{\delta}(\delta_1) = 0$ y $\dot{\delta}(\delta_1) > 0$. De esta manera, δ sigue aumentando, aunque $\ddot{\delta}(\delta) < 0$ una vez que se supera δ_1 y de este modo $\dot{\delta}$ comienza a decrecer.



Ecuación de Grandes Oscilaciones

$\dot{\delta}$ sigue decreciendo hasta que se llega al ángulo δ_2, que verifica que $\dot{\delta}(\delta_2) = 0$ y $\ddot{\delta}(\delta_2) < 0$. Así, el ángulo δ comienza a decrecer hasta llegar a δ_0 y el ángulo queda oscilando entre δ_0 y δ_2.



Ley de las Áreas

Se alcanza δ_2 cuando $\boxed{A_2 = A_1}$.

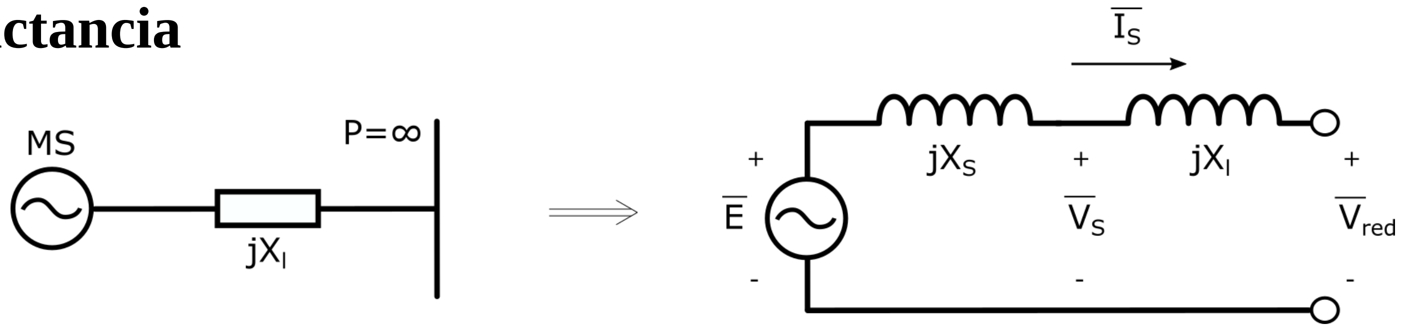
Hay estabilidad dinámica si $\delta_2 < \pi - \delta_1$.

"Ley de las Áreas": el área de P_{elec} (seno) por encima de P_{m1} debe ser $> A_1$.

A_1 representa la energía de aceleración de la MS, y tiene que haber margen de desaceleración antes de alcanzar el punto de inestabilidad dinámica en $\pi - \delta_1$.

Ley de las Áreas: aplicaciones

Ejemplo 1: Conexión a una red infinita a través de una reactancia

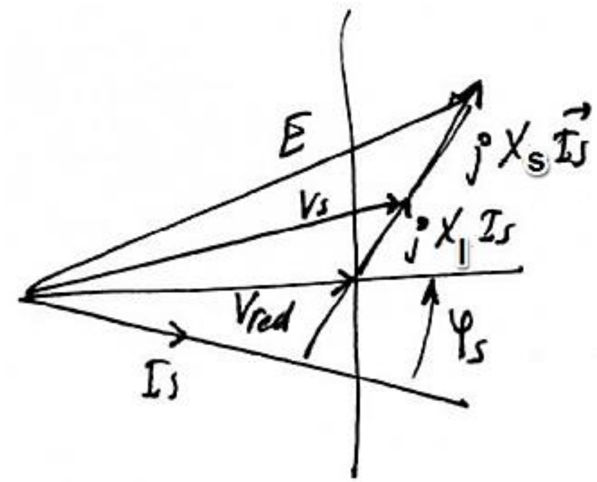


$$\overrightarrow{V_{red}} = \overrightarrow{V_S} - jX_l\overrightarrow{I_S}$$

$$\overrightarrow{V_S} = \vec{E} - jX_S\overrightarrow{I_S}$$

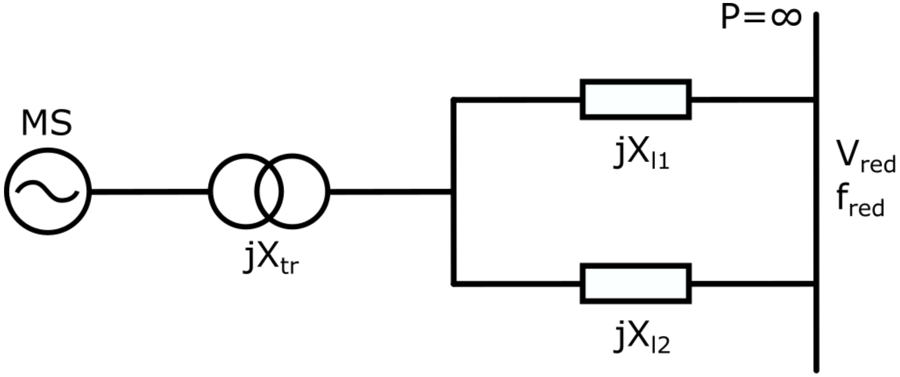
$$\overrightarrow{V_{red}} = \vec{E} - j(X_S + X_l)\overrightarrow{I_S}$$

Se debe analizar estabilidad con $X_S' = X_S + X_l$.

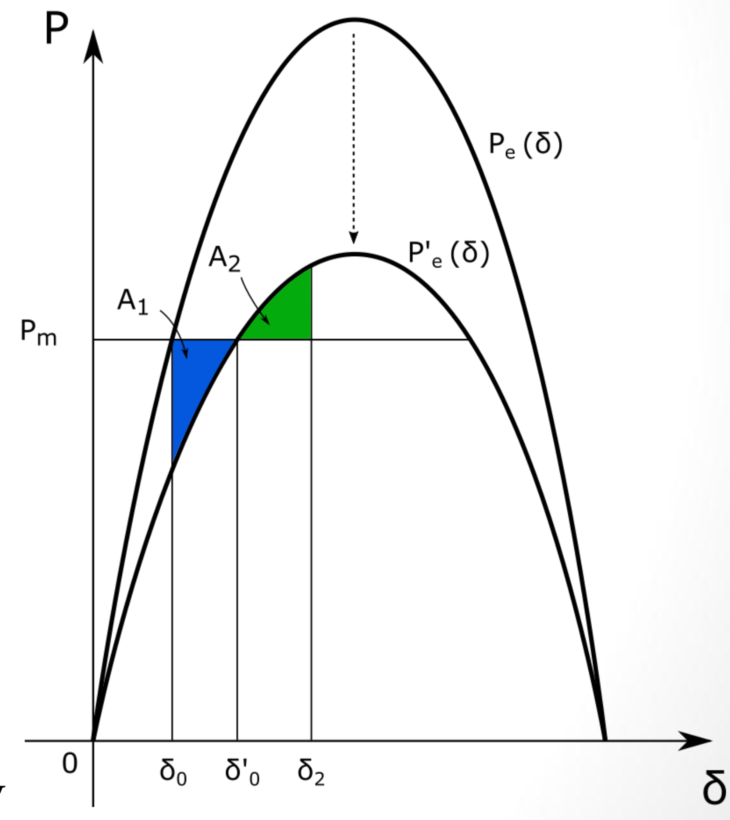


Ley de las Áreas: aplicaciones

Ejemplo 2: Pérdida de un vínculo



$X_{tot}=X_{tr}+(X_{l1}//X_{l2})$



Previamente opera con ambos vínculos en paralelo.

Si X_{l2} abre, entonces:

$X'_{tot} = X_{tr} + X_{l1} > X_{tot}$.

Se produce una aceleración (área A_1) y pasa a operar con mayor ángulo interno).

Ley de las Áreas: aplicaciones

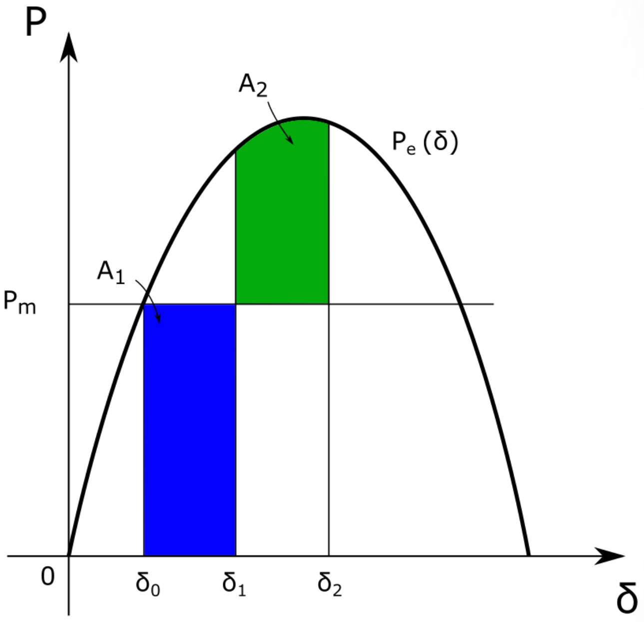
Ejemplo 3: Tiempo de despeje de una falta

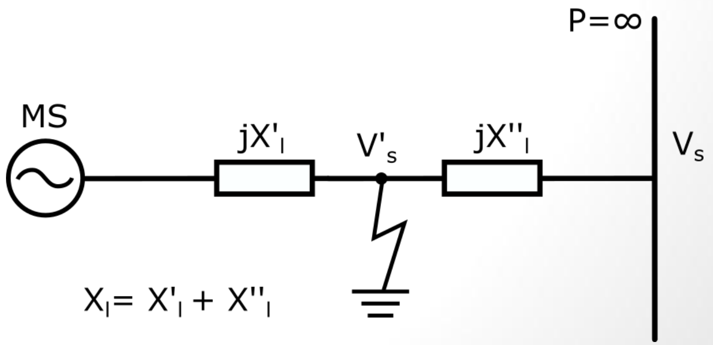
Hipótesis: Cortocircuito 3F a tierra.

$$P_{t^-} = 3\frac{V_S E}{X_S + X_l}$$

$P_{t^+} = 0$ ($V_S' = 0$ no existen otros caminos alternativos para evacuar la potencia Pm)

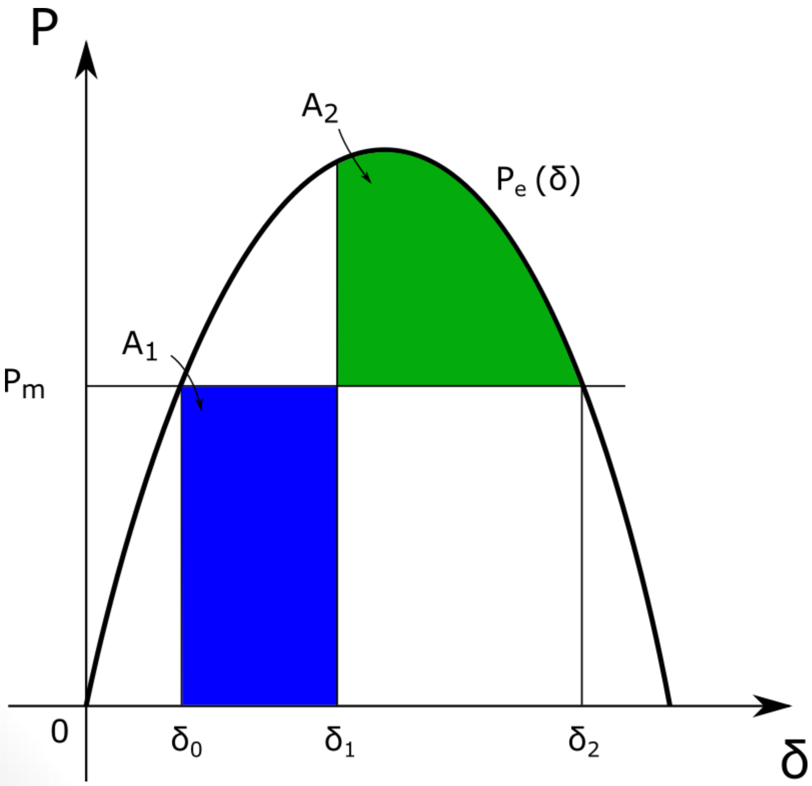
Se produce aceleración del rotor mientras el CC está presente.





Ley de las Áreas: aplicaciones

Ejemplo 3: Tiempo de despeje de una falta



Durante el corto, $P_e = 0$. La Ley de las Áreas fija el δ_1 máximo admisible (A_1=A_2) y por lo tanto, el tiempo máximo que puede permanecer instalado el CC antes de ser despejado por razones de estabilidad.

Amortiguación de las oscilaciones

Los arrollamientos amortiguadores de la MS en realidad son una jaula de ardilla.

Si al bobinado rotórico DC le superpongo una jaula, operando a velocidad de sincronismo no ven ningún campo variable, por lo que no tienen efecto. Pero si la máquina baja su velocidad ($\omega \downarrow$), el par motor la acelera.

Lo mismo sucede si la máquina se acelera, subiendo su velocidad ($\omega \uparrow$): el par motor la frena.

Amortiguación de las oscilaciones

De este modo, se dan oscilaciones de ω alrededor de ω_S.

$$\alpha(t) = \Omega_S t + \delta(t) + \alpha_0$$

$$\Omega(\mathrm{t}) = \frac{d\alpha(t)}{dt} = \Omega_S + \frac{d\delta}{dt}$$

El deslizamiento del rotor resulta: $g = -\frac{\delta(\dot{t})}{\Omega_S}$

Amortiguación de las oscilaciones

Recordando la ecuación de movimiento:

$$M_S\ddot{\delta} = P_{MEC} - P_{ELEC}$$

Considerando amortiguación debido a la jaula:

$$C_{amort} = -K\frac{\dot{\delta}}{\Omega_S} = -K'\dot{\delta}$$

Por lo tanto la ecuación mecánica resulta:

$$M_S\ddot{\delta} = P_{MEC} - K'\dot{\delta} - 3\frac{EV_S}{X_S}\sin\delta$$

Amortiguación de las oscilaciones

Trabajando en un entorno de δ_0 debido a las perturbaciones:

$$\delta \to \delta_0 + \Delta\delta$$

$$M_S\Delta\ddot{\delta} = \Delta P_{MEC0} - K\Delta\dot{\delta} - \overbrace{3\frac{EV_S}{X_S}\cos\delta_0}^{P_S}\Delta\delta$$

En definitiva:

$$M_S\Delta\ddot{\delta} + K\Delta\dot{\delta} + P_S\Delta\delta = \Delta P_{MEC0}$$

Se diseña entonces la jaula para que cumpla las funciones de amortiguación.

Amortiguación de las oscilaciones

La ecuación:

$$M_S \Delta\ddot{\delta} + K\Delta\dot{\delta} + P_S \Delta\delta = \Delta P_{MEC0}$$

Tiene soluciones de la forma:

$$\Delta\delta(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} \qquad k_1, k_2 \in \mathbb{R}$$
$$\Delta\delta(t) = (C_1 + C_2 t)e^{k_1 t} \qquad k_1 = k_2 \in \mathbb{R}$$
$$\Delta\delta(t) = e^{\alpha t}(C_1 \cos\beta t + C_2 \sin\beta t) \qquad \begin{cases} \alpha + j\beta \\ \alpha - j\beta \end{cases}, \qquad \alpha < 0$$

Amortiguación de las oscilaciones

Rotor Liso: No hay ranuras para poner la jaula. Pero el rotor es de acero macizo. Cuando tiene polos salientes, se construye el rotor con chapas laminadas (con el mismo criterio que en el caso de los transformadores, para bajar las pérdidas de Foucault).

En las máquinas con rotor macizo no se evitan las corrientes inducidas. Frente a las perturbaciones que sacan a la máquina del sincronismo, se generan corrientes inducidas que funcionan como la jaula.