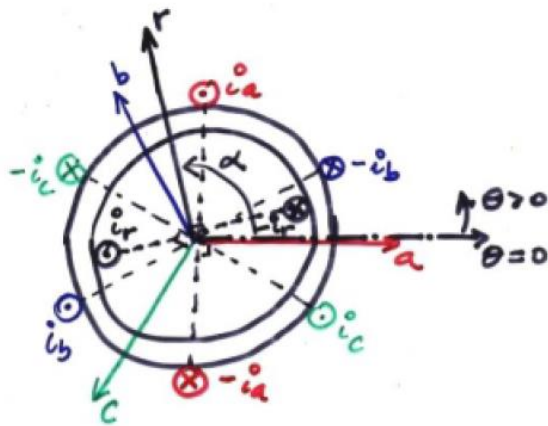


Maquina Síncrona en Régimen Lineal.

1. Modelo en Régimen Lineal.

Hipótesis.

- Régimen Lineal ($\mu_{rFe} \cong \infty$)
- Máquina de polos lisos = entrehierro constante = rotor cilíndrico
- Rotor monofásico alimentado en corriente continua.
- Estator trifásico
- $\alpha = \alpha(t) = \Omega_s t + \alpha_0$, posición del eje del rotor
-



Inductancia propia rotor: $L_r = cte.$

$$\text{Inductancias mutuas rotor-estator: } \begin{cases} M_{ar}(\alpha) = M_{rs} \cos(\alpha) \\ M_{br}(\alpha) = M_{rs} \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{cr}(\alpha) = M_{rs} \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Inductancias propias y mutuas del estator:

$$M_{ab} = M_{bc} = M_{ca}, \quad \text{independiente de } \alpha$$

$$L_a = L_b = L_c, \quad \text{independiente de } \alpha$$

Notación

- i_r = corriente del rotor = i_f ("field")
 $M_{rs} = M_{fs} = M_{sf}$
- $L_{aa} = L_a; L_{bb} = L_b; L_{cc} = L_c$
 $L_{ab} = M_{ab}; L_{bc} = M_{bc}; \dots \text{etc.}$

A los efectos de obtener el modelo de la máquina y teniendo en cuenta el régimen lineal se aplica superposición.

Rotor:

$$i_r = (i_f) = \text{Corriente continua}$$

Estator:

$$i_a(t) = I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

$$i_b(t) = I_s \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_c(t) = I_s \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Caso 1: Sólo el rotor alimentado.

$$\boxed{\begin{matrix} i_r = I_r \neq 0 \\ I_s = 0 \end{matrix}} \text{ "Máquina sincrónica en vacío"}$$

Flujos estator:

$$\begin{aligned} \Psi_a(t) &= M_{rs} I_r \cos(\alpha(t)) && \Rightarrow \vec{\Psi}_a \\ \Psi_b(t) &= M_{rs} I_r \cos\left(\alpha(t) - \frac{2\pi}{3}\right) && \Rightarrow \vec{\Psi}_b \\ \Psi_c(t) &= M_{rs} I_r \cos\left(\alpha(t) - \frac{4\pi}{3}\right) && \Rightarrow \vec{\Psi}_c \end{aligned}$$

Pues $\alpha(t) = \Omega_s t + \alpha_0$, pero $\Omega_s = \omega$ (bipolar)

Como en todos los dispositivos y regímenes trifásicos equilibrados, el funcionamiento se puede caracterizar por el de una fase

Definición:

$$\boxed{\vec{\Psi}_s = \vec{\Psi}_a} \left(\begin{matrix} \vec{\Psi}_b = \vec{\Psi}_s e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \vec{\Psi}_c = \vec{\Psi}_s e^{-j\frac{4\pi}{3}} \end{matrix} \right)$$

$$\Psi_a(t) = M_{rs} I_r \cos(\omega t + \alpha_0) \Rightarrow \vec{\Psi}_s = \vec{\Psi}_a = M_{rs} I_r \angle \alpha_0$$

Definición:

$$\boxed{\vec{I}_r = I_r \angle \alpha_0} \text{ Atención: } \nexists i_r(t) \text{ sinusoidal}$$

Pero:

$$\boxed{\vec{\Psi}_s = M_{rs} \vec{I}_r}$$

Flujo rotor: $\Psi_r = L_r I_r$ es una magnitud independiente de t .

Observación:

El flujo enlazado por el rotor es constante (independiente del tiempo) lo cual se justifica por el hecho de que el campo giratorio producido por el rotor y el rotor giran a la misma velocidad.

Caso 2: Sólo el estator alimentado.

$$\begin{matrix} i_r = I_r = 0 \\ I_s \neq 0 \end{matrix}$$

Flujos estator:

$$\begin{aligned} \Psi_a(t) &= L_a i_a(t) + M_{ab} i_b(t) + M_{ac} i_c(t) \\ \Psi_b(t) &= M_{ba} i_a(t) + L_b i_b(t) + M_{bc} i_c(t) \\ \Psi_c(t) &= M_{ca} i_a(t) + M_{cb} i_b(t) + L_c i_c(t) \end{aligned}$$

Sistema de construcción:

$$L_a = L_b = L_c = L_s$$

$$M_{ab} = M_{bc} = M_{ca} = M_{ba} = M_{cb} = M_{ac} = M_{ss}$$

$$\Psi_a(t) = L_s i_a(t) + M_{ss} [i_b(t) + i_c(t)] = L_s i_a(t) - M_{ss} i_a(t)$$

$$\Psi_a(t) = (L_s - M_{ss}) \sqrt{2} I_s \cos(\omega t - \varphi)$$

$$L_s - M_{ss} = \mathcal{L}_s = \text{Inductancia cíclica directa}$$

$$\Psi_a(t) = \mathcal{L}_s \sqrt{2} I_s \cos(\omega t - \varphi)$$

Definición:

$$\vec{I}_s = \sqrt{2} I_s \angle -\varphi$$

$$\vec{\Psi}_s = \vec{\Psi}_a = \mathcal{L}_s \vec{I}_s$$

Flujo del rotor

$$\Psi_r(t) = M_{ar} i_a + M_{br} i_b + M_{cr} i_c$$

$$\begin{aligned} \Psi_r(t) &= M_{rs} I_s \sqrt{2} \left[\cos(\alpha) \cos(\omega t - \varphi) + \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\alpha = \omega t + \alpha_0$$

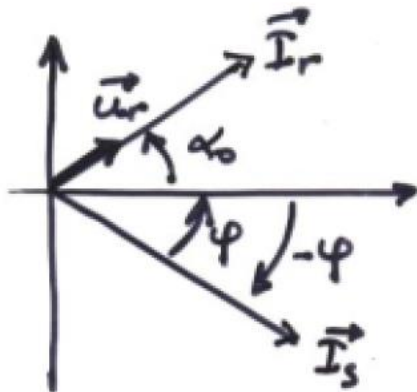
$$\begin{aligned} \Psi_r(t) = M_{rs}I_s\sqrt{2} & \left[\cos(\omega t + \alpha_0)\cos(\omega t - \varphi) \right. \\ & + \cos\left(\omega t + \alpha_0 - \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ & \left. + \cos\left(\omega t + \alpha_0 - \frac{4\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_r(t) = M_{rs}I_s\sqrt{2} & \left[\cos(2\omega t + \alpha_0 - \varphi) + \cos(\alpha_0 + \varphi) + \cos\left(2\omega t + \alpha_0 - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right. \\ & \left. + \cos(\alpha_0 + \varphi) + \cos\left(2\omega t + \alpha_0 - \varphi - \frac{8\pi}{3}\right) + \cos(\alpha_0 + \varphi) \right] \end{aligned}$$

$$\boxed{\Psi_r(t) = \frac{3}{2}M_{rs}I_s\sqrt{2} \cos(\alpha_0 + \varphi)} \quad \text{Independiente de } t$$

Observación:

El flujo enlazado por el rotor es constante (independiente del tiempo) lo cual se justifica por el hecho de que el campo giratorio producido por el estator y el rotor giran a la misma velocidad.



Caso 3: Ambas corrientes no nulas.

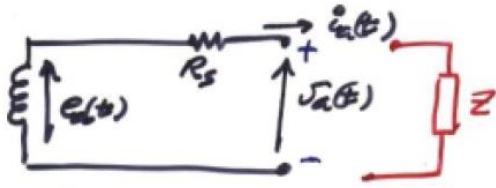
$$I_r \neq 0$$

$$I_s \neq 0$$

Superposición:

$$\begin{aligned} \vec{\Psi}_s &= M_{rs}\vec{I}_r + \mathcal{L}_s\vec{I}_s \\ \Psi_r &= L_r I_r + \frac{3}{2}M_{rs}I_s\sqrt{2} \cos(\alpha_0 + \varphi) = Cte \end{aligned}$$

Modelo de Behn Eschemburg.



$$v_A(t) = e_a(t) - R_s i_a(t)$$

$$e_a(t) = -\frac{d\Psi_a(t)}{dt}$$

Todo lineal y sinusoidal, si Z es carga lineal

$$v_A(t) \rightarrow \vec{V}_s; e_a(t) \rightarrow \vec{E}_s = -j\omega\vec{\Psi}_s$$

$$\vec{V}_s = -j\omega\vec{\Psi}_s - R_s\vec{I}_s$$

Sustituyendo el flujo enlazado por estator:

$$\vec{V}_s = -j\omega M_{rs}\vec{I}_r - j\omega\mathcal{L}_s\vec{I}_s - R_s\vec{I}_s$$

$$\vec{V}_s + R_s\vec{I}_s + j\omega\mathcal{L}_s\vec{I}_s = -j\omega M_{rs}\vec{I}_r$$

$$\omega\mathcal{L}_s = X_s = X_d$$

“reactancia sincrónica”

$$\vec{E} = -j\omega M_{rs}\vec{I}_r$$

\vec{E} = tensión en bornes del estator, en vacío

$$\vec{V}_s + R_s\vec{I}_s + jX_s\vec{I}_s = \vec{E}$$

 “Modelo de Behn-Eschemburg”

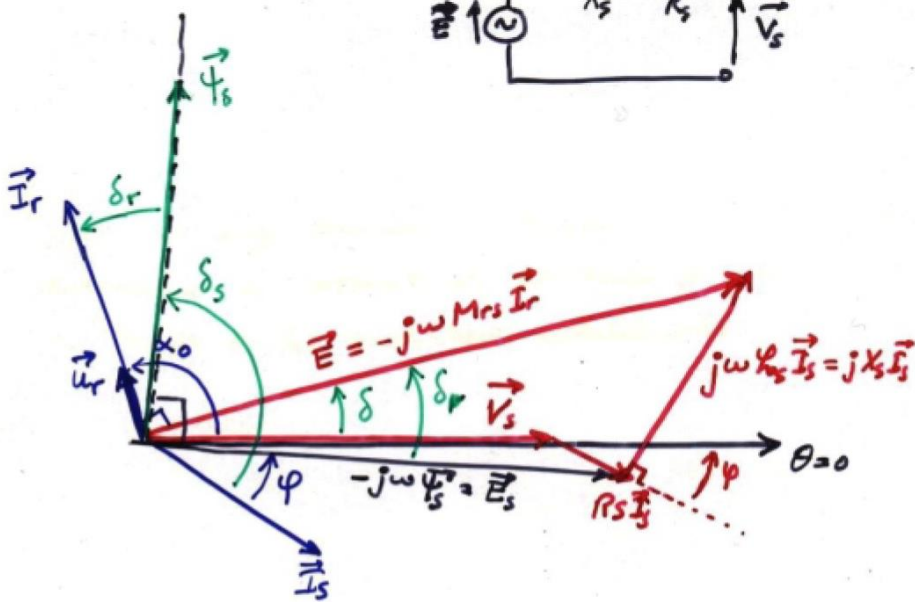
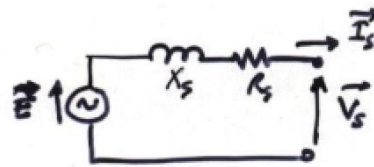
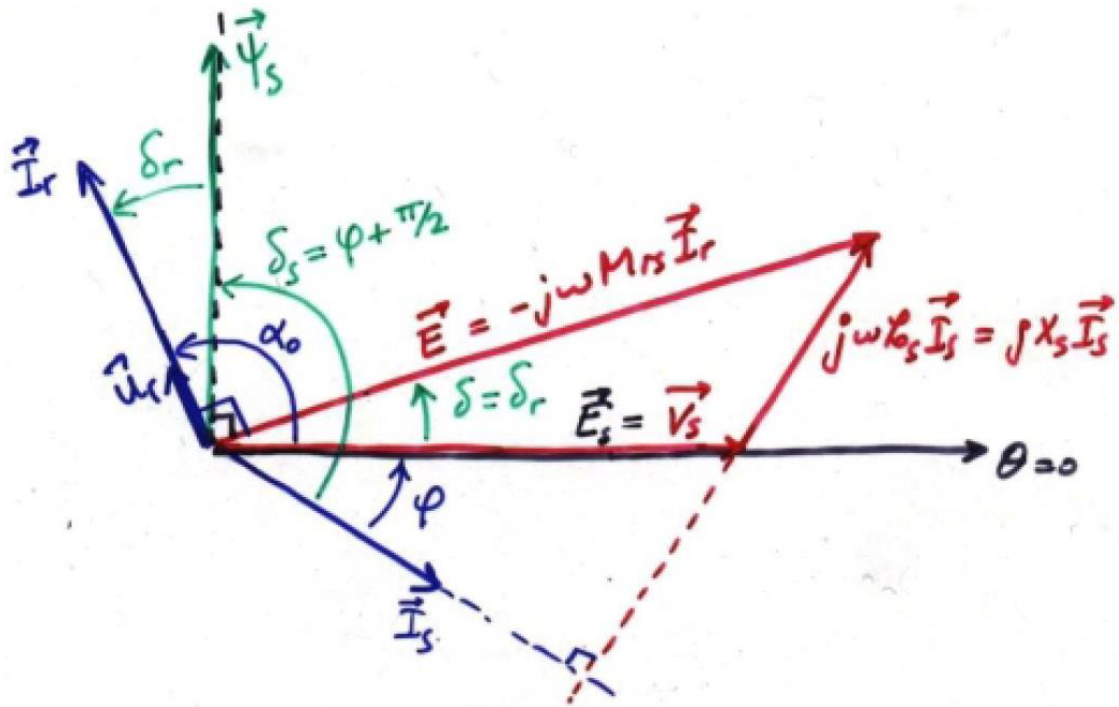
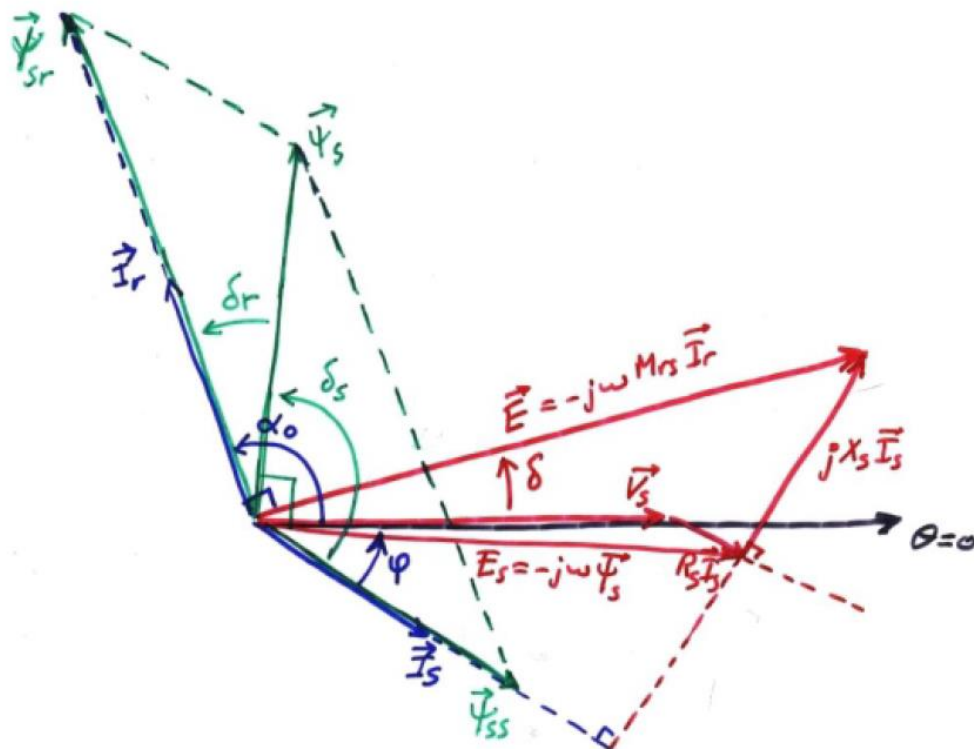


Diagrama simplificado ($R_s \cong 0$)



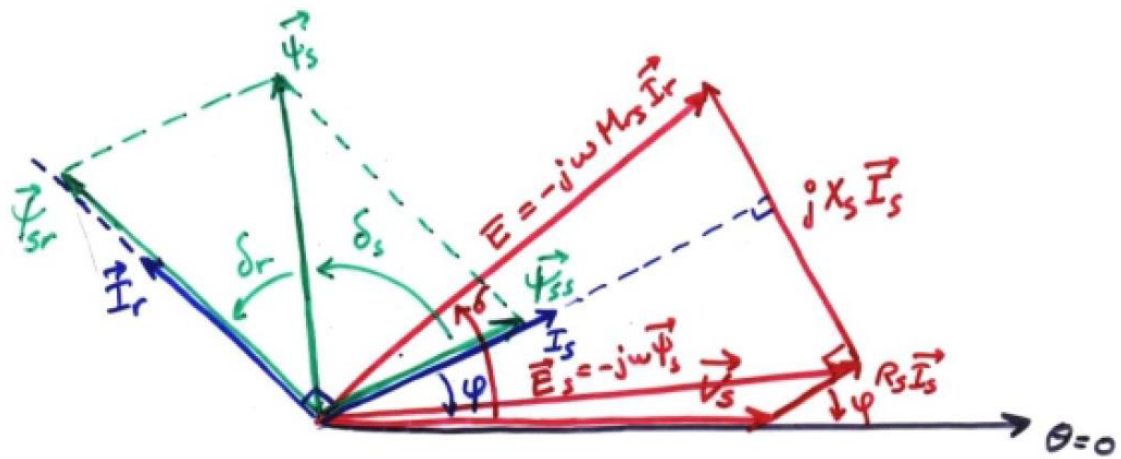
Carga Inductiva: Corrientes de carga (I_s) “desmagnetizan” la máquina $|\overline{\Psi_s}| < |\overline{\Psi_{sr}}|$



$$\overline{\Psi_s} = \overline{\Psi_{sr}} + \overline{\Psi_{ss}} \begin{cases} \overline{\Psi_{sr}} = M_{rs}\overline{I_r} \\ \overline{\Psi_{ss}} = \mathcal{L}_s\overline{I_s} \end{cases}$$

$$\overline{\Psi_s} = M_{rs}\overline{I_r} + \mathcal{L}_s\overline{I_s}$$

Carga Capacitiva: Corrientes de carga (I_s) “magnetizan” la máquina $|\vec{\Psi}_s| \geq |\vec{\Psi}_{sr}|$



$$\vec{\Psi}_s = \vec{\Psi}_{sr} + \vec{\Psi}_{ss} \begin{cases} \vec{\Psi}_{sr} = M_{rs} \vec{I}_r \\ \vec{\Psi}_{ss} = \mathcal{L}_s \vec{I}_s \end{cases}$$

$$\vec{\Psi}_s = M_{rs} \vec{I}_r + \mathcal{L}_s \vec{I}_s$$

Determinación de R_s y X_s .



Definición: $X_s = \omega L_s$ ($= X_d$)

X_s = "reactancia sincrónica"

En régimen lineal (\nexists saturación):

$$|E| = k i_{exc}$$

$$\vec{V}_s = \vec{E} - jX_s \vec{I}_s, \quad (si R_s \cong 0)$$

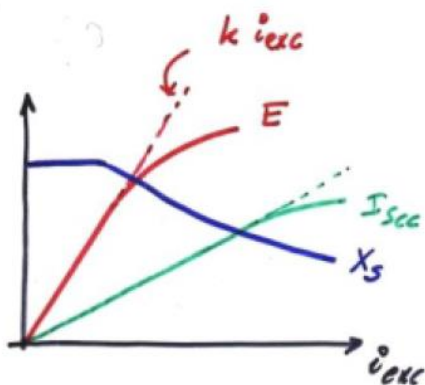
En vacío ($I_s = 0$) $\Rightarrow \vec{V}_{s_0} = \vec{E}$;

En cortocircuito ($V_s = 0$) $\Rightarrow 0 = \vec{E} - jX_s \vec{I}_{scc} \Rightarrow |\vec{E}| = X_s |\vec{I}_{scc}|$

$$\Rightarrow X_s = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{I}_{scc}|}$$

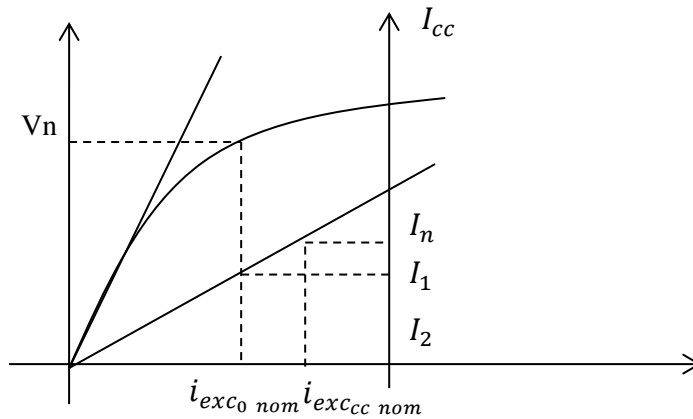
Antes de alcanzar la saturación, $X_s = cte$.

Con saturación $X_s(i_{exc})$, $i_{exc} \uparrow \Rightarrow X_s \downarrow$



Relación de corto-circuito de una MS. (k_{cc})

$$k_{cc} = \frac{\text{Corriente de inductor tal que } |\vec{V}_{s0}| = V_{nom}}{\text{Corriente de inductor tal que } |\vec{I}_{scc}| = I_{snom}}$$



Reactancia Síncrona Saturada:

Valor de la reactancia síncrona para el valor de corriente de excitación que produce en vacío la tensión nominal.

$$X_s = \frac{Vn}{I_1}$$

De la curva de vacío y de cortocircuito la reactancia síncrona saturada:

$$x_s(pu) = \frac{Vn/I_1}{Vn/I_n} = \frac{I_n}{I_1} = \frac{A \cdot i_{exc0\ nom}}{A \cdot i_{exc\ cc\ nom}} = \frac{i_{exc0\ nom}}{i_{exc\ cc\ nom}} = \frac{1}{k_{cc}}$$

	K_{cc}	X_s (pu)
Polos lisos	0.45 – 0.65	1.5 – 2.2
Polos salientes	1.0 – 1.4	0.7 - 1

Observación:

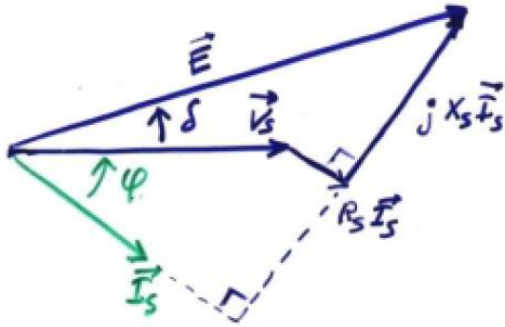
$$\omega L_s = X_s; \quad L_s = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{N^2}{e} \mu_o S$$

Entonces máquinas con grandes entrehierros son máquinas con X_s pequeño y por tanto K_{cc} grande. Una maquina con entrehierro pequeño presente K_{cc} chico y X_s grande y por tanto corriente de cortocircuito en régimen bajas.

Calculo de Potencias entregadas por una MS.

Hipótesis:

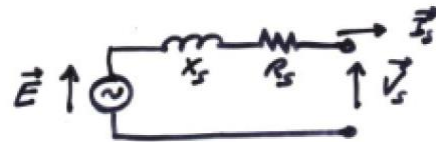
MS polos lisos en régimen lineal.



$$\vec{V}_s = V_{s<0} = V_s$$

$$\vec{I}_s = I_{s<\varphi} = I_s e^{-j\varphi}$$

$$\vec{E} = E_{<\delta} = E e^{j\delta}$$



$$\vec{S} = 3\vec{V}_s \cdot \vec{I}_s^*$$

$$\vec{S} = P + jQ$$

$$P = \text{Re} \left(3\vec{V}_s \cdot \vec{I}_s^* \right)$$

$$Q = \text{Im} \left(3\vec{V}_s \cdot \vec{I}_s^* \right)$$

$$\vec{V}_s = \vec{E} + (R_s + jX_s)\vec{I}_s$$

$$\vec{I}_s = \frac{\vec{E} - \vec{V}_s}{R_s + jX_s}$$

$$\vec{S} = 3V_s \left(\frac{E e^{j\delta} - V_s}{R_s + jX_s} \right)^* = 3V_s \frac{E e^{-j\delta} - V_s}{R_s - jX_s}$$

$$\vec{S} = \frac{3V_s}{(R_s^2 + X_s^2)} (E \cos\delta - jE \sin\delta - V_s)(R_s + jX_s)$$

$$\vec{S} = \frac{3V_s}{(R_s^2 + X_s^2)} \{ (EX_s \sin\delta + ER_s \cos\delta) + j[X_s(E \cos\delta - V_s) - ER_s \sin\delta] \}$$

$$P = \frac{3V_s}{(R_s^2 + X_s^2)} (EX_s \sin\delta + ER_s \cos\delta)$$

$$Q = \frac{3V_s}{(R_s^2 + X_s^2)} [X_s(E \cos\delta - V_s) - ER_s \sin\delta]$$

Si $R_s = 0$

$$P = \frac{3V_s E}{X_s} \sin\delta$$

$$Q = \frac{3V_s}{X_s}(E\cos\delta - V_s)$$

En el caso de régimen permanente a velocidad sincrónica, el par mecánico, si despreciamos R_s , es igual a la potencia eléctrica de salida dividida por la velocidad de giro (constante).

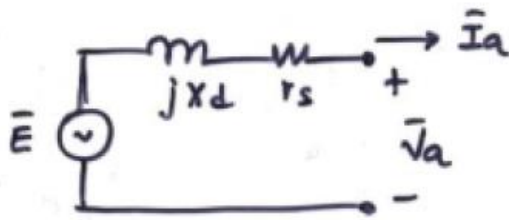
El par mecánico es proporcional al $\sin\delta$.

$$R_s \cong 0 \Rightarrow P_{mecánica} = P_{eléctrica}$$

$$Par = \frac{P_{eléctrica}}{\omega_s} = \frac{3VE}{X_s\omega_s} \sin\delta$$

(Recordar que todo el análisis realizado es para una máquina bipolar: $p = 1$)

Modos de Funcionamiento.



Convención de signos: Generador

$$P > 0$$

$$Q > 0$$

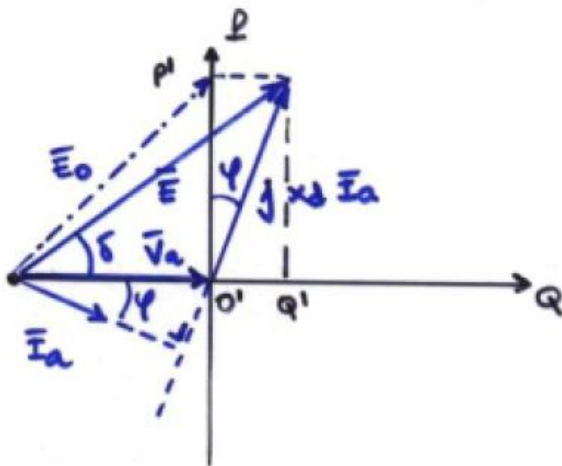
Valores entregados a la red por el generador

Asumo $r_s \cong 0$

Caso 1. Generador Sobre-excitado

$$\overline{O'P'} = X_d I \cos \varphi = \left(\frac{X_d}{3V}\right) 3VI \cos \varphi, \quad P = 3VI \cos \varphi$$

$$\overline{O'Q'} = X_d I \sin \varphi = \left(\frac{X_d}{3V}\right) 3VI \sin \varphi, \quad Q = 3VI \sin \varphi$$



$$\overline{O'P'} = E \sin \varphi \quad P = \frac{\overline{O'P'}}{\left(\frac{X_d}{3V}\right)} = \frac{3VE}{X_d} \sin \delta$$

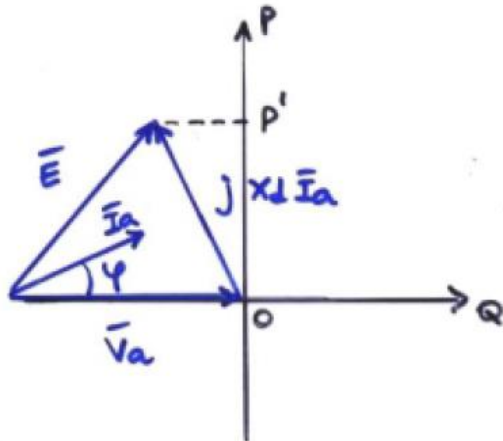
\vec{I}_a atrasa a \vec{V}_a

\vec{E}_0 fem para la que \vec{I}_a en fase con \vec{V}_a y $P_0 > 0$ en este punto no hay intercambio de reactiva.

Se observa que $|E| > |E_0|$

La carga se ve como inductiva y el generador se ve como un capacitor que alimenta dicha carga. La excitación es mayor que la que se requiere para entregar la misma P pero con $Q = 0$.

Caso 2. Generador Sub-excitado

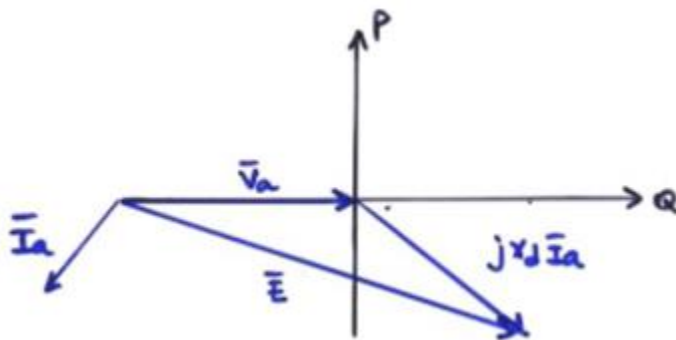


$$P > 0$$

$$Q < 0$$

El generador absorbe reactiva, se ve como una inductancia.

Caso 3. Motor Sobre-excitado



Convención Generador

$$P < 0$$

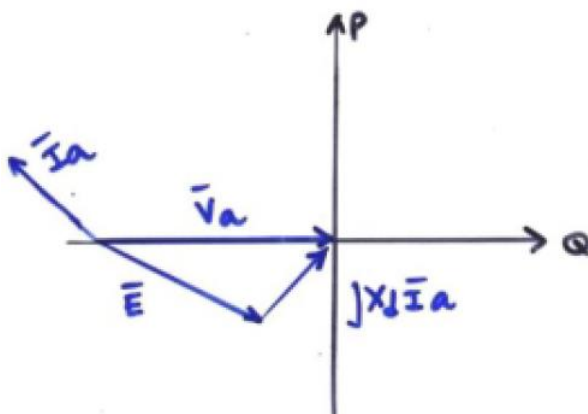
$$Q > 0$$

$$P = VI \cos(\varphi_v - \varphi_I) < 0 \Rightarrow \varphi_I \in 2^\circ \text{ ó } 3^\circ \text{ cuadrante}$$

$$Q = VI \sin(\varphi_v - \varphi_I) > 0 \Rightarrow \varphi_I \in 3^\circ \text{ ó } 4^\circ \text{ cuadrante}$$

Entonces la corriente está en el tercer cuadrante.

Caso 4. Motor Sub-excitado

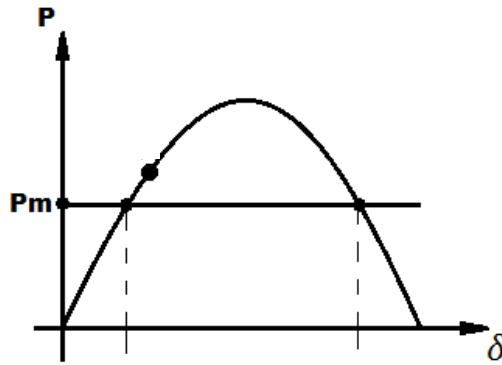


$$P < 0$$

$$Q < 0$$

Límite de Estabilidad Estático.

$$P = \frac{3V_s E}{X_s} \sin\delta$$



Se razona con la máquina funcionando contra una red de potencia infinita y en régimen lineal ($X_s = \text{constante}$)

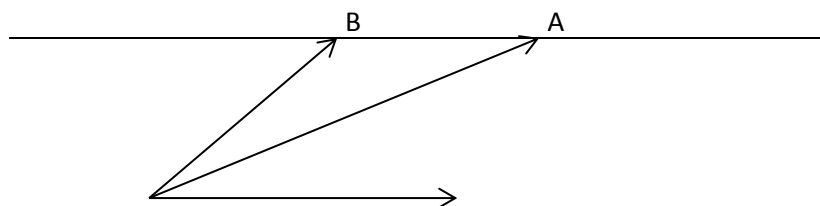
Estando la excitación de la máquina fija ante un aumento en la potencia suministrada por la turbina que mueve la máquina la misma es capaz de producir un par resistente de origen electromagnético que equilibre el par motor que produce la turbina aumentando el ángulo δ ; esto es así hasta llegar a $\delta = \frac{\pi}{2}$, a partir de este punto la máquina ya no puede igualar el par motor que suministra la turbina y por tanto el conjunto se acelerará (dejando de funcionar a velocidad constante), en esta situación se dice que la máquina ha salido de sincronismo.

Este valor de $\delta = \frac{\pi}{2}$ se denomina límite de estabilidad estático.

En la práctica nunca se llega a este valor de δ ; dejando un margen que asegure la estabilidad (ángulo de guarda).

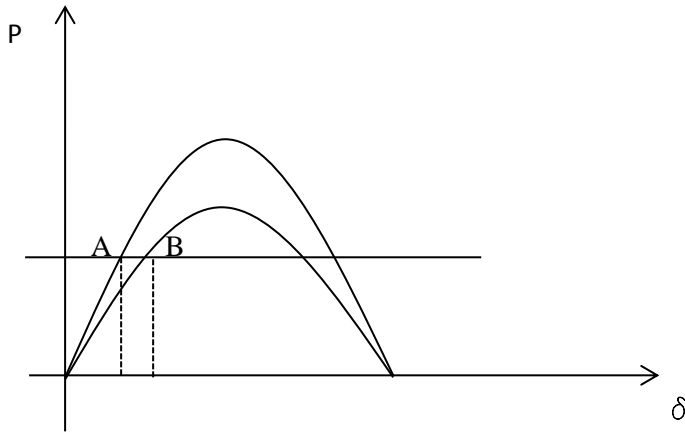
Observación.

Que sucede si para un aporte de potencia dado por parte de la turbina que mueve al generador se comienza a bajar la excitación?



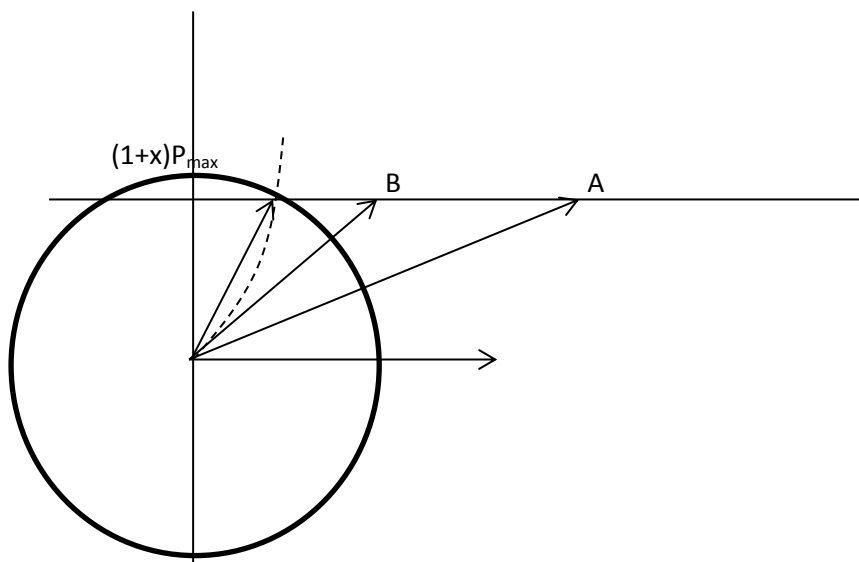
Supongamos se pasa del punto de funcionamiento A al B.

Llevado a las curvas potencia ángulo se tiene:



Claramente se pasa a funcionar mucho más cerca del límite de estabilidad estática.

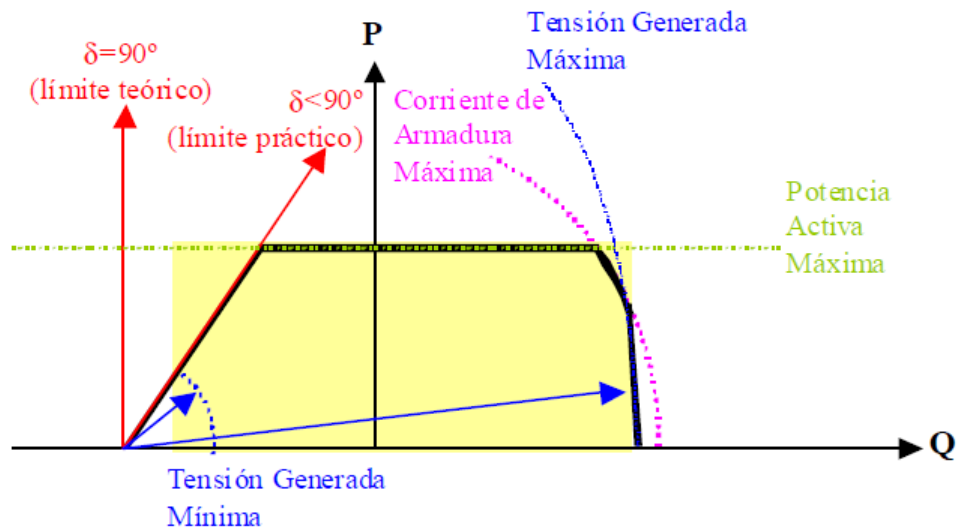
Se puede concluir que dada una potencia en el eje de la maquina no existe un límite de corriente de excitación mínima por debajo de la cual se compromete la estabilidad; este límite de estabilidad aumenta al aumentar la potencia en el eje de la máquina.



La corriente mínima será la que permite dar el E que nos da $P_{max}(1+x)$; siendo x un porcentaje de la potencia máxima.

De esta forma se establece un límite de funcionamiento para la máquina dado por consideraciones de estabilidad.

Límites de Funcionamiento de la Máquina Sincrónica.

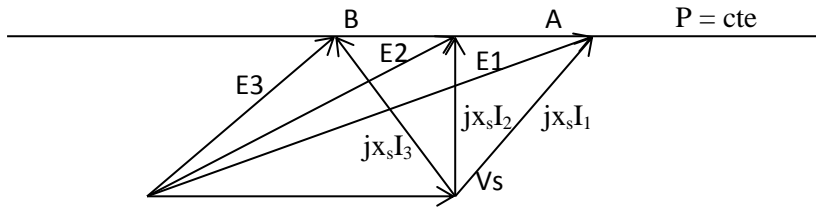


Los límites de funcionamiento en la máquina síncrona funcionando como generador los impone:

- Corriente excitación máxima (máximo E).
- Corriente excitación mínima que permite el funcionamiento.
- Corriente de inducido máxima.
- Potencia activa máxima (máxima potencia que puede suministrar la máquina de arrastre).
- Máximo ángulo que asegura estabilidad. (Pmax para ángulo 90° pero se deja un margen para asegurar estabilidad transitoria)

Curvas en V de la Máquina Síncrona. (Curvas de Mordey)

Se trata de representar la curva de corriente de inducido en función de la corriente excitación a potencia constante.



Se observa que a medida que se pasa de la zona sobreexcitada a la subexcitada la corriente de inducido decrece hasta un mínimo, correspondiente al funcionamiento a factor de potencia unitario, y luego comienza a crecer nuevamente.

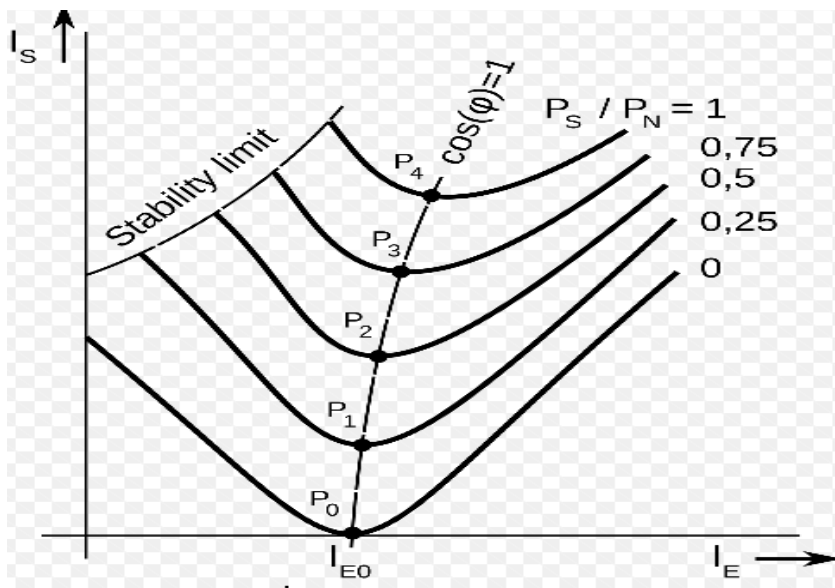
Teniendo en cuenta los límites de funcionamiento de la máquina se observa que en la región de funcionamiento subexcitado para cada potencia existe un límite de corriente establecido por ángulo δ máximo (límite de estabilidad) y en la región de funcionamiento sobreexcitado se tiene el límite por máxima corriente de inducido y máxima corriente de inductor.

Observación:

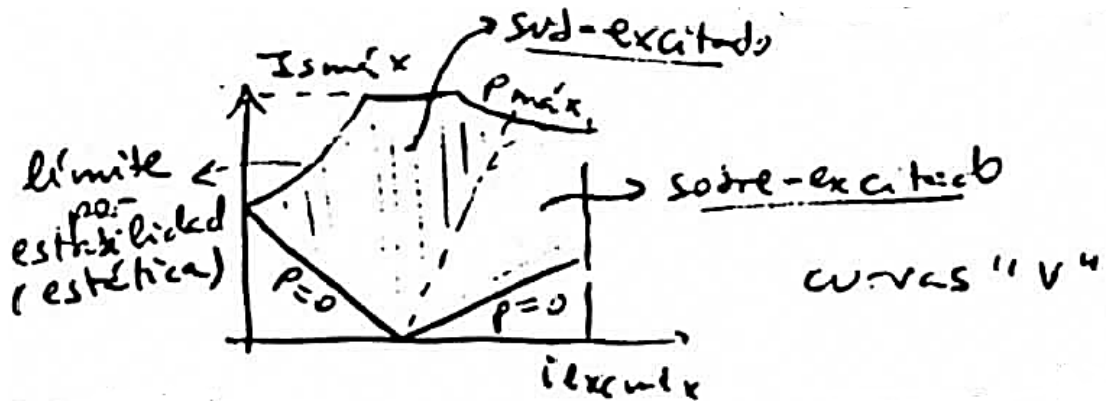
Para $P = 0$ (compensador sincrónico) se tiene que E y V_s son colineales por lo que:

Región sobreexcitado. $I = \frac{E - V_s}{X_s} = \frac{ki_r - V_s}{X_s}$ $\xrightarrow{V_s} \xrightarrow{jX_s I} E$

Región subexcitado: $I = \frac{V_s - E}{X_s} = \frac{V_s - ki_r}{X_s}$ $\xleftarrow{E} \xleftarrow{jX_s I} V_s$



Si se consideran todos los límites de funcionamiento de la máquina se tiene la región acotada del plano para las curvas $I(i_r)$.



Influencia de la Saturación. Método de Potier.

El método de Potier no tiene por objeto realizar un modelo detallado de cómo la saturación del hierro afecta el desempeño de la MS,.

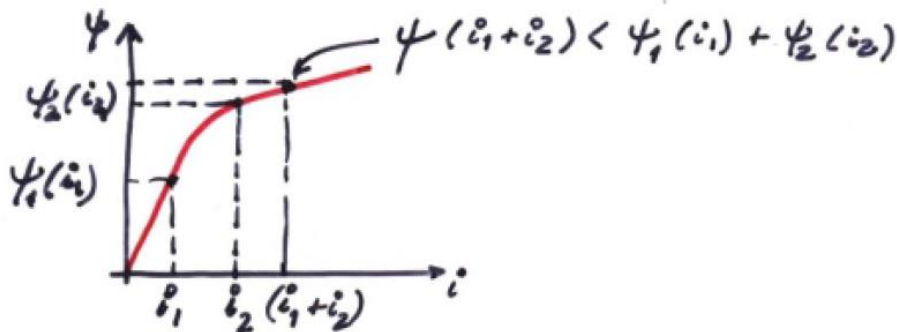
El objetivo es: dada una carga conocida, a tensión y frecuencia dadas, determinar la corriente de excitación para alimentar esa carga en las condiciones establecidas.

En régimen lineal:

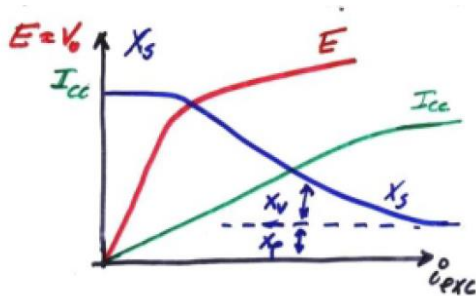
$$\left. \begin{aligned} \vec{\Psi}_r &= L_r \vec{I}_r + \mathcal{M}_{rs} \vec{I}_s \\ \vec{\Psi}_s &= M_{rs} \vec{I}_r + \mathcal{L}_s \vec{I}_s \end{aligned} \right\} \text{Resultados obtenidos aplicando el método de superposición:}$$

$$\left. \begin{aligned} i_1 &\Rightarrow \Psi_1(i_1) \\ i_2 &\Rightarrow \Psi_2(i_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Psi(i_1 + i_2) = \Psi_1 + \Psi_2$$

Con saturación:



En general se tiene:



Hip. De Potier (1): $X_s = X_s(i_{exc}) = X_p + X_v(i_{exc}), \quad X_p = cte$

X_p Reactancia de Potier.

Puede ser asimilada a la reactancia de fugas de la máquina.

Observación sobre la saturación.

En general se cumple (con o sin saturación):

$$v_s(t) = -\frac{d\Psi_s(t)}{dt} - R_s i_s(t)$$

Pero: saturación $v_s(t)$ sinusoidal $\Rightarrow \begin{cases} \Psi_s(t) \\ i_s(t) \end{cases}$ No sinusoidal

Si

$$|R_s i_s(t)| \ll |v_s(t)| \Rightarrow v_s(t) \cong -\frac{d\Psi_s(t)}{dt}$$

Se admitirá que si $v_s(t)$ sinusoidal, $\Psi_s(t)$ es (aprox.) también sinusoidal, e $i(t)$ también sinusoidal (aprox. mala)

$$\boxed{\Rightarrow \vec{V}_s = -j\omega \vec{\Psi}_s - R_s \vec{I}_s} \quad \text{Aún con saturación (Hip. Potier) (2)}$$

Si se tiene régimen lineal:

$$\vec{\Psi}_s = M_{rs} \vec{I}_r + \mathcal{L}_s \vec{I}_s$$

$$\vec{V}_s = -j\omega M_{rs} \vec{I}_r - j\omega \mathcal{L}_s \vec{I}_s - R_s \vec{I}_s, \quad \omega \mathcal{L}_s = X_p + X_v$$

$$\boxed{\vec{V}_s + R_s \vec{I}_s + jX_p \vec{I}_s = -j\omega M_{rs} \vec{I}_r - jX_v \vec{I}_s}$$

Esto sale de aplicar superposición lo cual no es válido en régimen saturado.

Con saturación se deben sumar corrientes y luego determinar el fulgo para la corriente resultante.

En la última expresión el término a la derecha de la igualdad es válido aún con saturación; si se asimila la reactancia de Potier a la reactancia de dispersión se puede pensar que la tensión en bornes de la máquina es la tensión inducida (que depende de la corriente de inductor e inducido) menos la caída en la resistencia del bobinado y la reactancia de dispersión.

$$\vec{V}_s + R_s \vec{I}_s + jX_p \vec{I}_s = \vec{E}_r$$

\vec{E}_r es una tensión resultante, que depende de la saturación.

$E_r = E_r(I_r, I_s)$ En realidad E_r depende de la f.m.m. de entrehierro resultante, que es una combinación vectorial (fasorial) de \vec{I}_r e \vec{I}_s .

Fuerza magnetomotriz:

Fmm de estator:

$$\varepsilon_s = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} (K_{b_s} n_s) I_s \sqrt{2} \cos(\omega t - \theta - \varphi)$$

Fmm de rotor:

$$\varepsilon_r = \frac{4}{\pi} (K_{b_r} n_r) I_r \cos(\omega t - \theta + \alpha_0)$$

Fmm resultante:

$$\vec{\varepsilon}_T = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \sqrt{2} (K_{b_s} n_s) I_s < -\varphi + \frac{4}{\pi} (K_{b_r} n_r) I_r < \alpha_0$$

$$\vec{\varepsilon}_T = \frac{4}{\pi} (K_{b_r} n_r) \left[\frac{\frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \sqrt{2} (K_{b_s} n_s)}{\frac{4}{\pi} (K_{b_r} n_r)} I_s < -\varphi + I_r < \alpha_0 \right]$$

Se define:

$$\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2} \left(\frac{K_{b_s} n_s}{K_{b_r} n_r} \right)$$

Definición

$$\boxed{\vec{I}_{rr} = \vec{I}_r + \alpha \vec{I}_s}$$

I_{rr} = corriente de rotor equivalente a la suma (módulo y fase) de las corrientes de rotor y estator que pasando por el inductor generan la Fmm resultante.

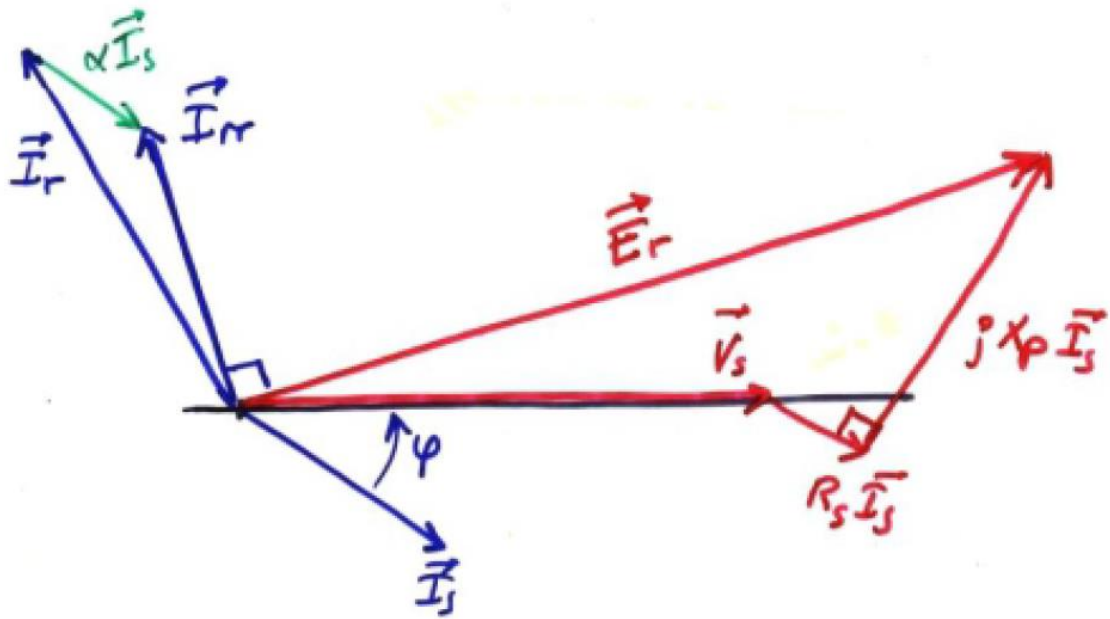
Entonces el flujo producido por la Fmm resultante:

$$\vec{\Psi}_{rr} = L(I_{rr}) \vec{I}_{rr}$$

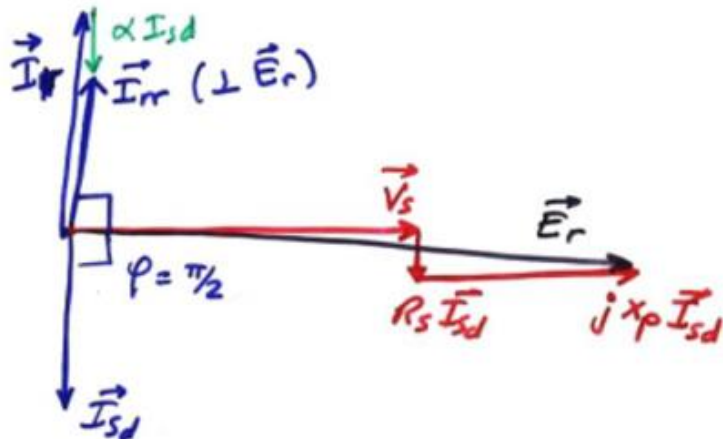
$$\vec{E}_r = -j\omega \vec{\Psi}_{rr} = -j\omega L(I_{rr}) \vec{I}_{rr} \Rightarrow \vec{E}_r \perp \vec{I}_{rr}$$

$$\boxed{E_r(I_{rr}) \equiv E(I_r) \equiv V_0(i_{exc})} \quad (\text{Hip. De Potier}) \quad (3)$$

$$\begin{cases} \vec{V}_s + R_s \vec{I}_s + jX_p \vec{I}_s = \vec{E}_r, & E_r(I_{rr}) \\ \vec{I}_{rr} = \vec{I}_r + \alpha \vec{I}_s \end{cases}$$

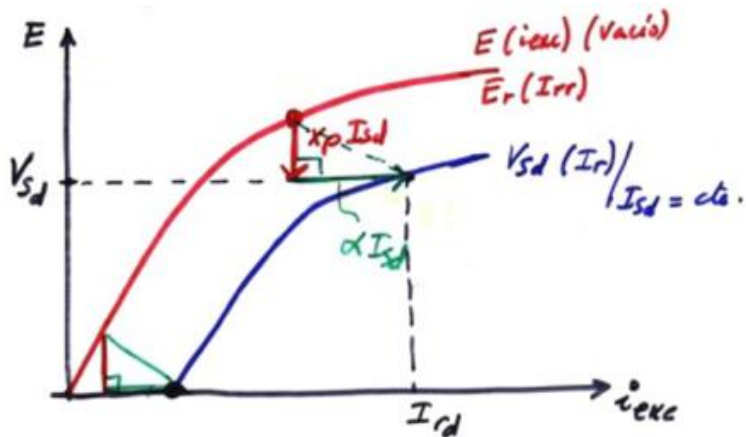


Ensayo en "dewattado" ($P = 0, Q \neq 0$)



$$V_{sd} = E_r - X_p I_{sd}$$

$$I_r = I_{rr} - \alpha I_{sd}$$



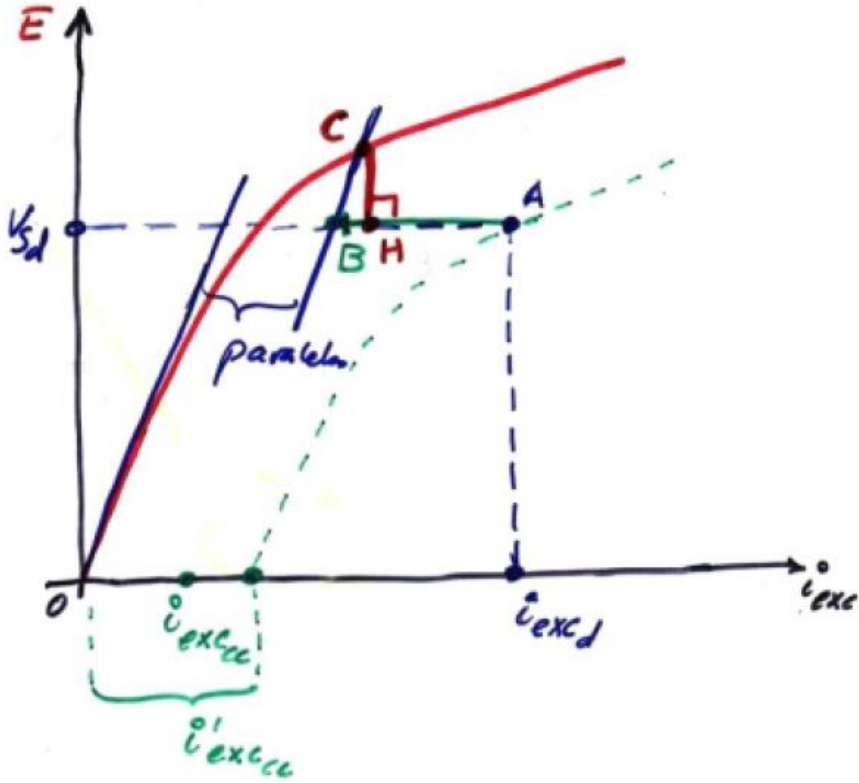
$$V_{sd} = E_r - X_p I_{sd}$$

$$I_r = I_{rr} + \alpha I_{sd}$$

DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE α Y X_p

Datos:

- Ensayo en devatado V_{sd}, I_{sd}, i_{exc}
- Ensayo en cortocircuito $I_{scc}, i_{exc_{cc}}$
- Curva de vacío $V_{s0} = E$ como $f(i_{exc})$



$$i'_{exc} = i_{exc} \frac{I_{sd}}{I_{scc}}$$

$$AB = i'_{exc}$$

$$CH = X_p I_{sd}$$

$$AH = \alpha I_{sd}$$

