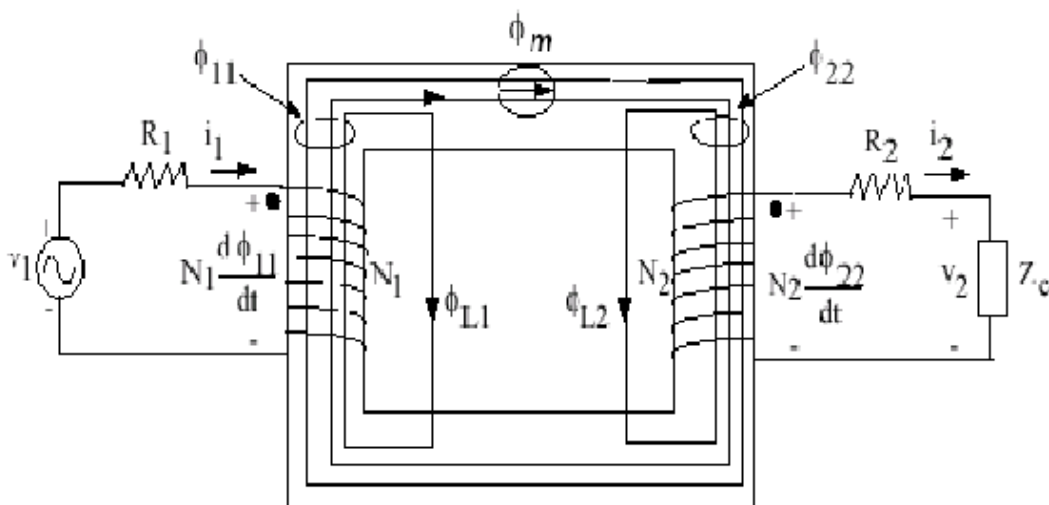


Transformador Real.

Hipótesis:

1. Arrollamientos de alambre de resistividad no despreciable.
2. Núcleo con reluctancia no despreciable.
3. Pérdidas en el hierro.
4. Se consideran flujos de fugas Φ_{L1} , Φ_{L2} .



Φ_{11} Flujo por espira enlazado en el arrollamiento N_1 .

Φ_{22} Flujo por espira enlazado en el arrollamiento N_2 .

Φ_m Flujo mutuo.

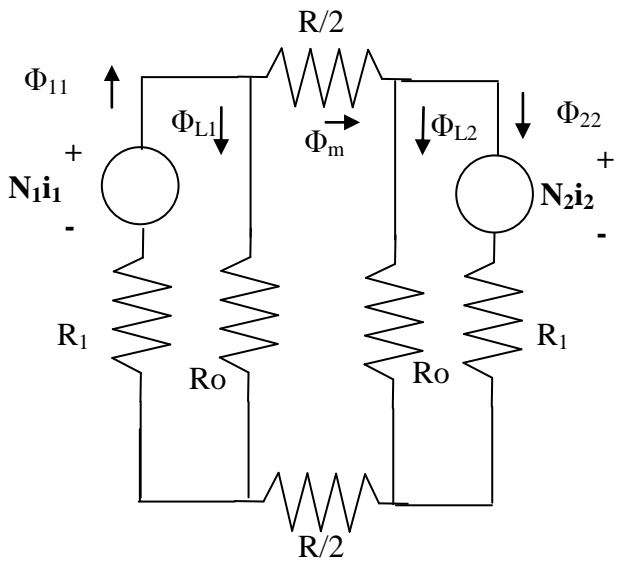
Φ_{L1} Flujo enlazado por el arrollamiento 1 que no es enlazado por la bobina 2.

Φ_{L2} Flujo enlazado por el arrollamiento 2 que no es enlazado por la bobina 1.

$$\Phi_{11} = \Phi_m + \Phi_{L1}$$

$$\Phi_{22} = \Phi_m - \Phi_{L2}$$

Símil Eléctrico:



$$R_1 = L/\mu.S$$

$$R \approx 2.L/\mu.S$$

$$R_0 = L/\mu_0.S_1$$

$$\mu = \mu_r.\mu_0, \text{ con } 1.000 \leq \mu_r \leq 10.000$$

$$R_1 + R_0 \approx R_0$$

$$R + R_0 \approx R_0$$

$$N_1 i_1 = R_1 \cdot \Phi_{11} + R_0 \Phi_{L1} = R_1(\Phi_m + \Phi_{L1}) + R_0 \Phi_{L1}$$

$$\Phi_m = (R_0/R) \cdot (\Phi_{L1} - \Phi_{L2})$$

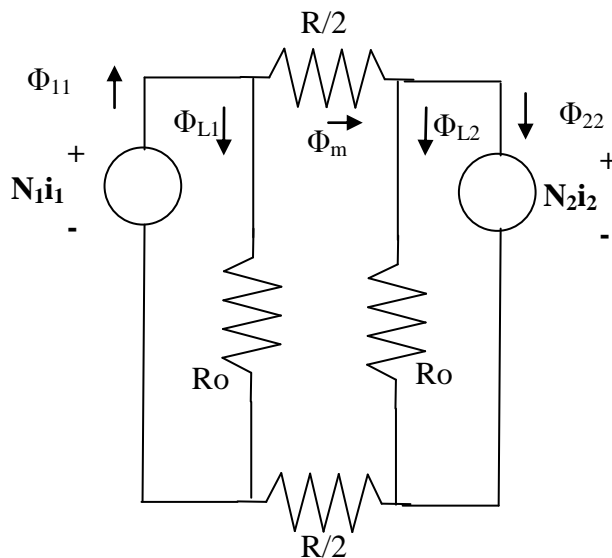
$$N_1 i_1 \approx R_1 \Phi_m + R_0 \Phi_{L1} = (R_1/R) \cdot R_0 \cdot (\Phi_{L1} - \Phi_{L2}) + R_0 \Phi_{L1} \approx (3/2) R_0 \Phi_{L1}$$

(R_1/R) es independiente de μ

$$\Phi_{L1} \approx \Phi_{L2}$$

Es razonable pensar que el flujo de fugas depende de i_1 y de una reluctancia que depende de la permeabilidad del aire.

A los efectos de determinar la relación entre los flujos de fuga y las corrientes se podrían despreciar las reluctancias R_1 .



Transformador Real.

1

$$v_1 = R_1 i_1 + N_1 \frac{d\Phi_{11}}{dt}$$

$$v_2 = -R_2 i_2 + N_2 \frac{d\Phi_{22}}{dt}$$

Sustituyendo los flujos:

$$v_1 = R_1 i_1 + N_1 \frac{d\Phi_{L1}}{dt} + N_1 \frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$v_2 = -R_2 i_2 - N_2 \frac{d\Phi_{L2}}{dt} + N_2 \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Sea:

$$\left. \begin{array}{l} e_1 = N_1 \frac{d\Phi_m}{dt} \\ e_2 = N_2 \frac{d\Phi_m}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{e_1}{N_1} = \frac{e_2}{N_2}$$

$$N_1 \frac{d\Phi_{L1}}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_{L1}}{di_1} \frac{di_1}{dt}$$

$$N_2 \frac{d\Phi_{L2}}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_{L2}}{di_2} \frac{di_2}{dt}$$

Los flujos de fuga circulan por el aire entonces:

$$N_1 \frac{d\Phi_{L1}}{di_1} = \frac{N_1^2}{R_o} = L_1$$

$$N_2 \frac{d\Phi_{L2}}{di_2} = \frac{N_2^2}{R_o} = L_2$$

L1 y L2 se denominan inductancias de fuga.

Transformador Real.

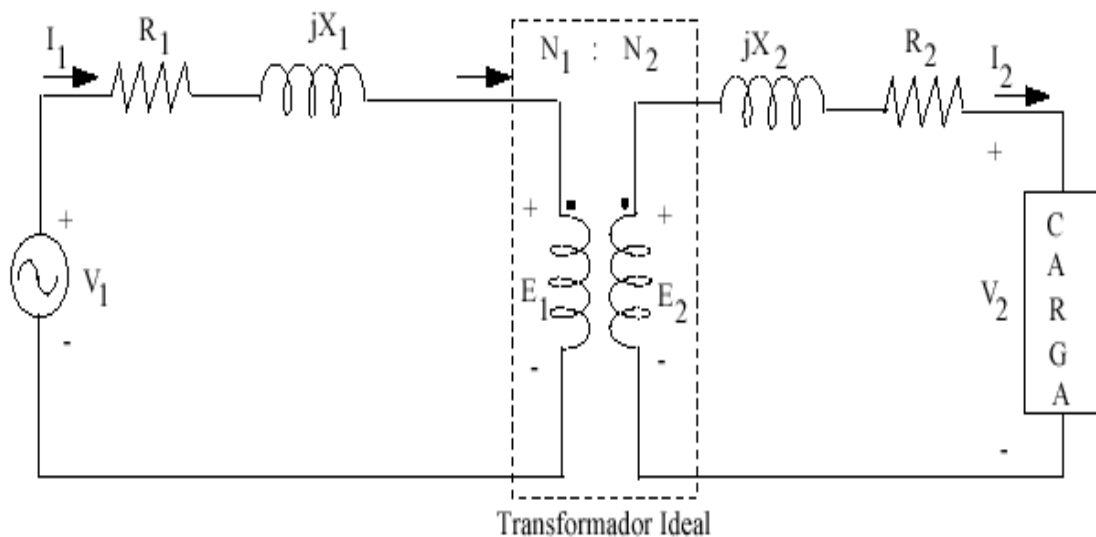
Régimen sinusoidal:

$$\bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 + \bar{E}_1$$

$$\bar{V}_2 = -R_2 \bar{I}_2 - jX_2 \bar{I}_2 + \bar{E}_2$$

$$\frac{\bar{E}_1}{N_1} = \frac{\bar{E}_2}{N_2}$$

Modelo:



Este circuito equivalente contempla:

1. Resistencia de arrollamientos.
2. Flujos de fuga.

No se ha considerado:

1. Reluctancia del hierro no despreciable.
2. Perdidas en el hierro.

Transformador Real. Inductancia Magnetizante

Si se contempla que la reluctancia del circuito magnetito se tiene:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = F_R$$

Donde F_R es la FMM resultante distinta de cero.

Si hacemos la FMM resultante $F_R = N_1 i_0$

La expresión anterior queda:

$$i_0 = i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2$$

Observación:

Cuando $i_2=0$, se tiene que $i_0=i_1$, es decir, la corriente i_0 es la que circula en el primario del transformador, cuando éste está funcionando en vacío.

Por lo tanto, i_0 es la corriente de excitación del transformador, es decir la responsable de establecer el flujo por el mismo.

Además: $F_R = N_1 i_0 = R \phi_m$

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} = \frac{N_1^2}{R} \frac{di_0}{dt} = L_m \frac{di_0}{dt}$$

La relación entre i_0 y e_1 es la relación que existe en una inductancia; entonces i_0 circula por una inductancia: inductancia magnetizante

Transformador Real. Modelo del transformador sin pérdidas en el hierro.

Recapitulando el set de ecuaciones que describe el funcionamiento del transformador es:

Fasorialmente:

$$\bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 + \bar{E}_1$$

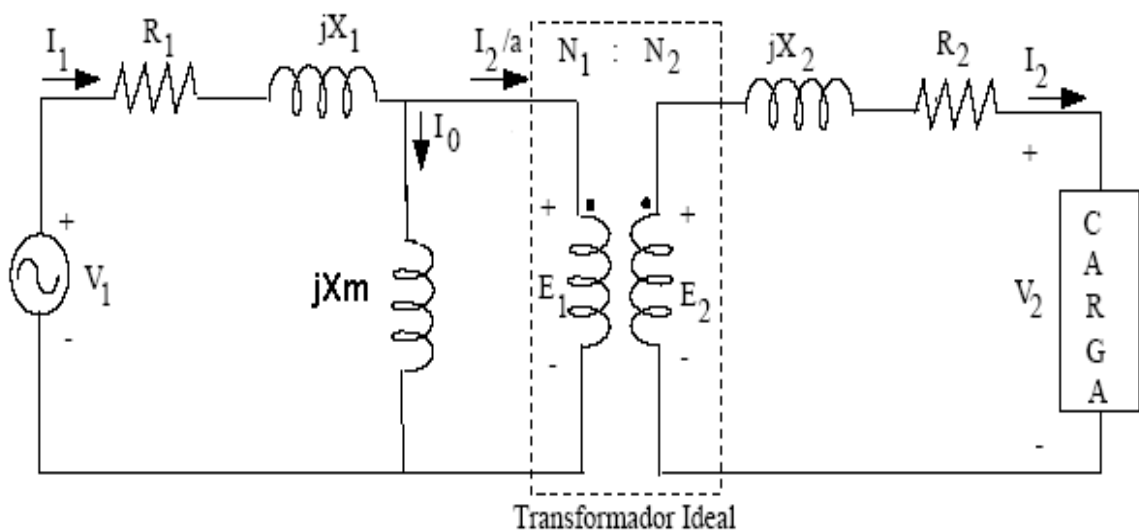
$$\bar{V}_2 = -R_2 \bar{I}_2 - jX_2 \bar{I}_2 + \bar{E}_2$$

$$\frac{\bar{E}_1}{N_1} = \frac{\bar{E}_2}{N_2}$$

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_1 - \frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2 \quad a = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\bar{E}_1 = jX_m \bar{I}_0$$

A partir de estas ecuaciones se puede asociar el siguiente circuito equivalente para el transformador:



Transformador Real. Pérdidas en el hierro.

Para contemplar en el modelo las pérdidas en el hierro del transformador se debe agregar al mismo una resistencia a efectos de que en la misma se disipen las pérdidas magnéticas.

Las perdidas en el hierro tienen la siguiente forma:

$$P_H = (af + bf^2)\phi^2$$

Por otra parte existe la siguiente relación entre tensión inducida, frecuencia y flujo:

$$E_1 = Kf\phi$$

Eliminando el flujo las pérdidas en el hierro quedan:

$$P_H = \left(\frac{K_1}{f} + K_2 \right) E^2 = \frac{E^2}{R_0}$$

$$\text{Con } R_0 = \frac{1}{\frac{K_1}{f} + K_2}$$

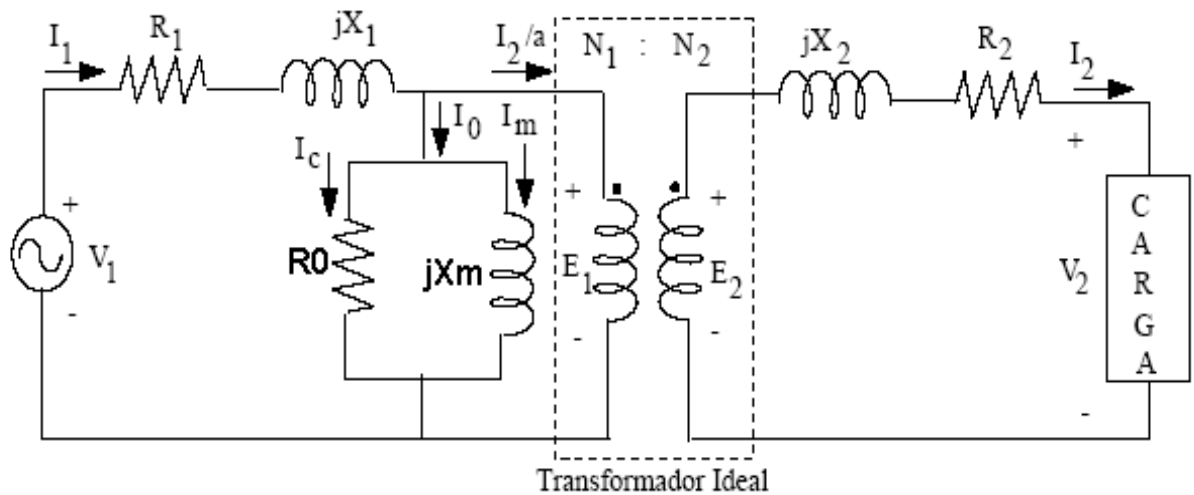
Las pérdidas de vacío dependen de la tensión y la frecuencia. La resistencia R_0 depende de la frecuencia pero no de la tensión.

Observar que estas perdidas están presentes aún con el transformador en vacío.

Modelo del Transformador Real.

El siguiente modelo contempla:

- Resistencia de arrollamientos
- Flujos de fugas
- Reluctancia del núcleo no despreciable
- Pérdidas en el hierro



$$\bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 + \bar{E}_1$$

$$\bar{V}_2 = -R_2 \bar{I}_2 - jX_2 \bar{I}_2 + \bar{E}_2$$

$$\frac{\bar{E}_1}{N_1} = \frac{\bar{E}_2}{N_2}$$

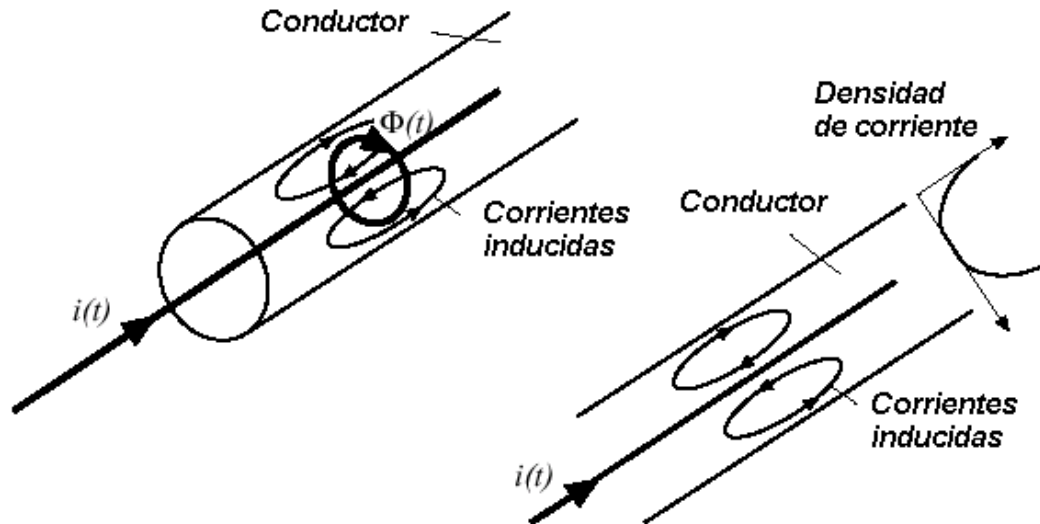
$$\bar{I}_0 = \bar{I}_1 - \frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2 \quad a = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\bar{E}_1 = jX_m \bar{I}_m$$

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_m + \bar{I}_c$$

Transformador Real. Efecto Pelicular (Skin effect).

Inducción de corrientes en el interior del conductor debido al flujo variable.



La corriente tiende a circular por fuera del conductor.

Entonces: es como si el conductor tuviera un área efectiva menor a la que en realidad tiene.

Como la resistencia es inversamente proporcional al área del conductor el resultado es que la resistencia en alterna se ve incrementada respecto del valor que se mide en corriente continua.

$$\text{Entonces: } \begin{cases} R_i = R_{cci} + R_{adi} \\ i = 1, 2 \end{cases}$$

Rcci_ resistencia del arrollamiento i medida en continua

Radi_ resistencia adicional del arrollamiento i debido al efecto pelicular

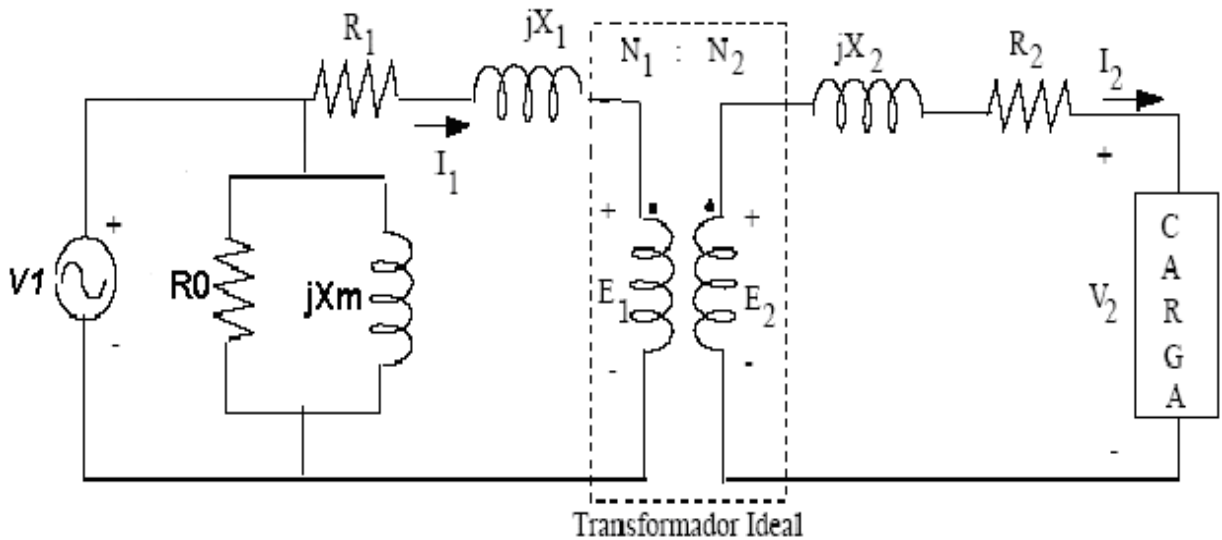
Observación:

Rcci aumenta con la temperatura.

Radi disminuye con la temperatura.

Transformador Real. Circuito equivalente aproximado.

La caída de tensión en $Z_1 = R_1 + jX_1$ es normalmente pequeña comparada con el valor de V_1 , debido a esto es una buena aproximación utilizar un modelo aproximado con la rama de vacío conectada en paralelo a V_1 .



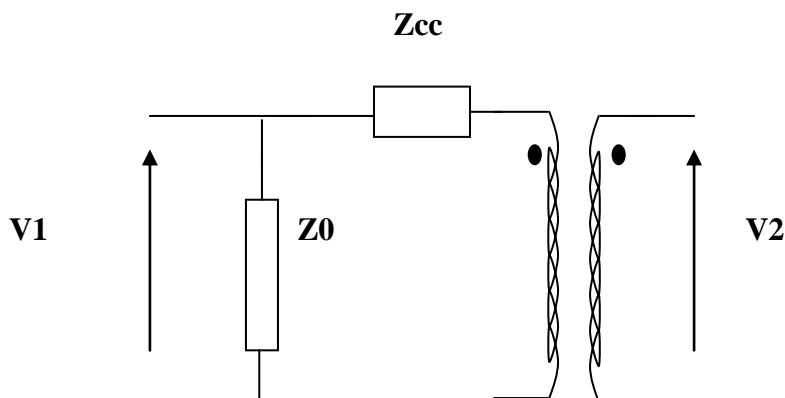
Rama de vacío:

$$\bar{Z}_0 = R_0 // jX_m$$

Rama de cortocircuito:

$$\bar{Z}_{cc} = R_1 + a^2 R_2 + j(X_1 + a^2 X_2)$$

Modelo aproximado referido al primario:



Transformador Real . Valores nominales.(IEC 76)

Por razones económicas de standardización se ha normalizado los valores de utilización de tensiones en las redes (IEC 60071) y se ha normalizado la especificación para transformadores de potencia a ser utilizados en las mismas (IEC 60076).

Valor de CLASE de una magnitud eléctrica:

Valor normalizado máximo, de la magnitud, que el fabricante de un equipo asegura puede mantenerse permanentemente a lo largo de toda la vida útil del equipo. En general los valores de clase se definen para las TENSIONES.

Ejemplo: Bobinado clase 36kV puede ser utilizado indefinidamente hasta una tensión de 36kV, para valores por encima de ese valor el fabricante no asegura el comportamiento del equipo (en general se destruye).

En la realidad todas las fuentes tienen variaciones en torno a su valor “normal”. Por tanto en una fuente real de valor “normal”36kV no es recomendable utilizar un equipo clase 36kV.

Esto lleva a que los valores “normales” de utilización deben ser inferiores a la clase. El concepto de valor “normal” de una magnitud es el asociado a VALOR NOMINAL.

Clases de tensión normalizadas y valores nominales más utilizados.

Clase de Tension en kV	1	3,6	7,2	12	17,5	24	36	72,5	123	145	170	245	525
Valor Nominal en kV	0,23 0,4 0,6	3	6,3	10	15	20	31,5 30	66	110	132	150	220	500

Valores Nominales de Transformadores de Potencia.

Tensión Nominal (V1N, V2N):

Voltaje asignado al bobinado para ser aplicado (o desarrollado en vacío) entre sus terminales.

Relación de Transformación Nominal (V1N/2N).

Se lee: si en vacío se aplica en el primario la tensión V1N entonces en el secundario aparece V2N.

Da la relación de transformación para el modelo del transformador real.

Potencia nominal:

Es la potencia aparente expresada en kVA o MVA que determina la corriente nominal que puede ser tomada por el transformador a tensión y frecuencia nominal y demás condiciones especificadas (temperatura ambiente, altitud, forma de onda de tensión, etc)

Para el caso de dos bobinados la potencia nominal es la misma para ambos.

Corriente nominal:

Es la corriente por los terminales de un transformador que se obtiene de dividir la potencia nominal entre la tensión nominal.

$$S_N = V_N I_N$$

Frecuencia nominal:

Frecuencia para la que fue diseñado el transformador.

Es adecuado pensar en la corriente nominal como la corriente que puede tomar un transformador por tiempo indefinido sin sobrecalentarse esto no significa que un transformador no pueda tomar una corriente mayor que la nominal solo que no lo puede hacer por tiempo indefinido pues se sobrecalentaría.

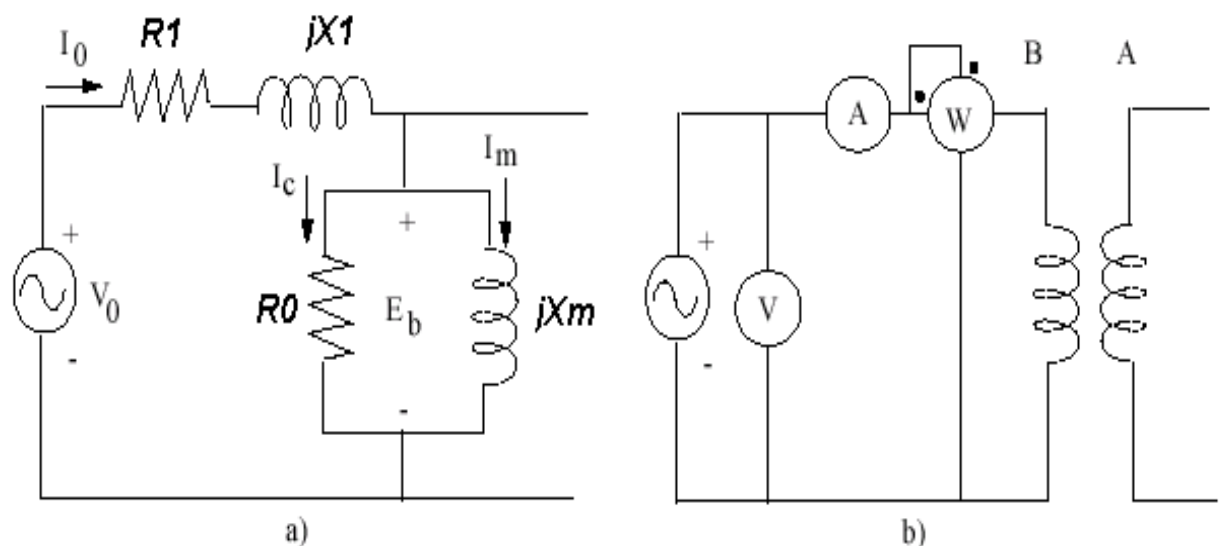
Transformador Real.

Ensayos

Dado el modelo del transformador surge la pregunta: ¿cómo determinar el valor de los parámetros del modelo?

Respuesta: mediante ensayos.

Ensayo de vacío.



Condiciones del ensayo: V_n y f_n .

En estas condiciones se cumple:

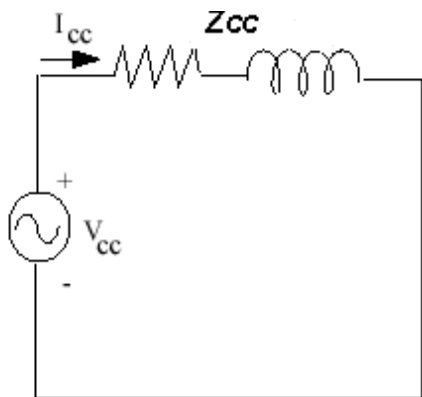
$$(R_1 + jX_1)I_0 \ll E_b \Rightarrow V_0 \cong E_b$$

Entonces:

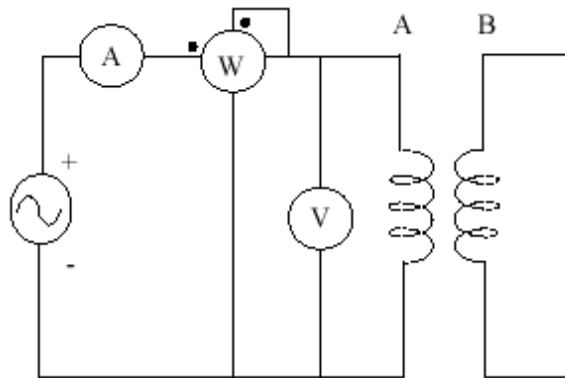
$$P_0 = \frac{V_0^2}{R_0} \Rightarrow R_0 = \frac{V_0^2}{P_0}$$

$$Q_0 = \frac{V_0^2}{X_m} \Rightarrow X_m = \frac{V_0^2}{Q_0}$$

Ensayos de Cortocircuito



a)



b)

Condiciones del ensayo: f_n , tensión (V_{cc}) tal que circule por el transformador aproximadamente la corriente nominal (25% - 100% I_n).

Se cumple $V_{cc} \ll V_n$

Como las pérdidas de vacío son proporcionales a la tensión al cuadrado y las pérdidas en el cobre son las nominales se puede considerar que la potencia medida en el ensayo es disipada enteramente en la rama de cortocircuito.

Entonces:

$$\bar{Z}_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \angle \text{Ar} \cos\left(\frac{P_{cc}}{V_{cc} I_{cc}}\right)$$

Observación:

De acuerdo a norma: se debe corregir la resistencia obtenida a temperatura ambiente para una temperatura de 75 °C.

Definición: Tensión de cortocircuito U_z (%)

Porcentaje de la tensión nominal que hay que aplicar al transformador para que estando el mismo en cortocircuito circule I_n .

Entonces: $Z_{cc} = \frac{U_z}{100} \frac{V_n^2}{S_n}$ (modulo)