Conversión Electromecánica de Energía - II

Curso Máquinas Eléctricas

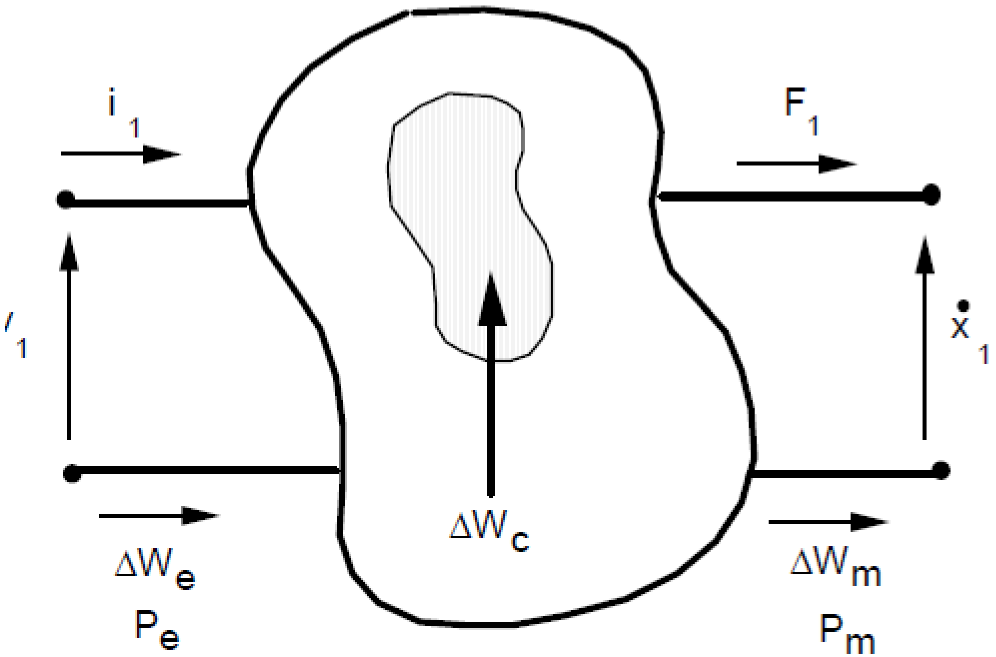
Bibliografía

- *1- Conversión de Energía Eléctrica - Capítulo 3: Teoría Básica de los Convertidores Electromecánicos de Energía* - Prof. José Manuel Aller - Universidad Simón Bolívar http://prof.usb.ve/jaller/Guia_Maq_pdf/Capitulo03.pdf

- 2- Apuntes del curso de Máquinas Eléctricas (ediciones anteriores) https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/98578/mod_folder/content/0/Cap4_Conversi%C3%B3n%20ElectroMec%C3%A1nica%20de%20Energ%C3%ADa_Fundamentos.pdf?forcedownload=1

Repaso

- Se presentó el caso de un convertidor con una entrada eléctrica y una salida mecánica:



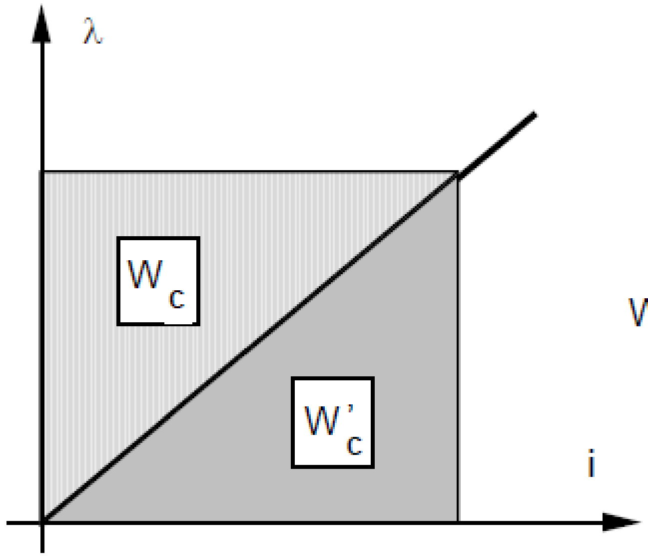
Repaso

- Para el sistema presentado la energía y coenergía dependen de la única corriente:

$$dWc = i\, d\lambda$$
$$dW'c = \lambda\, \mathrm{di}$$

(para una posición x dada)

- Si el circuito magnético es lineal ambas coinciden:



$$\lambda = L \,.\, i$$

$$W_c = W'_c = \frac{1}{2}\lambda\, i = \frac{1}{2} L\, i^2$$

Repaso

- Fuerza de origen magnético, dos formas de calcularla:

$$F_e = -\frac{\partial W_c(x,\lambda)}{\partial x} \quad , si\ \lambda = cte.$$

$$F_e = \frac{\partial W'_c(x,i)}{\partial x} \quad , si\ i = cte.$$

- Si en el convertidor, la energía acumulada en el campo <u>no depende de la posición, la fuerza es cero</u>.

Caso rotacional

- Si el movimiento es de rotación valen las mismas definiciones para la fuerza, reemplazando posición (x) por ángulo (θ), y en lugar de la fuerza se obtiene par (o torque):

$$T = -\left.\frac{\partial W_c}{\partial \theta}\right|_{\lambda = cte.} \qquad T = \left.\frac{\partial W'_c}{\partial \theta}\right|_{i = cte.}$$

- A partir de este punto trabajaremos en general con el caso rotacional que es el típico en máquinas eléctricas.

Vínculo con la autoinductancia

- Como se vio previamente, para el caso de que el sistema sea lineal se tiene la siguiente definición:

$$\lambda = L(x).\,i$$

$$W_c = W'_c = \frac{1}{2}\lambda.\,i = \frac{1}{2}L(x).\,i^2$$

  - Donde L es la <u>autoinductancia</u> o <u>inductancia propia del bobinado</u>. Esto es válido para un convertidor con <u>una sola entrada eléctrica</u> (el flujo se vincula con una sola corriente).

- Por lo tanto queda definida la fuerza magnética:

$$\boxed{F = \frac{1}{2}\frac{dL(x)}{dx}i^2} \qquad \boxed{T = \frac{1}{2}\frac{dL(\theta)}{d\theta}i^2}$$

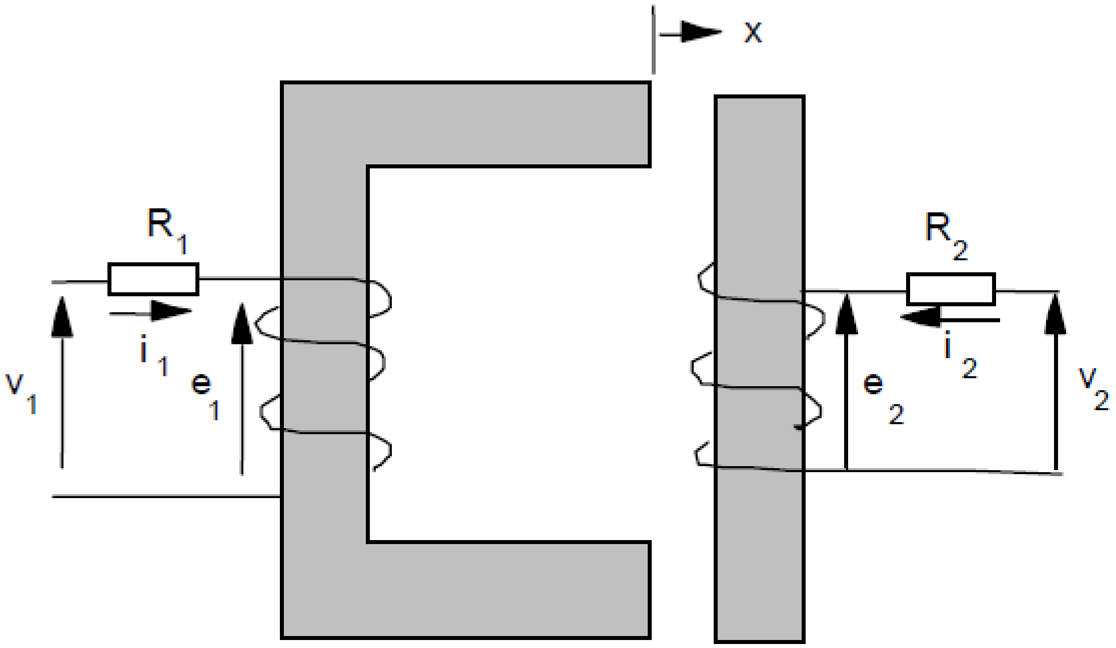
Vínculo con la autoinductancia

- En función de esto: $F = \frac{1}{2}\frac{dL}{dx}i^2$ $T = \frac{1}{2}\frac{dL}{d\theta}i^2$

Se deduce que para que exista fuerza (o par) debe existir una <u>variación de la inductancia del bobinado con la posición (o el ángulo).</u>

Sistema con doble excitación

- Extenderemos ahora los conceptos presentados a convertidores con dos entradas eléctricas y una salida mecánica.



- Continúa la hipotésis de convertidor conservativo:

$$\Delta W_e = \Delta W_{\mathrm{c}} + \Delta W_m$$

Sistema con doble excitación

- En este caso la energía eléctrica entrante al convertidor:

$$dW_e = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

  - Donde se tienen dos flujos enlazados λ_1 y λ_2 porque los números de vueltas de los dos bobinados pueden diferir (es un único flujo de acoplamiento, φ)

Sistema con doble excitación

- Razonando análogo que para sistemas de una excitación, si dejamos fija la posición, toda la energía eléctrica entrante se almacena en el convertidor:

$$dW_e = dW_c = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

  - Se observa que ahora la energía almacenada es dependiente de dos corrientes, dos flujos enlazados, e implícitamente de la posición (o ángulo).

- Extendiendo la definición de coenergía:

$$dW'_c = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2$$

Sistema con doble excitación

- Siguiendo el mismo camino seguido para sistemas de una sola excitación de igualar diferenciales e identificar términos, se obtiene la expresión del par sobre la parte móvil:

$$T = -\left.\frac{\partial W_c}{\partial \theta}\right|_{\lambda_1,\ldots,\lambda_n = ctes.}$$

- Del mismo modo se puede operar con coenergía:

$$T = \left.\frac{\partial W'_c}{\partial \theta}\right|_{i_1,\ldots,i_n = ctes.}$$

  - El desarrollo completo de esta expresión está en la bibliografía (2).

Generalización

- Se puede generalizar el razonamiento a sistemas con *n* entradas eléctricas:

$$T = -\left.\frac{\partial W_c}{\partial \theta}\right|_{\lambda_1,\ldots,\lambda_n = ctes.} \qquad T = \left.\frac{\partial W'_c}{\partial \theta}\right|_{i_1,\ldots,i_n = ctes.}$$

- También podría darse el caso de sistemas con más de un eje mecánico, aunque no es lo normal. En tal caso para calcular el par en cada eje se debe realizar la derivada parcial respecto a la coordenada angular correspondiente (θ_1, θ_2, etc).

Caso particular: sistema lineal de doble excitación

- Este caso permite representar esquemáticamente una máquina eléctrica elemental y de ahí su importancia.
- La linealidad permite relacionar flujos y corrientes con <u>inductancias propias y mutuas</u>:

$$\lambda_1 = L_{11}.i_1 + L_{12}.i_2$$
$$\lambda_2 = L_{21}.i_1 + L_{22}.i_2$$

  - L_{ii} representa una inductancia **propia**, o sea aquella que que relaciona el flujo enlazado por la bobina *i*, generado por la corriente *i*.
  - L_{ij} representa una inductancia **mutua**, o sea aquella que que relaciona el flujo enlazado por la bobina *i*, generado por la corriente *j*. Se cumple por simetría que L_{ij}=L_{ji}.

Caso particular: sistema lineal de doble excitación

- Considerando la definición de coenergía en un sistema de este tipo:

$$dW'_c = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2$$

- Y la relación de flujos con corrientes:

$$\lambda_1 = L_{11}.i_1 + L_{12}.i_2$$
$$\lambda_2 = L_{21}.i_1 + L_{22}.i_2$$

- Se puede calcular la coenergía integrando dW'_c:

$$W'_c = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2$$

  - El desarrollo completo de esta expresión está en la bibliografía (2).

Caso particular: sistema lineal de doble excitación

$$W'_c = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2$$

- Recordar que como el sistema es lineal, energía y coenergía son iguales. Se almacena energía en el convertidor por concepto de las inductancias propias, para lo cual debe existir corriente al menos por la propia bobina, y también por mutua, para lo que se requieren ambas corrientes en simultáneo.

Caso particular: sistema lineal de doble excitación

- Se puede expresar en forma matricial:

$$[\lambda] = [L].[i]$$

- Donde:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$$

$$[i] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}; \quad [\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}$$

- La matriz de inductancias representa el vínculo entre flujos y corrientes en la máquina.
- Cualquier flujo enlazado depende de todas las corrientes y viceversa.
- Notar que es simétrica.

Caso particular: sistema lineal de doble excitación

- Se puede escribir entonces la coenergía como una forma cuadrática en los vectores de flujo y corriente:

$$W'_c = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2$$

- Entonces:

$$W'_c = \frac{1}{2} [i]^t \, [L] \, [i]$$

- A partir de la definición vista para el par: $T = \left.\frac{\partial W'_c}{\partial \theta}\right|_{i_1, i_2 = ctes.}$

$$\rightarrow \boxed{\mathrm{T} = \frac{1}{2} [i]^t \frac{\partial [L(\theta)]}{\partial \theta} [i]}$$

- El par en un convertidor de este tipo <u>depende de que la inductancia varíe con el ángulo</u>.