Conversión Electromecánica de Energía - I

Curso Máquinas Eléctricas

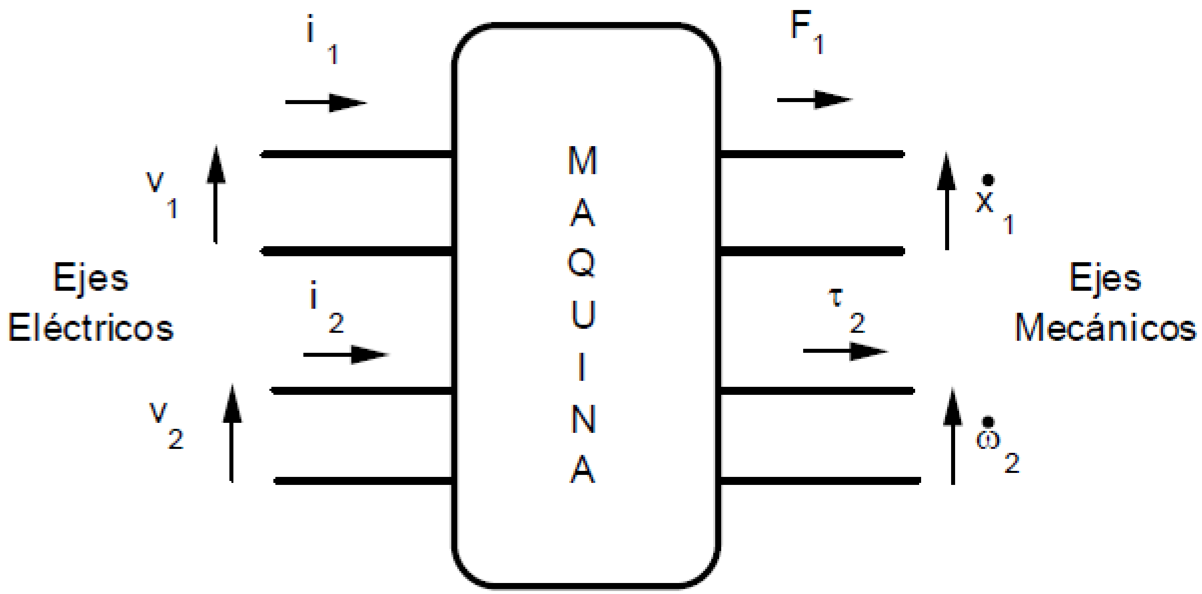
Bibliografía

- *Conversión de Energía Eléctrica - Capítulo 3: Teoría Básica de los Convertidores Electromecánicos de Energía* - Prof. José Manuel Aller - Universidad Simón Bolívar http://prof.usb.ve/jaller/Guia_Maq_pdf/Capitulo03.pdf

- Apuntes del curso de Máquinas Eléctricas (ediciones anteriores) https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/98578/mod_folder/content/0/Cap4_Conversi%C3%B3n%20ElectroMec%C3%A1nica%20de%20Energ%C3%ADa_Fundamentos.pdf?forcedownload=1

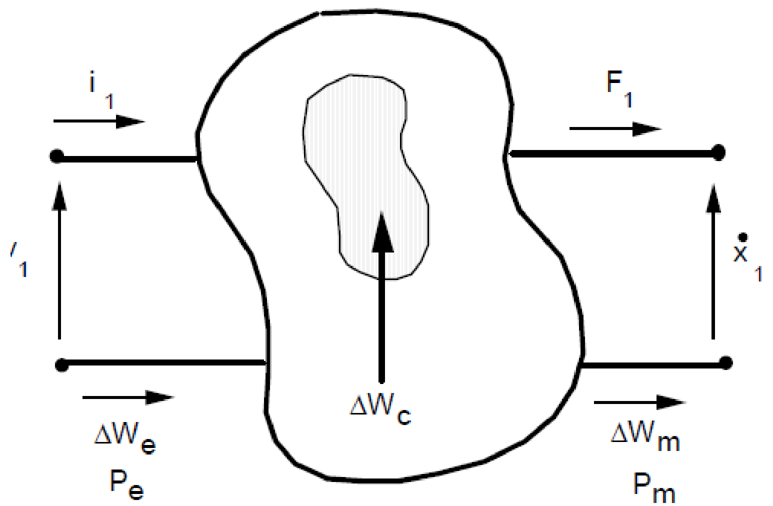
Convertidor electromecánico

- Convertidor electromecánico de energía elemental, el cual puede contar con varios ejes eléctricos y mecánicos:



Convertidor elemental

- Caso particular: convertidor con una entrada eléctrica y una salida mecánica:



- Hipótesis: un solo campo magnético vincula todas las entradas y salidas, convertidor <u>conservativo</u> (pérdidas eléctricas y mecánicas quedan excluidas de los límites del convertidor analizado).

Energía almacenada en campo magnético

- La energía almacenada en campo magnético por unidad de volumen puede expresarse como:

$$\frac{\partial W_{c\,mag}}{\partial V} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}$$

- ¿Qué valores se tienen en distintos medios?

Considerando densidad B=1T (valor razonable)

- En aire: $\mu = \mu_0, \rightarrow \frac{\partial W_{c\,mag}}{\partial V} \cong 4.10^5\,\frac{J}{m^3}$
- En material ferromagnético: $\mu = 2000 * \mu_0, \rightarrow \frac{\partial W_{c\,mag}}{\partial V} \cong 2.10^2\,\frac{J}{m^3}$

- La energía magnética se concentra en medios con permeabilidad más baja (en el entrehierro).

Energía almacenada en campo magnético

- En el campo eléctrico también puede almacenarse energía:

$$\frac{\partial W_{c\ eléc}}{\partial V} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

- La energía almacenada por unidad de volumen en campo eléctrico es inferior a la almacenada en campo magnético:

  - Aire: E=10kV/cm (1/3 de rigidez dieléctrica), $\varepsilon = \varepsilon_0, \rightarrow \frac{\partial W_{c\ eléc}}{\partial V} \cong 4.4\ \frac{J}{m^3}$
  - Mica : E=600kV/cm (máximo), $\varepsilon = 5.\varepsilon_0, \rightarrow \frac{\partial W_{c\ eléc}}{\partial V} \cong 10^4\ \frac{J}{m^3}$

Si bien este ultimo valor es mayor, notar que es menor a los obtenidos para campos magnéticos.

Energía eléctrica entrante

- Por conservación de la energía:

$$\Delta W_e = \Delta W_\mathrm{c} + \Delta W_m$$

  - ΔW_e: energía eléctrica entrante
  - ΔW_c: energía almacenada en campo magnético
  - ΔW_m: energía mecánica saliente

- Energía eléctrica entrante al convertidor:

$$\Delta W_e = \int_0^t P_e(\tau)d\tau = \int_0^t v(\tau).i(\tau)d\tau = \int_0^t \frac{d\lambda}{dt}.i(\tau)d\tau = \boxed{\int_{\lambda(0)}^{\lambda(t)} i(\lambda, x)d\lambda}$$

  - Donde λ es el flujo magnético enlazado por el bobinado (N. φ)

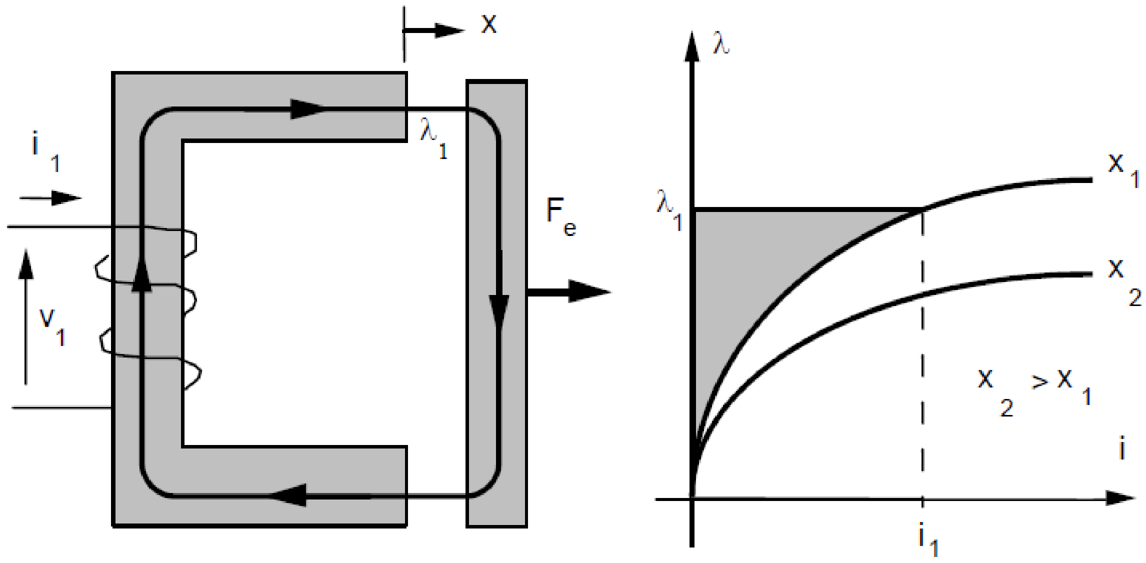
Energía mecánica saliente

- Cálculo en función de la fuerza magnética:

$$\Delta W_m = \int_0^t F_e(\tau).\frac{dx}{dt}d\tau = \int_{x(0)}^{x(t)} F_e(x,\lambda)dx$$

Notar que se expresa la fuerza producida por el campo magnético como función del flujo enlazado y la posición.

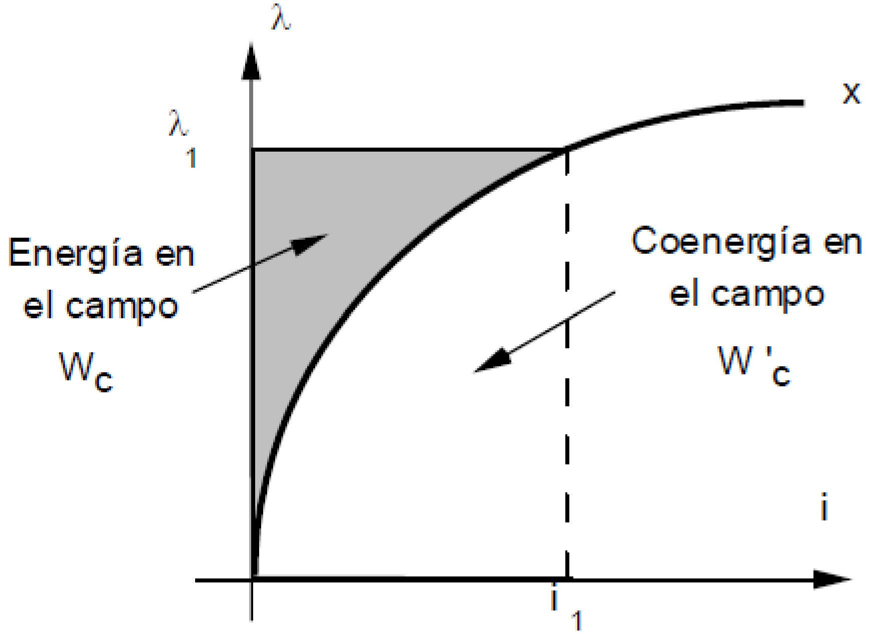
Característica flujo-corriente



- Sistema conservativo: energía acumulada es función de estado.
- A posición fija, toda la energía eléctrica es almacenada ya que no hay potencia mecánica:

$$\Delta W_e = \int_{\lambda(0)}^{\lambda(t)} i(\lambda, x) d\lambda = \Delta W_c \quad \text{, con } x = cte.$$

Energía y coenergía



- Energía almacenada en campo: $W_c = \int_{\lambda(0)}^{\lambda(t)} i(\lambda, x) d\lambda$

- Se define la *coenergía* (sin sentido físico): $W'_c = \int_{i(0)}^{i(t)} \lambda(i, x)\, di$

Energía y coenergía

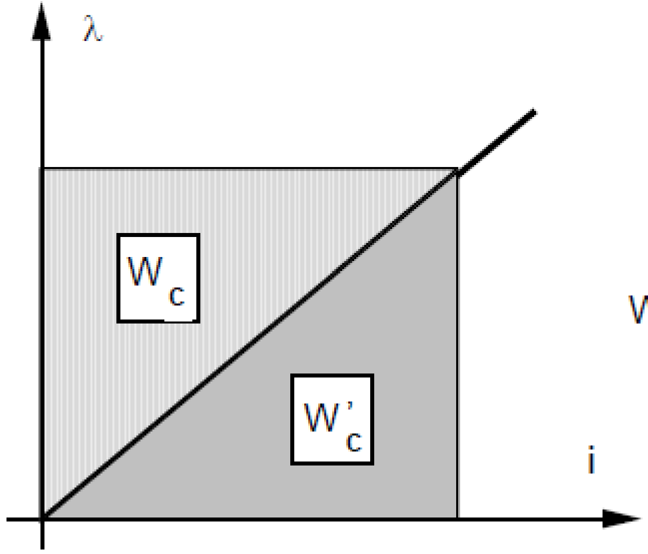
- **Energía**: corriente en función de flujo (para x dado)
- **Coenergía**: flujo en función de corriente (para x dado)
- En términos diferenciales:
  - $dW_c = i.d\lambda$
  - $dW'_c = \lambda.di$

Energía y coenergía: caso lineal

- Si el circuito magnético es lineal: energía y coenergía son iguales. Recordando la Ley de Ampere aplicada a este caso:

$$N.i = \mathcal{R}(x).\varphi \rightarrow \lambda = \frac{N^2}{\mathcal{R}(x)}.i$$

  - Donde se define la auto-inductancia del bobinado como $L(x) = \frac{N^2}{\mathcal{R}(x)}$



$$\lambda = L\,.\,i$$

$$W_c = W'_c = \frac{1}{2}\lambda\, i = \frac{1}{2} L\, i^2$$

Fuerza magnética

- ¿Cómo calculamos la fuerza magnética sobre las partes móviles del convertidor?
  - A partir de cierto punto de funcionamiento (λ_1, i_1, x_1) se produce un desplazamiento a un segundo punto (λ_2, i_2, x_2).
  - Descomponemos ese desplazamiento en dos formas elementales:
    - Desplazamiento a flujo constante
    - Desplazamiento a corriente constante
  - El desplazamiento real no es ni a flujo ni a corriente constante, pero tomando desplazamientos diferenciales se puede descomponer en estos dos tipos sin perder generalidad.

Fuerza magnética

- En un desplazamiento a <u>flujo constante</u> no hay energía eléctrica entrante al convertidor ($dW_e = i.d\lambda$), toda la energía mecánica se extrae de la almacenada en el campo magnético:

$$\Delta W_m = -\Delta W_c \ , \qquad si\ \lambda = cte.$$

- En forma diferencial, la energía mecánica saliente del convertidor es:

$$dW_m = F_e.dx = -dW_c(x,\lambda)$$

- Por lo tanto identificando términos se puede deducir el valor de la fuerza magnética:

$$dW_c(x,\lambda) = \frac{\partial W_c}{\partial x}.dx + \frac{\partial W_c}{\partial \lambda}.\underbrace{d\lambda}_{0} \rightarrow \boxed{F_e = -\frac{\partial W_c(x,\lambda)}{\partial x} \ , si\ \lambda = cte.}$$

Fuerza magnética

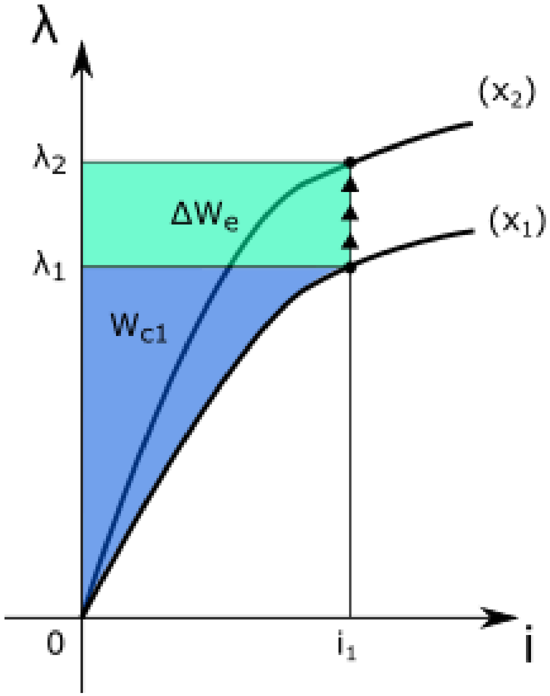
- La ecuación anterior indica que para calcular la fuerza F_e sobre la pieza móvil, es necesario conocer la variación de la energía almacenada en el campo en función del desplazamiento, cuando se mantiene constante el flujo enlazado λ.

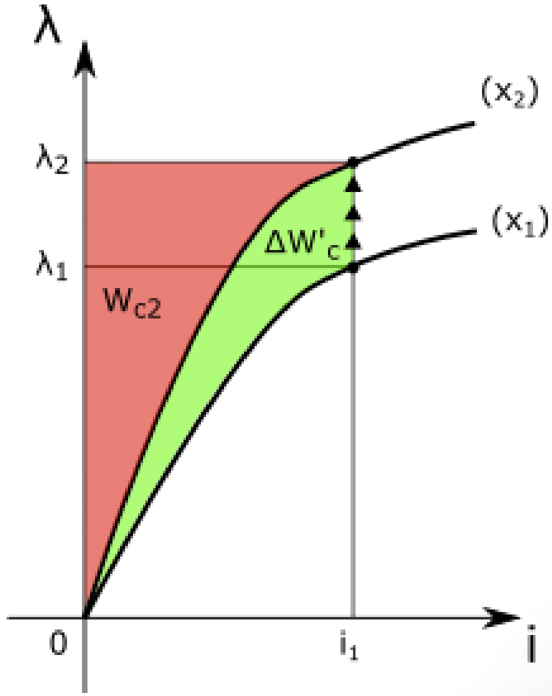
- Si en el convertidor la energía acumulada en el campo <u>no depende de la posición, la fuerza magnética es cero</u>.

Fuerza magnética

- En un desplazamiento a corriente constante se puede asociar la variación de energía mecánica con la variación de coenergía:

$$\Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_c = \Delta W_e - W_{c2} + W_{c1} = \Delta W'_c$$





Fuerza magnética

- Razonando en forma análoga al caso a flujo constante:

$$dW_m = F_e . dx = dW'_c(x,i)$$

- Nuevamente identificando términos se puede deducir el valor de la fuerza magnética:

$$dW'_c(x,i) = \frac{\partial W'_c}{\partial x} . dx + \frac{\partial W'_c}{\partial i} . \underbrace{di}_{0} \rightarrow$$

$$\boxed{F_e = \frac{\partial W'_c(x,i)}{\partial x} \quad , si\ i = cte.}$$

Fuerza magnética

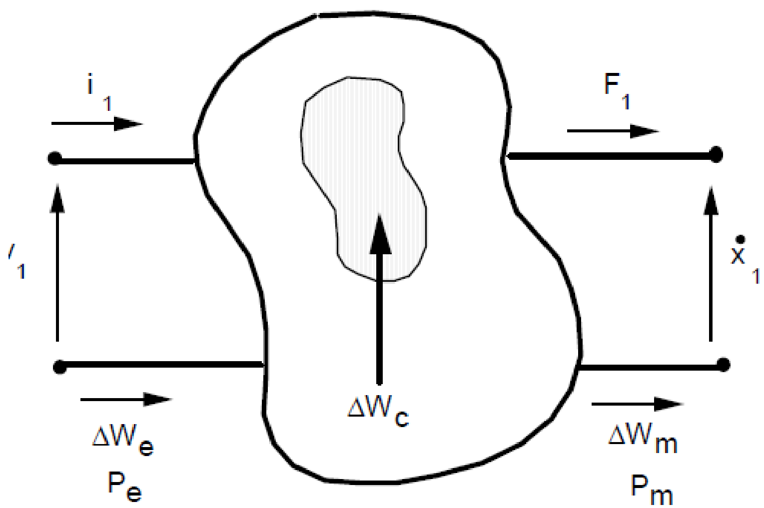
- La fuerza originada en el convertidor electromagnético depende de la variación de la energía almacenada en el campo magnético en función del desplazamiento cuando el movimiento se realiza manteniendo constante el flujo enlazado.

- Si el movimiento se realiza manteniendo constante la corriente, la fuerza depende de la variación de la coenergía en función de la posición.

- Usar uno u otro método es igualmente válido, dependerá del cálculo si resulta más fácil uno o el otro.

Fuerza magnética

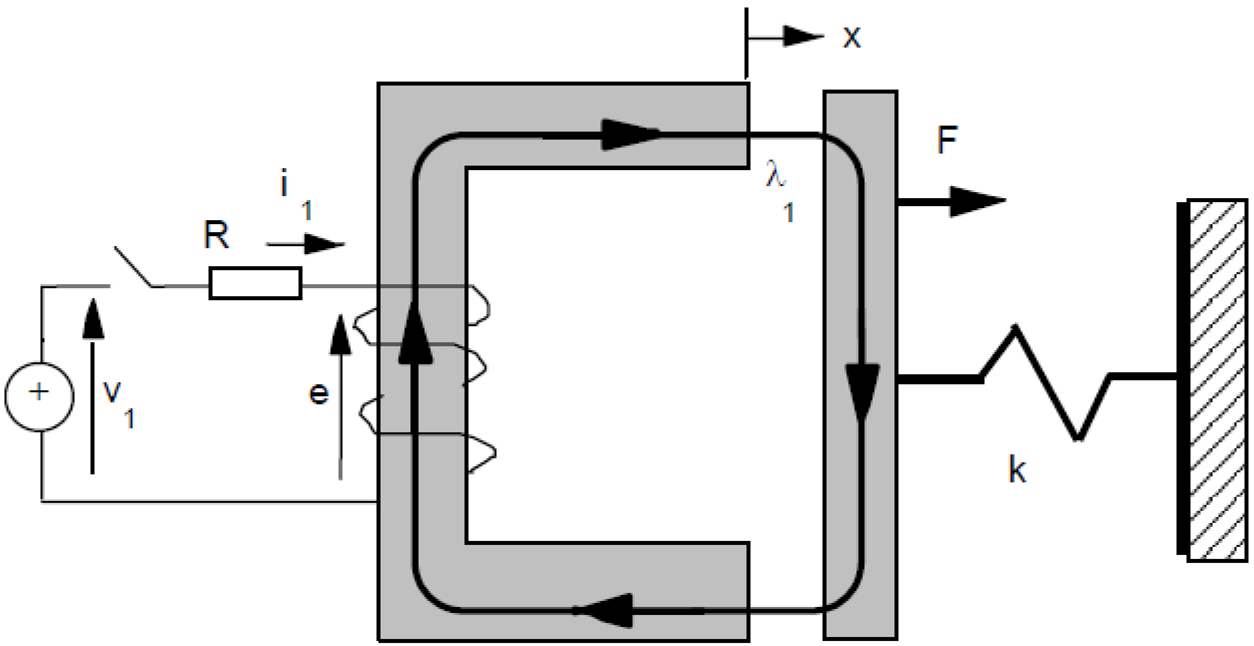
- Algunos detalles a tener en cuenta:
  - Convención de signos usada:



$P_e > 0$ entrante al convertidor y $P_m > 0$ saliente al convertidor: la dirección de la fuerza magnética positiva es en el sentido del desplazamiento (según $x > 0$).

Ejemplo

- Sea el siguiente circuito magnético móvil:



Ejemplo

- Como se mostró anteriormente, para un circuito magnético lineal se cumple que:

$$W_c = \frac{1}{2}\lambda.i = \frac{1}{2}L(x).i^2 = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(x)}$$

- En el caso del ejemplo la reluctancia del circuito magnético resulta:

$$\mathcal{R}(x) = \frac{2(x+d)}{\mu_0.A}$$

Donde:

- Se ha despreciado la reluctancia del hierro (se supuso premeabilidad infinita en el mismo)
- Se supone que existe un entrehierro mínimo de ancho *d* (por ejemplo creado con un material no magnético)

Ejemplo

- En virtud de haber despreciado la reluctancia del hierro, el circuito magnético se comporta en forma lineal (de haber considerado ésta, será lineal hasta que se sature el hierro).

- La energía almacenada puede expresarse entonces como:

$$W_c(x,\lambda) = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(x)} = \frac{1}{2}\frac{2(x+d)}{\mu_0.A.N^2}\lambda^2 = \frac{(x+d)}{\mu_0.A.N^2}\lambda^2$$

- Por ser un circuito lineal, la coenergía es numéricamente igual a la energía, salvo que debe expresarse en función de la corriente:

$$W'_c(x,i) = \frac{1}{2}L(x).i^2 = \frac{\mu_0.A.N^2}{4(x+d)}i^2$$

Ejemplo

- Se puede entonces calcular la fuerza sobre la parte móvil usando la derivada de la **energía** (a flujo constante):

$$F_e = -\frac{\partial W_c(x,\lambda)}{\partial x} = \boxed{\frac{-\lambda^2}{\mu_0 . A . N^2}}$$

- Notar que la fuerza es negativa, por lo que la parte móvil es atraída sin importar el sentido del flujo (o la corriente que lo produce).

Ejemplo

- También se puede calcular la fuerza mediante la derivada de la **coenergía** (a corriente constante):

$$F_e = \frac{\partial W_c'(x,i)}{\partial x} = \frac{\mu_0.A.N^2}{4} i^2 . \frac{-1}{(x+d)^2}$$

- A los efectos de poder comparar con el cálculo anterior, se expresa la corriente en función del flujo:

$$F_e = -\frac{\mu_0.A.N^2}{4(x+d)^2}\frac{\lambda^2}{L(x)^2} = -\frac{\mu_0.A.N^2}{4(x+d)^2}.\frac{4(x+d)^2}{(\mu_0.A.N^2)^2}\lambda^2 = \frac{-\lambda^2}{\mu_0.A.N^2}$$

- Se observa que el resultado es el mismo como cabía esperar.

Ejemplo

- Analizando la expresión de la fuerza expresada en función de la corriente se observa la dependencia con la posición:

$$F_e = -\frac{\mu_0 . A . N^2}{4(x+d)^2} i^2$$

  - Observar que de no existir un entrehierro mínimo de ancho d, F_e tiende a infinito al cerrarse totalmente el entrehierro ($x \rightarrow 0$).
  - El modelado despreció la reluctancia del hierro, la cual si bien es baja no es nula, y por tanto modifica el comportamiento. Al quedar solo la reluctancia del hierro no puede asegurarse la linealidad ya que podría saturar.
  - En situaciones donde el entrehierro tiene cierto ancho mínimo, la reluctancia del mismo será mucho mayor a la del hierro y domina el comportamiento, asegurando la linealidad.