

Práctico 0

1. Ecuaciones e inecuaciones

1. Calcular las raíces reales de los siguientes polinomios

$$x^2 - 3x + 2 \quad x^2 - 6x + 9 \quad x^2 + 1 \quad x^6 - 1 \quad (x^2 + 2x + 1)(x^2 - 4x + 3)$$

$$x^2 + x + 1 \quad 2x^3 + 7x^2 + 6x \quad x^2 + 6x + 4 \quad x^4 - x^2 - 2 \quad (x-1)(x-1)(x+3)(x+4)$$

2. Determinar las raíces de los siguientes polinomios

a) $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$, sabiendo que 2 es raíz.

b) $Q(x) = 8x^3 + 14x^2 - 5x - 2$ sabiendo que $\frac{1}{2}$ es raíz.

3. Determinar para que valores de x, y son verdaderas las siguientes ecuaciones e inecuaciones

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \quad (x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \quad \sqrt{x^2} = x \quad \sin(x) + \cos(x) \leq 1$$

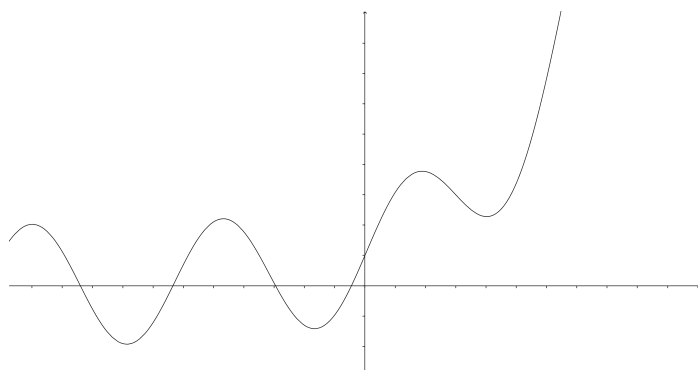
$$(x+y)^n = x^n + y^n \quad xy \leq x^2 + y^2 \quad (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y \quad \log(x) < x \quad |nx| > x^2$$

$$\sqrt{x+4} < x \quad \sqrt{x+n} - \sqrt{x} > 1 \quad \sqrt{x^2+1} > 2x-3 \quad |2x-5| < |3x+4| \quad x^2 - 5|x| + 4 \geq 0$$

2. Funciones

2.1. Bosquejos

1. Sea f dada por la gráfica



Bosquejar $f+1$, $f(x+1)$, $f(-x)$, $|f|$

2. a) Bosquejar en los mismos ejes $\sin(x)$, $\sin(2x)$, $\cos(x)$

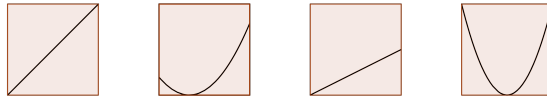
b) Bosquejar en los mismos ejes x^2 , x^4 , \sqrt{x}

c) Bosquejar en los mismos ejes x , e^x , $\log(x)$

d) Bosquejar en los mismos ejes $\frac{1}{x}$, $\frac{2x+3}{3x-3}$

e) Bosquejar $f(x) = \begin{cases} x/2 & \text{si } x < 0 \\ 3x+1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - 1 & \text{si } x < 0 \\ x^3 - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

3. Determinar si la función f es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva en los siguientes casos



2.2. Estudio del signo

1. Determinar el signo de las siguientes funciones

a) $f_1(x) = (x-1)(x-3)^2$, $f_2(x) = x^3 + x^2 - x$, $f_3(x) = (x+1)(x^4 - 3x^2 + 2)$

b) $g_1(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $g_2(x) = \frac{x^2+2x+1}{x}$, $g_3(x) = \frac{(x+3)(x^2-2x+2)}{(x-1)(x-2)}$

c) $h_1 = \sin(x)$, $h_2 = \tan(x)$, $h_3(x) = \sin(x) - \cos(x)$

2.3. Funciones por recurrencia

1. Determinar una fórmula explícita para las siguientes funciones definidas por recurrencia, y calcular $f(100)$ en cada caso

a) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por : $\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(n+1) = f(n) + 3 \end{cases}$

b) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por : $\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(n+1) = 2f(n) \end{cases}$

2.4. Modelos

1. Una empresa debe adquirir una máquina para producir determinado artículo. Se le presentan tres opciones:

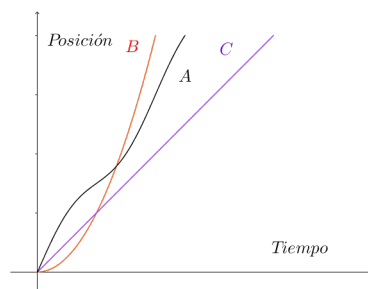
A) Adquirir una máquina vieja por 500 dólares. Con esta máquina podrán producir a un costo de 3 dólares por unidad.

B) Adquirir una máquina usada pero más moderna a 900 dólares. Con esta máquina podrán producir a un costo de 2 dólares por unidad.

C) Adquirir una máquina nueva por 1500 dólares. Con esta máquina podrán producir a un costo de 1 dólar por unidad.

Discuta según el número de unidades producidas, cuál de las 3 opciones es la que conviene más.

2. Tres personas (A, B y C) participan en un carrera de 100 metros. A partir de las gráficas de sus posiciones en función del tiempo, deducir el orden en que llegaron a la meta.



3. La tarifa actual del taxi en Montevideo es de

- Bajada de bandera con 100 metros \$30,72
- Ficha cada 100 metros \$1,78

- a) Graficar la función F que relaciona metraje recorrido con precio, esto es $F(x)$ es el precio por recorrer x metros.
- b) Estime el costo para ir desde la Universidad hasta la Facultad de Ingeniería.
- c) Si por viajar en la noche el conductor nos cobra un 15% de recargo. ¿Cambia el bosquejo de la función?

(Información oficial SIPC)

4. A medida que el concreto se seca, se contrae; cuanto mayor es el contenido de agua mayor es la contracción. Si una viga de concreto tiene un contenido de agua de $\omega \text{ kg/m}^3$ entonces se contraerá un factor $S = \frac{0,032\omega - 2,5}{10000}$ donde S es la fracción de la longitud original de la viga que desaparece debido a la contracción.

- a) Una viga de $12,025 \text{ m}$ de largo es vaciada en concreto que tiene 250 kg/m^3 de agua. ¿Cuál es el factor de contracción? ¿Qué largo tendrá la viga cuando se haya secado?
- b) Una viga mide $10,014 \text{ m}$ de largo cuando está húmeda. Deseamos que se contraiga a $10,009 \text{ m}$ de modo que el factor de contracción sea $S = 0,0005$. ¿Qué contenido de agua dará esta cantidad de contracción?

5. Determinado producto tiene un costo de \$1000 IVA incluido.

- a) Calcular aproximadamente el precio del producto sin IVA
- b) Determinar que porcentaje de descuento debe tener el producto a partir del precio marcado, es decir \$1000 para que el nuevo precio sea el del producto sin IVA

6. En este ejercicio se intentará ver si es razonable modelar la duración en horas de los días a partir de la función sin

Fijemos $F(t)$ la duración del día, horas de sol, en el día t a partir del 20 de marzo (equinoccio de Otoño en el 2015)

- En el 2015 el 21 de julio fue el solsticio de invierno y $F(t)$ fue $9,8 \text{ hs}$ y el 22 de diciembre y la duración del día fue $14,52 \text{ hs}$.

- a) Calcular aproximadamente a y b para que $a \sin(t(2\pi)/365) + b$ se ajuste a $F(t)$ en los solsticios.
- b) Sabiendo que los equinoccios fueron el 20 de marzo y el 23 de setiembre. ¿Coinciden estos razonablemente a la predicción del modelo?

- c) Teniendo como información la siguiente tabla de duración de días decir si este modelo es razonable o no. En caso de que se ajusten pruebe con algunos datos más para verificar.

10/02/2015	21/04/2015	21/08/2015	25/09/2015
13,51	11,02	10,98	12,02

- d) En caso de que concluya que la desviación es muy grande, discutir posibles soluciones al modelo.

(Información oficial de Sohma)

7. Se vierte agua en la jarra de la imagen a una velocidad constante hasta llenarla. La capacidad de la misma es de 1,5 l



Sea $H(t)$ la altura del agua dentro de la jarra en el tiempo t , digamos además que la jarra estaba vacía, es decir $H(0) = 0$

Bosquejar la función $H(t)$.

Suponga que se desea hacer marcas que indiquen la capacidad cada 0,2 l. ¿Estarían todas las líneas a la misma distancia?

3. Lógica

- En este ejercicio no importa que las sentencias sean falsas o verdaderas.
 - Dar el recíproco y contrarrecíproco de las siguientes afirmaciones.
 - Si pintas tu casa de blanco, ahorras energía.
 - Si el piso está mojado, es porque llovió.
 - Si el boleto de bus sube, más gente usará bicicleta.
 - Negar, sin usar la palabra no, las siguientes afirmaciones.
 - Todos los dioses son mortales.
 - Ningún $x \in \mathbb{R}$ cumple que $x^2 = -1$.
 - Algunos juegos de comedor traen menos de 3 sillas.
- Determinar si las relaciones siguientes son funciones, y en caso de serlas estudiar inyectividad, sobreyectividad y biyectividad.
 - A cada uruguayo asociarle su cédula.
 - A una persona asociarle sus hijos.
 - A un país asociarle los países vecinos.
 - A un país asociarle la capital.

4. Diagrama de Venn

1. Sean tres conjuntos A, B y C de los cuales sabemos:

- $\#(A \cap B \cap C) = 3$
- $\#[A - (B \cup C)] = 4$
- $\#(B \cap C) = 7$
- $\#[C - (A \cup B)] = 5$
- $\#(A \cup B \cup C) = 28$
- $\#[(A \cap C) - B] = \#[(A \cap B) - C] = \#[B - (A \cup C)]$

a) Complete un diagrama de Venn.

b) Hallar $\#B$.

2. Se acercan las elecciones internas y en un determinado partido hay tres presidenciables: los señores A, B y C. Luego de hacer un estudio dentro de los integrantes de la colectividad política, se llegaron a los siguientes resultados:

- Los que simpatizan por A son el 30%.
- Los que simpatizan sólo por A son el 10%.
- Los que simpatizan sólo por B son el 6%.
- Los que simpatizan por A y B, pero no por C son el 4%.
- Los que simpatizan por C son el 31%.
- Los que simpatizan por A y C, pero no por B son el 1%.
- Los que simpatizan sólo por C son el 12%.

a) ¿Qué porcentaje simpatiza por los tres candidatos a la vez?

b) ¿Qué porcentaje no simpatiza por nadie?

c) ¿Qué porcentaje de simpatizantes tiene el candidato B?

3. En un atlas geográfico aparecen banderas de 193 países del mundo. Analizando las mismas con detención puede observarse que:

- Las banderas en las cuales el color rojo no está contenido en ellas son 53.
- Hay 36 banderas que contienen un escudo en su diseño.
- Hay 10 banderas que son de tres franjas horizontales, que tienen escudo y que tienen el color rojo en ellas.
- Las que tienen escudo y tres franjas horizontales son 13.
- Son 10 las que tienen escudo pero no son de franjas horizontales ni tienen color rojo.
- Son 44 las que tienen tres franjas horizontales.
- Las que tienen el color rojo y además son de tres franjas horizontales o con escudo son 43.

a) Realizar el diagrama de Venn correspondiente.

b) ¿Cuántas son las banderas que no tienen color rojo, ni escudo, ni tres franjas horizontales en su diseño?

4. Durante el mes de enero un tablado barrial organizó la programación para el próximo carnaval. En este carnaval participarán 35 agrupaciones de las cuales 12 son murgas, 10 parodistas, 6 humoristas, 4 revistas y 3 grupos de negros y lubolos. Luego de una reunión del comité organizador se concluye que el tablado abrirá sus puertas solamente de jueves a domingos, y que cada día actuarán 7 agrupaciones. Falta decidir qué grupos van a ser contratados cada día y en qué orden actuarán, es decir, el itinerario.

- a) ¿Cuántas posibilidades existen para armar el itinerario de 1 día?
- b) ¿Cuántas posibilidades existen para armar el itinerario de una semana si se desea no repetir agrupaciones?
- c) ¿Cuántas posibilidades existen para armar el itinerario de un día en el cual se quiere que actúen en primer lugar dos murgas, luego dos grupos de parodistas, luego un grupo de humoristas, luego una revista y finalmente un grupo de negros y lubolos?
- d) Si se desea que en un día el itinerario empiece y termine con una murga, ¿cuántos itinerarios se podrían realizar?