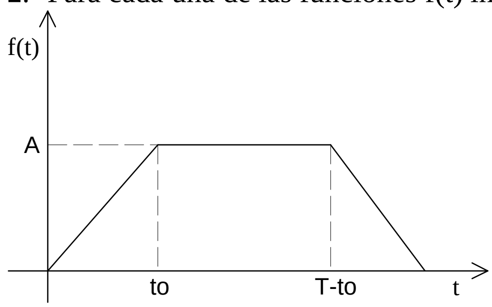
Práctico 1 – Transformada de Laplace

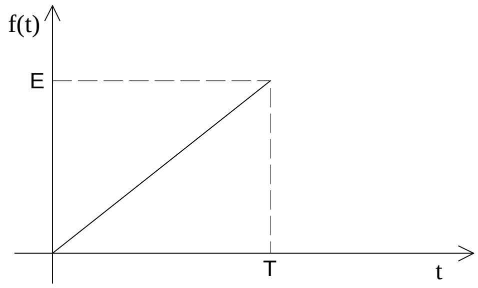
1.-

a) Hallar la Transformada de Laplace (TdL) de $Y(t).e^{-at}$, con a complejo. Determinar la abscisa de convergencia.

b) Deducir la TdL de $Y(t).f(t) = Y(t).\dfrac{e^{-zw_n t}}{\sqrt{1-z^2}}.\sin\left(\sqrt{1-z^2}\,w_n\,t\right)$, con $0 < z < 1$, $w_n > 0$ de dos maneras diferentes.

2.- Para cada una de las funciones f(t) indicadas en la figura, calcular F(s).





3.- Hallar la transformada de Laplace de:

a) $Y(t).t^n$

b) $\begin{cases} f(t) = 1, & 0 < t < a \\ f(t) = 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$

c) $Y(t).e^{-at}$

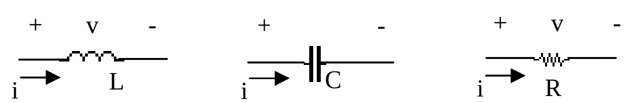
d) $Y(t).e^{-at}.t^n$

e) $\dfrac{Y(t).(1-e^{-at})}{a}$

f) $Y(t).e^{-at}.sen(wt)$.

4.- Calcular las relaciones $\dfrac{V(s)}{I(s)}$ en cada uno de los siguientes casos (suponer condiciones iniciales nulas):

a. resistencia R
b. inductancia L
c. serie de L y R
d. condensador C
e. paralelo de R y C



($i = C.\dfrac{dv}{dt}$, $v = L.\dfrac{di}{dt}$, $v=R.i$)

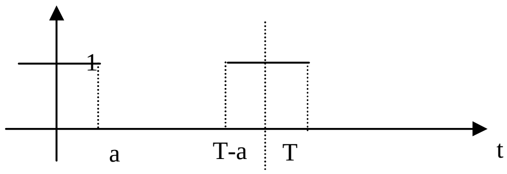
5.- Resolver aplicando transformada de Laplace:

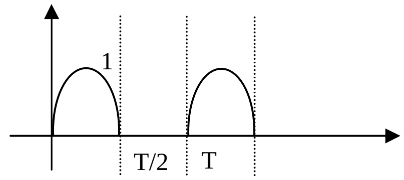
a) $i(t) + 5i'(t) + 4i''(t) = 1$, con $i(0) = 3$, $i'(0) = 1$, $t > 0$.

b) $\int_0^t i(t)dt + 5i(t) + 4i'(t) = 1$ con $i(0) = 3$, $t > 0$

c) $ai(t) + i'(t) = e^{-at}\,Y(t)$, con $i(0) = e$, $t > 0$.

6. Hallar la transformada de las siguientes señales periódicas:





7.- Hallar la transformada de Laplace de:

a) d , b) $d^{(n)}$ con n entero

8.- Calcular f(t) siendo su transformada de Laplace F(s):

a) $\frac{s+2}{s(s^2-1)}$ b) $\frac{s^2+5}{s^3+2s^2+4s}$ c) $\frac{3s+1}{5s^3.(s-2)^2}$ d) $\frac{1-e^{-4s}}{3s^3+2s^2}$

e) $\frac{1}{s^3}$ f) $\left(\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{s}+1}\right)^2$ g) $\frac{s+1}{s(s^2+4)}$ h) $\frac{s}{(s^2+w_1{}^2)(s^2+w_2{}^2)}$

i) $\left(\frac{1-\mathrm{as}}{\mathrm{s}}\right)^2$ j) $\frac{1}{1+e^{-Ts}}$ k) $\frac{w_n^2}{s^2+2xw_n s+w_n^2}$ l) $\frac{s}{s^2+2xw_n s+w_n^2}$

Comparar los resultados obtenidos en k) y l) con los correspondientes en la Tabla adjunta.

9.- Se considera un sistema de transferencia $H(s)=\frac{w_n{}^2}{s^2+2z\,w_n s+w_n^2}$,

$0<z<1$, $w_n>0$ (la transferencia es la Transformada de Laplace de la respuesta al impulso del sistema).

a) Hallar la respuesta a un escalón de amplitud E.
b) Calcular, en función de z y w_n , el valor del pico de dicha respuesta temporal.
c) Determinar t_s , tiempo a partir del cual la respuesta dista menos de un 5% del valor de régimen.

Pares de Transformadas de Laplace

	$f(t)$	$F(s)$
1	impulso unitario $d(t)$	1
2	escalón unitario $1(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
5	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
6	$sen(wt)$	$\frac{w}{s^2+w^2}$
7	$\cos(wt)$	$\frac{s}{s^2+w^2}$
8	$t^n \qquad (n=1,2,3,.....)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
10	$\frac{1}{b-a}(e^{-at}-e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
11	$\frac{1}{b-a}(be^{-bt}-ae^{-at})$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$
12	$\frac{1}{ab}\left[1+\frac{1}{a-b}(be^{-at}-ae^{-bt})\right]$	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$
13	$e^{-at}sen(wt)$	$\frac{w}{(s+a)^2+w^2}$
14	$e^{-at}\cos(wt)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+w^2}$
15	$\frac{1}{a^2}(at-1+e^{-at})$	$\frac{1}{s^2(s+a)}$
16	$\frac{w_n}{\sqrt{1-z^2}}e^{-zw_nt}sen(w_n\sqrt{1-z^2}t)$	$\frac{w_n^2}{s^2+2zw_ns+w_n^2}$
17	$\frac{-1}{\sqrt{1-z^2}}e^{-zw_nt}sen(w_n\sqrt{1-z^2}t+f)$ $f=\tan^{-1}\frac{\sqrt{1-z^2}}{z}$	$\frac{s}{s^2+2zw_ns+w_n^2}$
18	$1-\frac{1}{\sqrt{1-z^2}}e^{-zw_nt}sen(w_n\sqrt{1-z^2}t+f)$ $f=\tan^{-1}\frac{\sqrt{1-z^2}}{z}$	$\frac{w_n^2}{s\left(s^2+2zw_ns+w_n^2\right)}$