Práctico 0

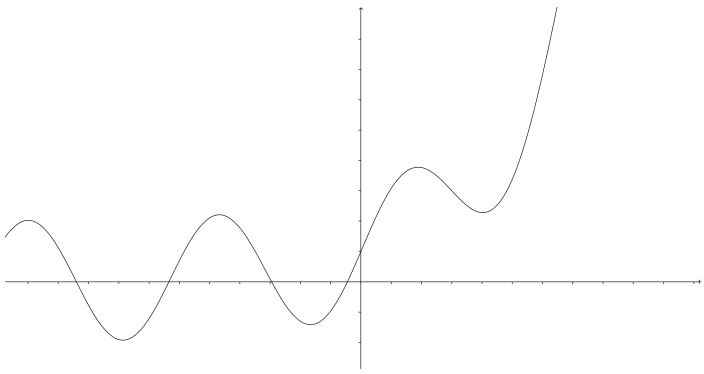
1. Ecuaciones e inecuaciones

1. Calcular las raíces reales de los siguientes polinomios
   $x^2-3x+2 \quad x^2-6x+9 \quad x^2+1 \quad x^6-1 \quad (x^2+2x+1)(x^2-4x+3)$
   $x^2+x+1 \quad 2x^3+7x^2+6x \quad x^2+6x+4 \quad x^4-x^2-2 \quad (x-1)(x-1)(x+3)(x+4)$
2. Determinar las raíces de los siguientes polinomios
   a) $P(x)=x^3-x^2-4x+4$, sabiendo que 2 es raíz.
   b) $Q(x)=8x^3+14x^2-5x-2$ sabiendo que $\frac{1}{2}$ es raíz.
3. Determinar para que valores de x,y son verdaderas las siguientes ecuaciones e inecuaciones
   $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2 \qquad (x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3 \qquad \sqrt{x^2}=x \qquad \sin(x)+\cos(x)\leq 1$
   $(x+y)^n=x^n+y^n \quad xy\leq x^2+y^2 \quad (\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x-y \quad \log(x)<x \quad |nx|>x^2$
   $\sqrt{x+4}<x \quad \sqrt{x+n}-\sqrt{x}>1 \quad \sqrt{x^2+1}>2x-3 \quad |\,2x-5\,|<|\,3x+4\,| \quad x^2-5\,|\,x\,|+4\geq 0$

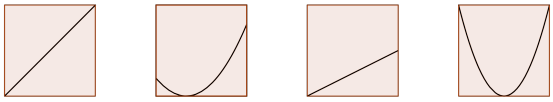
2. Funciones

2.1. Bosquejos

1. Sea f dada por la gráfica



   Bosquejar $f+1$, $f(x+1)$, $f(-x)$, $|\,f\,|$
2. *a*) Bosquejar en los mismos ejes $\sin(x)$, $\sin(2x)$, $\cos(x)$
   b) Bosquejar en los mismos ejes x^2, x^4, $\sqrt{x}$
   c) Bosquejar en los mismos ejes x, e^x, $log(x)$
   d) Bosquejar en los mismos ejes $\dfrac{1}{x}$, $\dfrac{2x+3}{3x-3}$
   e) Bosquejar $f(x)=\begin{cases} x/2 & \text{si } x<0 \\ 3x+1 & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$, $g(x)=\begin{cases} \frac{x^2}{2}-1 & \text{si } x<0 \\ x^3-1 & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$
3. Determinar si la función f es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva en los siguientes casos



2.2. Estudio del signo

1. Determinar el signo de las siguientes funciones

   a) $f_1(x) = (x-1)(x-3)^2,\ f_2(x) = x^3 + x^2 - x,\ f_3(x) = (x+1)(x^4 - 3x^2 + 2)$

   b) $g_1(x) = \dfrac{x+1}{x-1},\ g_2(x) = \dfrac{x^2+2x+1}{x},\ g_3(x)\dfrac{(x+3)(x^2-2x+2)}{(x-1)(x-2)}$

   c) $h_1 = \sin(x),\ h_2 = \tan(x),\ h_3(x) = \sin(x) - \cos(x)$

2.3. Funciones por recurrencia

1. Determinar una formula explicita para las siguientes funciones definidas por recurencia, y calcular $f(100)$ en cada caso

   a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ definida por : $\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(n+1) = f(n) + 3 \end{cases}$

   b) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ definida por : $\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(n+1) = 2f(n) \end{cases}$

2.4. Modelos

1. Una empresa debe adquirir una máquina para producir determinado artículo. Se le presentan tres opciones:

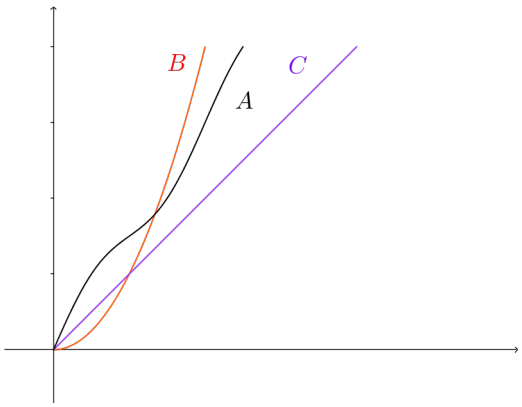
   A) Adquirir una máquina vieja por 500 dólares. Con esta máquina podrán producir a un costo de 3 dólares por unidad.

   B) Adquirir una máquina usada pero más moderna a 900 dólares. Con esta máquina podrán producir a un costo de 2 dólares por unidad.

   C) Adquirir una máquina nueva por 1500 dólares. Con esta máquina podrán producir a un costo de 1 dólar por unidad.

   Discuta según el número de unidades producidas, cuál de las 3 opciones es la que conviene más.

2. Tres personas (A, B y C) participan en un carrera de 100 metros. Apartir de las graficas de sus posiciones en función del tiempo deducir el orden en que llegaron a la meta.



3. La tarifa actual del taxi en Montevideo es de

   - Bajada de bandera con 100 metros $\$30,72$
   - Ficha cada 100 metros $1,78

   a) Graficar la función F que relacciona metraje recorrido con precio, esto es $F(x)$ es el precio por recorrer x metros.

   b) Estime el costo para ir desde la Universidad hasta la Facultad de Ingeniería.

   c) Si por viajar en la noche el conductor nos cobra un 15% de recargo. ¿Cambia el bosquejo de la función?

   (Informacion oficial SIPC)

4. A medida que el concreto se seca, se contrae; cuanto mayor es el contenido de agua mayor es la contracción. Si una viga de concreto tiene un contenido de agua de $\omega kg/m^3$ entonces se contraera un factor $S = \frac{0{,}032\omega - 2{,}5}{10000}$ donde S es la fracción de la longitud original de la viga que desaparece debido a la contracción.

   a) Una viga de $12025m$ de largo es vaciada en concreto que tiene $250kg/m^3$ de agua. ¿Cual es el factor de contracción? ¿Que largo tendra la viga cuando se haya secado?

   b) Una viga mide $10014m$ de largo cuando esta humeda. Deseamos que se contraiga a $10009m$ de modo que el factor de contracción sea $S = 0,0005$. ¿Que contenido de agua dara esta cantidad de contracción?

5. Determinado producto tiene un costo de $\$1000$ IVA incluido.

   a) Calcular aproximadamente el precio del producto sin IVA

   b) Determinar que porcentaje de descuento debe tener el producto apartir del precio marcado, es decir $\$1000$ para que el nuevo precio sea el del producto sin IVA

6. En este ejercicio se intentara ver si es razonable modelar la duración en horas de los dias apartir de la función sin

   Fijemos $F(t)$ la duracion del dia, horas de sol, en el dia t apartir del 20 de marzo (equinoccio de Otoño en el 2015)

   - En el 2015 el 21 de julio fue el solsticio de invierno y $F(t)$ fue $9,8hs$ y el 22 de diciembre y la duracion del dia fue $14,52hs$.

   a) Calcular aproximadamente a y b para que $a\sin(t(2\pi)/365) + b$ se ajuste a $F(t)$ en los solsticios.

b) Sabiendo que los equinoccios fueron el 20 de marzo y el 23 de setiembre. ¿Coinciden estos razonablemente a la prediccion del modelo?

c) Teniendo como informacion la siguiente tabla de duración de días decir si este modelo es razonable o no. En caso de que se ajusten pruebe con algunos datos mas para verificar.

10/02/2015	21/04/2015	21/08/2015	25/09/2015
13,51	11,02	10,98	12,02

d) En caso de que concluya que la desviación es muy grande discutir posibles soluciones al modelo.

(Informacion oficial de sohma)

7. Se vierte agua en la jarra de la imagen a una velocidad constante hasta llenarla. La capacidad de la misma es de 1,5 l

Sea H(t) la altura del agua dentro de la jarra en el tiempo t, digamos ademas que la jarra estaba vacia, es decir $H(0) = 0$

Bosquejar la función $H(t)$.

Suponga que se desea hacer marcas que indiquen la capacidad cada 0,2 l. Estarian todas las lineas a la misma distancia?

3. Logica

1. En este ejercicio no importa que las sentencias sesan falsas o verdaderas.

   a) Dar el reciproco y contrarreciproco de las siguientes afirmaciones
      1) Si pintas tu casa de blanco ahorras energia
      2) Si el piso esta mojado es por que llovio
      3) Si el boleto de bus sube, mas gente usara bici

   b) Negar, sin usar la palabra no, las siguientes afirmaciones
      1) Todos los dioses son mortales
      2) Ningun $x \in \mathbb{R}$ cumple que $x^2 = -1$
      3) Algunos juegos de comedor traen menos de 3 sillas.

2. Determinar si las relaciones siguiente son funciones y en caso de serlas estudiar inyectividad, sobreyectividad y biyectividad.

   a) A cada uruguayo asociarle su cedula.

   b) A una persona asociarle sus hijos.

   c) A un país asociarle los paices vecinos.

   d) A un país asociarle la capital.