Universidad de la República **Cálculo 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Primer Semestre 2016**

Práctico 6 - Desarrollo de Taylor

1. Hallar el desarrollo de Mc Laurin de orden n de las siguientes funciones:

$$\frac{1}{2-x} \qquad \frac{1}{a-x} \qquad \frac{1}{x^2-3x+2} \qquad \log(1-x) \qquad \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$e^x - \cos x \qquad \operatorname{sen} x \cos x \qquad \operatorname{sen}^2 x \qquad \frac{1+x^2}{1-x^2} \qquad \log(1+\operatorname{sen} x) \ \text{ (orden 4)}$$

2. El polinomio de Mc Laurin de orden 4 asociado a una cierta función f es $3-5x+4x^2-x^3-2x^4$. Calcular $f(0)$, $f'(0)$, $f''(0)$, $f'''(0)$, $f^{(iv)}(0)$.

3. Calcular los siguientes límites aplicando desarrollos de Taylor:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\log(1+x)}{x^2} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x)-\operatorname{sen} x}{x^2+4x^3} \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{\operatorname{sen} x - x\cos x}{x^\alpha}, \ \alpha > 0$$

4. Determinar los valores de los parámetros para obtener un infinitésimo del mayor orden posible para $x \to 0$. Hallar la parte principal.

$$a(e^x-1)-bx^2-x \qquad x + a\operatorname{sen} x + b\operatorname{tg} x \qquad e^x \ \operatorname{sen} x - (ax+bx^2+cx^3)$$

5. Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden 8 correspondiente a la función $\operatorname{sen} x$. Usando el desarrollo de Mc Laurin de orden 8 calcular un valor aproximado de $\operatorname{sen} 1$ y demostrar que el error cometido es menor que $3 \cdot 10^{-6} = 0,000003$.

6. Hallar $e^{0,1}$, sen(0,2) y cos(0,2) con errores menores que 0,001.

7. Sea $f(x) = 6\operatorname{senh}(x) + 3x^2 - 4x + 5$
   (a) Hallar $P_3(x)$ (el polinomio de Taylor de orden 3 en 0) y la expresión de $r_3(x)$ (el resto de Lagrange).
   (b) Deducir que $0 \le f(x) - P_3(x) \le \frac{3}{8}$ en el intervalo $[0,1]$.

8. Encontrar la expresión de Lagrange del resto de orden n correspondiente a la función $\log(1+x)$. Usando el desarrollo de Mc Laurin de $\log(1+x)$, calcular $\log(1,5)$ con error menor que $0,001$. Comparar este resultado con el valor para $\log(1,5)$ que da la calculadora. Volver a hacer el ejercicio con error menor que $0,0001$.

9. ¿Cuál es el comportamiento local de $f(x) = e^x - \operatorname{sen} x - 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$ alrededor de 0? Bosquejar la gráfica de f en algún entorno de 0.

10. Consideremos la función: $f(x) = e^x - x - 2 + \cos x - \frac{x^3}{6}$
    (a) Encontrar el polinomio de Mc Laurin de orden 4 de f.
    (b) Analizar si f presenta un máximo o un mínimo relativo en 0.
    (c) Calcular, discutiendo según $\alpha \in \mathbb{R}^+$ el siguiente límite: $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$

11. Sea f de clase C^3 tal que $f(0) = f'(0) = 0$ y $f''(0) = 4$
    (a) Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 de f en 0.
    (b) Si $a_n = f(1/n)$ y $b_n = \frac{1}{n^2}$, hallar $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$.