**Universidad de la República** **Cálculo 1**
**Facultad de Ingeniería - IMERL** **Primer semestre 2016**

## Práctico 10 - Series

1. Indicar si las siguientes series son convergentes o no, hallando sus sumas en caso de serlo.

$$a)\ \sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n+3} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty}5^{n+1}$$

$$d)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3}{n(n+3)} \qquad e)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\log\left(\frac{n^2+2n+1}{n^2}\right) \qquad f)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)}$$

2. A un fabricante de baldosas se le ocurrió el siguiente diseño para su nueva partida de baldosas cuadradas de 20 cm de lado: construimos el cuadrado de vértices los puntos medios de la baldosa y pintamos el triángulo superior izquierdo, ver figura 1. Luego repetimos el procedimiento en el cuadrado interior, ver figura 2. Así infinitas veces hasta formar el dibujo (una especie de espiral), ver figura 3. El fabricante tiene dos preocupaciones que pedimos respondan.

   *a*) ¿Cuál es el área a pintar en cada baldosa en el diseño ideal?

   *b*) Como podría demorar tiempo infinito en pintar cada baldosa, el fabricante decide pintar la mitad del n-ésimo cuadrado, ver figura 4. El dibujo se puede considerar inalterado cuando el área pintada difiere en menos de 1 $cm^2$ del área del diseño ideal.
   ¿Cuál es el mínimo n para el cual el dibujo de la baldosa queda inalterado?

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4
( n = 5 )

3. Determinar si las siguientes series son convergentes o divergentes aplicando el criterio de comparación.

$$g)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^n} \qquad h)\ \sum_{n=1}^{+\infty}e^{-\sqrt{n+1}}$$

4. Determinar si las siguientes series son convergentes o divergentes aplicando el criterio del equivalente.

$$a)\ \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{n^2+1} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2+1}{n^3} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\log(n+1)-\log(n)}{10n+1}$$

5. Usar el criterio del cociente para estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} \qquad\qquad b)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$$

6. Usar el criterio de la raíz para estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} \qquad\qquad b)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$$

7. Sabiendo que $a_n \geq 0$ y que $\sum a_n$ converge, indicar si las siguientes series son convergentes o no, explicando por qué.

$$a)\quad \sum \frac{1}{a_n} \qquad b)\quad \sum a_n^2 \qquad c)\quad \sum \sqrt{a_n} \qquad d)\quad \sum \log(1+a_n)$$

8. Estudie la convergencia de $\sum_2^\infty \frac{1}{n \ln n}$.

9. Estudiar la convergencia de las siguientes series alternadas. En caso de que sean convergentes, estudiar si también lo son absolutamente.

$$a)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} \qquad b)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2+1} \qquad c)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{6n-5} \qquad d)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (n^3+2n^2+8n+5)}{n^5+4n^3+15}$$

10. Estudiar la convergencia de $\displaystyle\int_2^\infty \frac{dx}{x \ln x}$ y $\displaystyle\sum_2^\infty \frac{1}{n \ln n}$.